



Repubblica e Cantone
Ticino

Sessione ESAMI 2018

Sezione SPC-MP1, SMC-MP1, MP2 Economia

Materia Matematica

Serie 1

Luogo

Data

Numero candidato

Cognome

Nome

Tempo accordato 120 minuti

Punteggio massimo 100

Mezzi ausiliari Calcolatrice, formulario ufficiale distribuito con l'esame

Punti

Nota

Firme dei periti

.....

Esercizio 1. Semplifica l'espressione e risolvi l'equazione.

$$\text{a) } \frac{a^3 + a(2a - 3)}{a(a^2b + 2a^2 - b - 2)} =$$

$$\frac{a^3 + 2a^2 - 3a}{a(a^2 - 1)(b + 2)} =$$

$$\frac{a(a^2 + 2a - 3)}{a(a^2 - 1)(b + 2)} =$$

$$\frac{a(a + 3)(a - 1)}{a(a^2 - 1)(b + 2)} = \frac{a + 3}{(a + 1)(b + 2)}$$

$$\text{b) } 9^{x+2} \cdot \frac{1}{27^x} \cdot 3^{-2} - 1 = 0$$

$$\frac{9^x \cdot 9^2 \cdot 3^{-2}}{27^x} = 1$$

$$\frac{9^x}{27^x} = \frac{3^2}{9^2}$$

$$\left(\frac{9}{27}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ da cui } x = 2$$

$$\text{oppure } x = \frac{\log \frac{1}{9}}{\log \frac{1}{3}} = 2$$

Esercizio 2.

a)

$$\begin{cases} 5x + 20y \leq 200 & \begin{cases} y \leq \frac{1}{4}x + 10 & \text{NO}_x \\ y \leq -x + 12 & \text{CO} \\ y \leq -\frac{11}{8}x + 15 & \text{PM} \end{cases} \\ 8x + 8y \leq 96 \\ 11x + 8y \leq 120 \\ x, y \geq 0 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

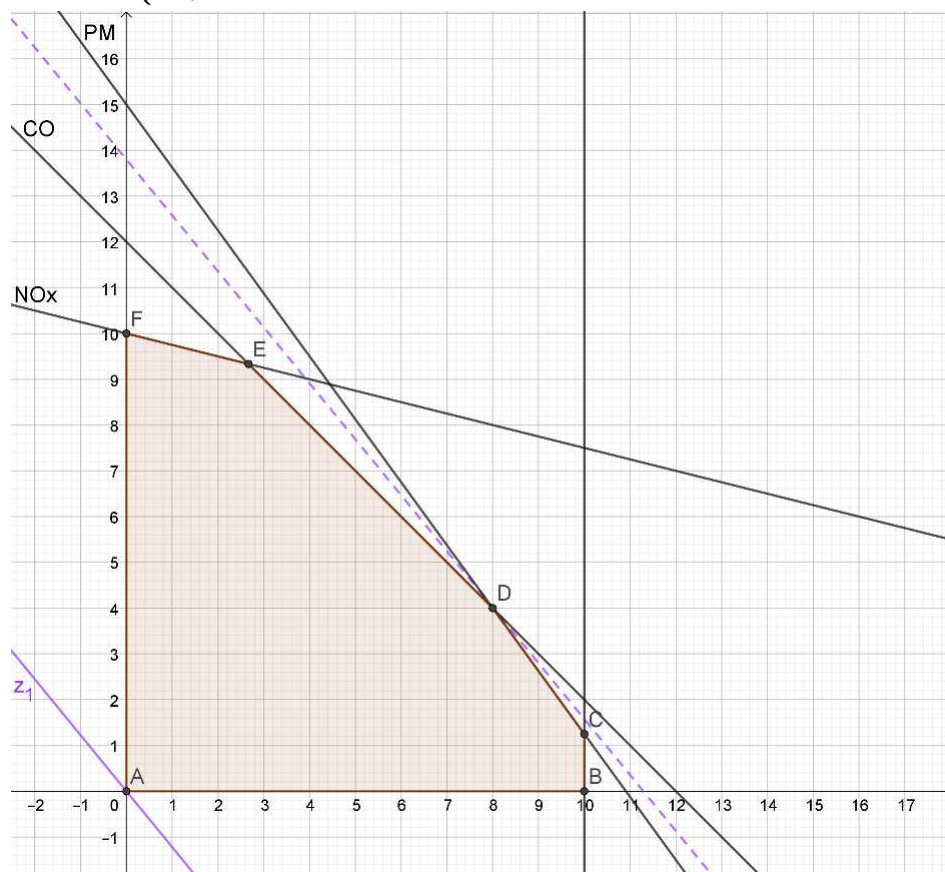


Figura 1. Area della soluzione

Funzione obiettivo: $z(x, y) = 1100x + 900y$ da cui $y = -\frac{1100}{900}x + k$

Vertici: $A(0; 0)$, $B(10; 0)$, $C(10; \frac{5}{4})$, $D(8; 4)$, $E(\frac{8}{3}; \frac{28}{3})$, $F(0; 10)$

Massimo in $D(8; 4)$

$$z_{\max} = 1100 \cdot 8 + 900 \cdot 4 = 12'400 \text{kg}$$

- b) La combinazione $(1; 11)$ soddisfa tutti i vincoli tranne quello relativo alle emissioni di NO_x .
- c) 5 è la quantità di NO_x emessa da un furgone BIG, 20 da un furgone SPRINT e 200 il limite massimo di emissioni totali.

Esercizio 3.

a)

$$i = \left(1 + \frac{0.1}{100}\right)^{12} - 1 = 1.20662205\%$$

$$15'250 \cdot 1.015^{-6} \cdot 1.01206622^{-4} = 13'293.46$$

b)

$$13'293.46 = 2'054 \cdot \frac{1 - (1.02)^{-n}}{0.02}$$

$$1 - 1.02^{-n} = 0.129376791$$

$$1.02^{-n} = 0.8706232603$$

$$n = 7$$

c)

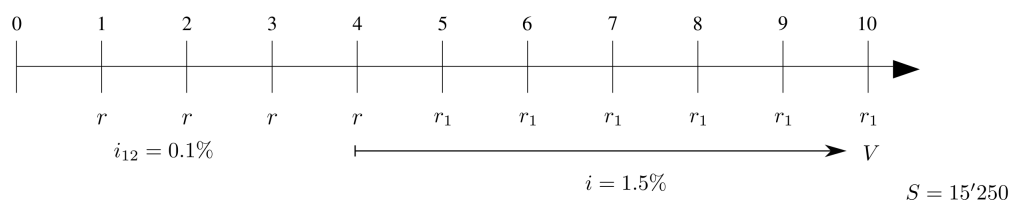


Figura 2. Schema rendita

$$r \cdot \frac{1.01206622^4 - 1}{0.012066221} \cdot (1.015)^6 + 1.25r \cdot \frac{1.015^6 - 1}{0.015} = 15'250$$

$$r = 1'245.86$$

$$r_1 = 1'557.32$$

Esercizio 4.

a)

$$\begin{cases} 49 = 5a + b \\ 45 = 25a + b \end{cases} \text{ da cui } p(q) = 50 - \frac{1}{5}q$$

b)

$$C_T(q) = C_V(q) + C_F = 10q + 100$$

$$R(q) = p(q) \cdot q = 50q - \frac{1}{5}q^2$$

c)

$$U(q) = R(q) - C(q) = 50q - \frac{1}{5}q^2 - (10q + 100) = -\frac{1}{5}q^2 + 40q - 100$$

$$U(q) = 0$$

$$-\frac{1}{5}q^2 + 40q - 100 = 0$$

$$q^2 - 200q + 500 = 0$$

$$\Delta = 38'000$$

$$q_{1,2} = \frac{200 \pm \sqrt{38'000}}{2}$$

$$q_{1,2} = \{2.53; 197.46\}$$

Quantità di rampichini con utile positivo $q \in \mathbb{N}, 3 \leq q \leq 197$

d)

$$U(q) = -\frac{1}{5}q^2 + 40q - 100$$

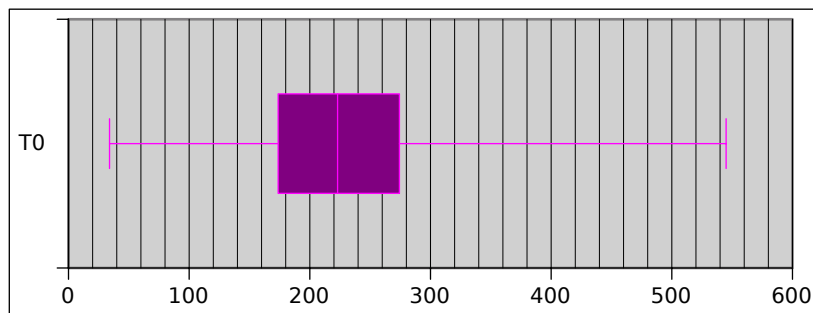
$$\text{Quantità che massimizza l'utile: } q_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2 \cdot -\frac{1}{5}} = 100$$

$$\text{Prezzo scelto dal monopolista: } p(100) = 50 - \frac{1}{5} \cdot 100 = 30$$

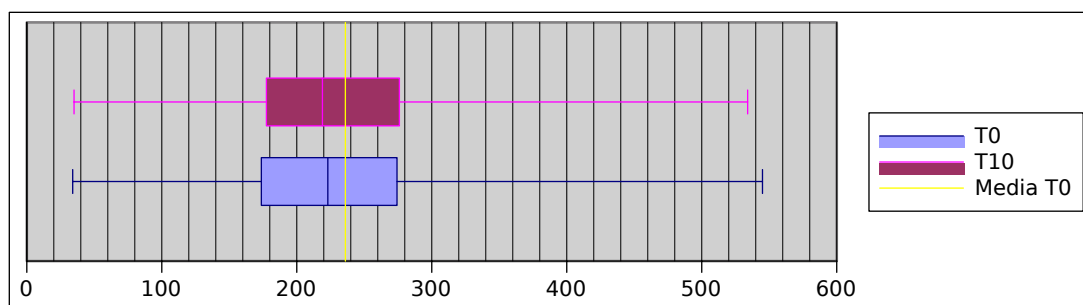
$$\text{Utile massimo: } U_{\max} = U(100) = -\frac{1}{5} \cdot 100^2 + 40 \cdot 100 - 100 = 1'900$$

Esercizio 5.

- a) Per il boxplot dei dati T_0 sono necessari i dati di mediana e quartili. Il calcolo manuale della mediana e dei quartili su 50 dati offre i seguenti risultati $Q_1 = 173$ (13 dato), $Q_2 = M = 223$ (media tra il 25 e il 26 dato) $Q_3 = 275$ (38 dato). Si presti attenzione al fatto che il boxplot tracciato qui sotto usa un'algoritmo dei quantili che fornisce valori leggermente differenti ($Q_1 = 173.75$, $Q_2 = M = 223$ (identico) e $Q_3 = 274.25$). A livello pratico la differenza non è percepibile ad occhio nudo sul grafico.

**Figura 3.** Boxplot per T_0

- b) La media per i dati T_0 è pari a 236. Si osservi la figura 4 sottostante con i due boxplot sovrapposti e la media sovrimpressa. Si nota come il baffo destro del boxplot è decisamente più lungo del baffo a sinistra. Ciò indica che la distribuzione dei dati non è simmetrica e ci sono alcuni valori alti che incidono sulla media che quindi non coincide con la mediana. Lo spostamento è tuttavia moderato. (La messa in evidenza degli outlier con l'apposita tecnica permetterebbe una ancor migliore visualizzazione di questo fatto).
- c) I due boxplot sono molto simili e non si evidenziano differenze sostanziali nelle misurazioni dei trombociti con questa tecnica di visualizzazione.

**Figura 4.** Confronto tra boxplot T_0 e T_{10} e media T_0

- d) Qui si trova una tabella delle frequenze e il relativo istogramma. Nel grafico proposto come soluzione sull'asse delle y è riportata la frequenza che è accettabile in quanto le classi hanno ampiezza omogenea. È accettato anche un istogramma che usa la densità sull'asse delle y .

Min	Max	Frequenza
from -20	to below -10	8
from -10	to below 0	16
from 0	to below 10	17
from 10	to below 20	5
from 20	to below 30	0
from 30	to below 40	1
from 40	to below 50	0
from 50	to below 60	1
from 60	to below 70	0
from 70	to below 80	0
from 80	to below 90	0
from 90	to below 100	0
from 100	to below 110	0
from 110	to below 120	2

Tabella 1. Tabella delle frequenze per le differenze

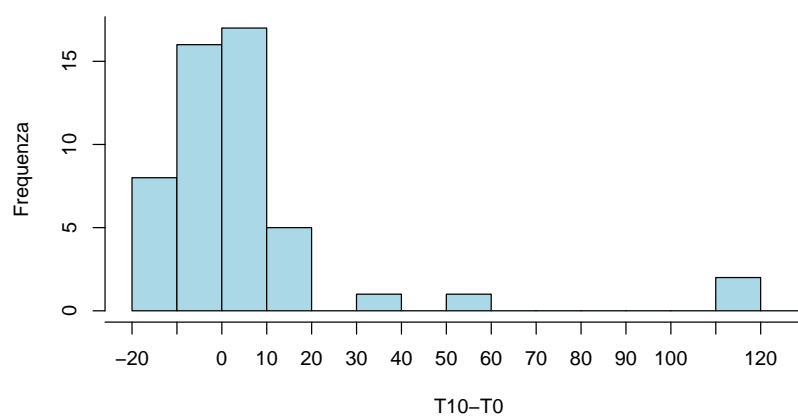


Figura 5. Istogramma delle differenze dei conteggi