Maturità professionale - Cantone Ticino

Esami di maturità professionale
Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Sessione 11 giugno 2018

Matematica fondamentale

(secondo il PQ MP 2012)

Soluzione dell'esame:
Matematica fondamentale,
con strumenti ausiliari

Esercizio 1 (7 punti)

a) $4x^2 - 1 \geq 8 \iff 4x^2 - 9 \geq 0 \iff (2x+3)(2x-3) \geq 0 \iff x \in \left]-\infty\,;\,-\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$

$$S = \left]-\infty\,;\,-\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$$

(2 punti)

b)

i) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \iff x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ oppure } x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\,,\ k \in \mathbb{Z}$

$\iff x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ oppure } x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k\,,\ k \in \mathbb{Z}$

$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \frac{7\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

(3 punti)

c) $x =$ kg di carote del fornitore A

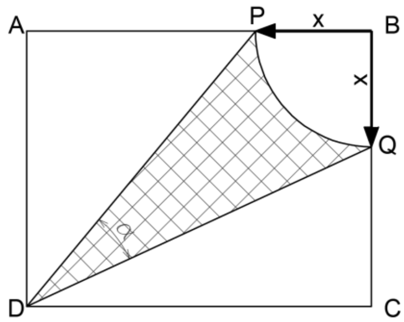
$y =$ kg di carote del fornitore B

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 3y = 200 \cdot 2{,}10 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x + 2y = 400 \\ 2x + 3y = 420 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 20 \\ x = 180 \end{cases}$$

Quindi bisogna “mischiare” 180 kg di carote del fornitore A con 20 kg di carote del fornitore B.

(2 punti)

Esercizio 2 (7 punti)



a) $x \in [0;8]$ (1 punto)

b) $A = 10 \cdot 8 - \frac{10 \cdot 7}{2} - \frac{9 \cdot 8}{2} - \frac{\pi}{4} = 80 - 35 - 36 - \frac{\pi}{4} \cong 8{,}2\ cm^2$ (2 punti)

c) $A(x) = 10 \cdot 8 - \frac{(10-x) \cdot 8}{2} - \frac{(8-x) \cdot 10}{2} - \frac{x^2 \cdot \pi}{4} = -\frac{\pi}{4} \cdot x^2 + 9 \cdot x$ (2 punti)

d) (2 punti)

La coordinata x_V del vertice è:

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-9}{2 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{18}{\pi} \cong 5{,}73\ cm$$

L'area massima è in corrispondenza
del vertice della parabola in quanto
$x_V \in [0;8]$ e il segno del coefficiente
dominante del polinomio di II° grado è negativo: $a = -\frac{\pi}{4}$

L'area massima si ottiene quando $\mathrm{x} = 5{,}73\ \mathrm{cm}$.

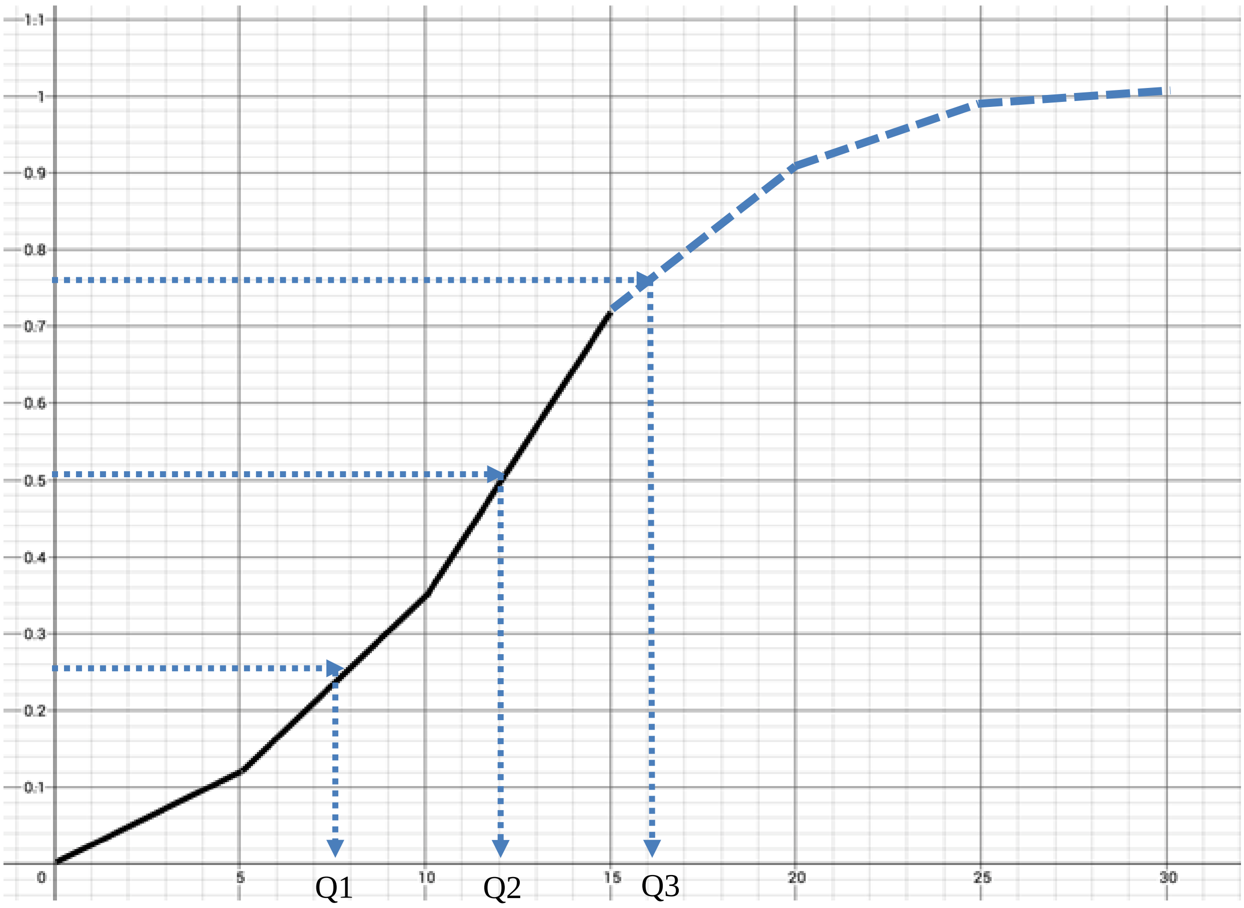
Esercizio 3 (7 punti)

a) $media = 2{,}5 \cdot 0{,}12 + 7{,}5 \cdot 0{,}23 + 12{,}5 \cdot 0{,}37 + 17{,}5 \cdot 0{,}18 + 22{,}5 \cdot 0{,}08 + 27{,}5 \cdot 0{,}02$

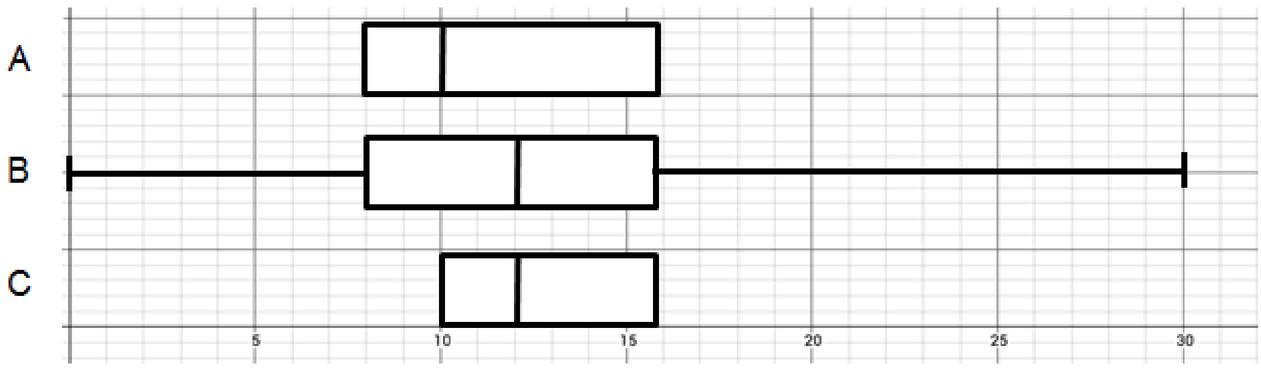
$media = 12{,}15\ CHF$ (2 punti)

b) Classe modale : 10-15 CHF (1 punto)

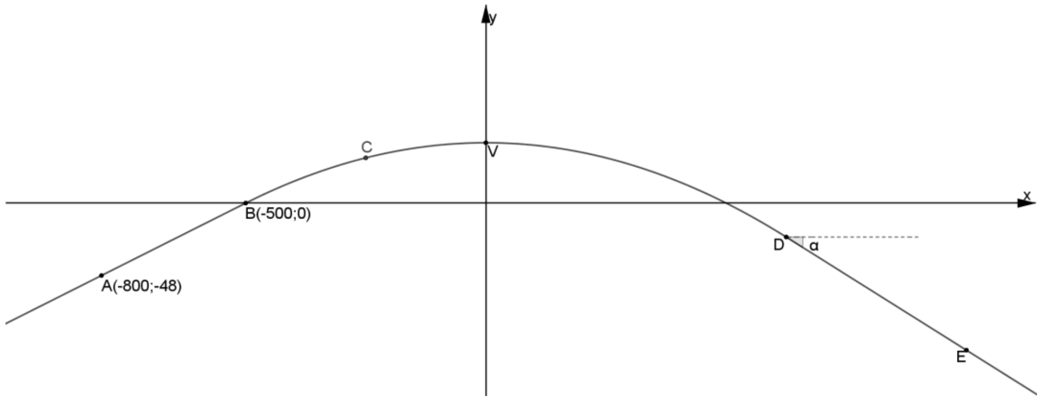
c) (3 punti)



d) Il box-plot corretto è il B. (1 punto)



Esercizio 4 (7 punti)



Determinare:

a) La distanza tra i punti $A(-800;-48)$ e $B(-500;0)$

$$d(A,B)=\sqrt{(800-500)^2+48^2}=\sqrt{92'304}=12\sqrt{641}=303{,}8 \text{ m}$$ (1 punto)

b) L'angolo α, inclinazione della strada DE, di equazione $2x+10y-1025=0$, con l'orizzontale.

Forma esplicita della retta $y=-\frac{1}{5}x+\frac{205}{2}$ quindi $\alpha=\left|\arctan\left(-\frac{1}{5}\right)\right|=11{,}3°$ (1 punto)

c) Calcolare il valore della coordinata mancante di $C(x_C;30)$:

$C \in$ parabola d'equazione $y=-\frac{1}{6250}x^2+40$ con $y=30$ (2 punti)

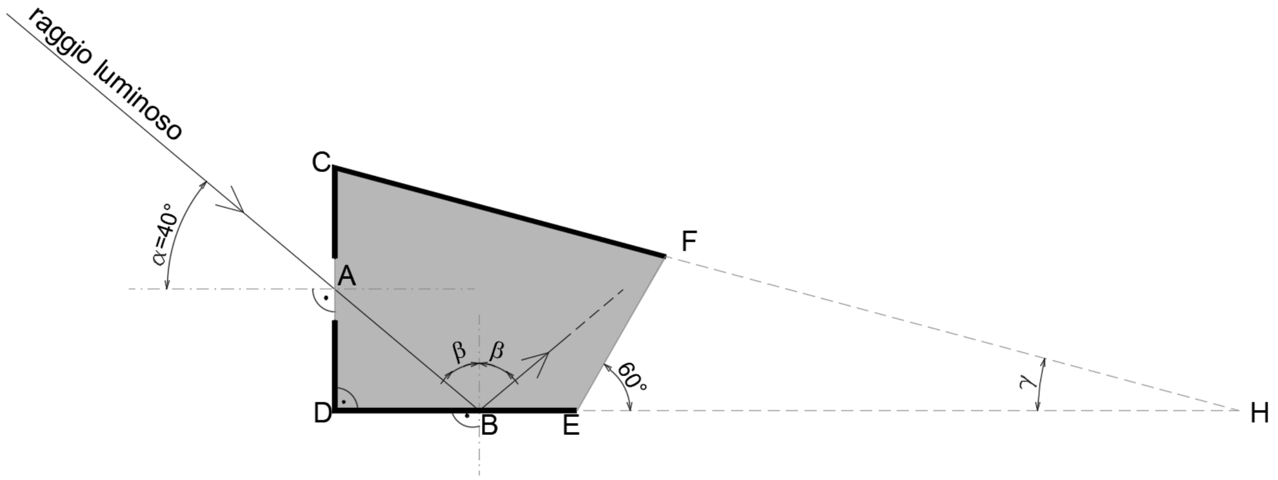
$$30=-\frac{1}{6250}x^2+40 \Rightarrow x^2=62'500 \Rightarrow x=\pm 250 \Rightarrow C(-250;30)$$

d) Le coordinate del punto D:
Intersezione retta e parabola

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{6250}x^2+40 \\ y=-\frac{1}{5}x+\frac{205}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{6250}x^2-\frac{1}{5}x+\frac{125}{2}=0 \Rightarrow \Delta=0 \quad x_D=625 \text{ m e } y_D=-\frac{45}{2}=-22{,}5 \text{ m}$$

(3 punti)

Esercizio 5 (7 punti)



Soluzione

a) $D\hat{B}A = 40° \rightarrow \beta = 90° - 40° = 50°$ (1 punto)

b) $DB = \frac{AD}{\tan(D\hat{B}A)} = \frac{\frac{75}{2}}{\tan(40°)} = 44.69\ cm$ (2 punti)

c) $\tan(\gamma) = \frac{DC}{DH} = \frac{75}{280} = 0.268 \ \rightarrow \ \gamma = 15.00°$ (1 punto)

d) $E\hat{F}H = 180° - 60° - 15° = 105°$

$\frac{EH}{\sin(E\hat{F}H)} = \frac{FH}{\sin(60°)} \rightarrow FH = \frac{205 \cdot \sin(60°)}{\sin(105°)} = 183.80\ cm$ (2 punti)

e)

$BH = DH - DB = 280 - 44.69 = 235.31\ cm$

Ci sono varie varianti per rispondere a questa domanda !

$\frac{\sin(40°)}{183,3} \neq \frac{\sin(180°-40°-15°)}{235,31}$ *quindi il raggio non arriva nel punto F* (1 punto)

Oppure si consideri il triangolo BEF' (formato dal raggio luminoso dopo la prima riflessione):

$BE = 75 - 44.69 = 30.31\ cm$
$F'\hat{B}E = 40° \quad B\hat{E}F' = 180° - 60° = 120° \quad B\widehat{F'}E = 180° - 1200° - 40° = 20°$

$$\frac{BE}{\sin(B\widehat{F'}E)} = \frac{EF'}{\sin(F'\hat{B}E)} \rightarrow EF' = \frac{30.31 \cdot \sin(40°)}{\sin(20°)} = 56.96\ cm$$

$$EF = \sqrt[2]{EH^2 + FH^2 - 2 \cdot EH \cdot FH \cdot \cos(\gamma)} = \sqrt[2]{205^2 + 183.80^2 - 2 \cdot 205 \cdot 183.80 \cdot \cos(15°)} = 54.9\ cm$$

$EF' > EF\,; 56.69 > 54.90$ *quindi il raggio non arriva nel punto F.*