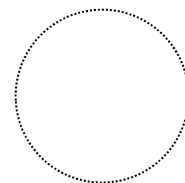


**Maturità professionale - Cantone Ticino**

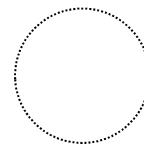


**Esami di maturità professionale  
Indirizzo sanità e socialità**

**Sessione 11 giugno 2018**

**Matematica fondamentale**

**SOLUZIONI**

**Esercizio 1 (10 punti)**

Risolvere i seguenti quesiti:

- a) Determinare il primo e il terzo quartile della serie di dati:

$$-2 ; 0 ; -\frac{1}{8} ; \frac{1}{6} ; -\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} ; 5$$

$$-2 ; -\frac{1}{4} ; -\frac{1}{8} ; 0 ; \frac{1}{6} ; \frac{1}{2} ; 5$$

$$Q_1 = -\frac{1}{4}$$

$$Q_3 = \frac{1}{2}$$

(3 punti)

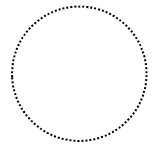
- b) Un tecnico ha preparato 40 grammi di una soluzione in cui il 30% è alcool. Se si aggiungono 5 grammi di alcool puro quale sarà la concentrazione percentuale di alcool nella soluzione finale?

Alcool iniziale  $30\% \cdot 40 = 12$  g

Alcool finale 17 g

$$\% \quad \frac{17}{45} = 37,78\%$$

(3 punti)



- c) Un produttore di panettoni vorrebbe sapere se il peso dichiarato sulla confezione, 750 g, corrisponde al peso reale dei suoi panettoni.

I pesi dei panettoni seguono una distribuzione normale.

Si può considerare (ai fini dell'esercizio) che lo scarto quadratico medio è noto ed è di 25 g.

Per fare questo ha deciso di procedere con la scelta di un campione casuale che ha dato i seguenti valori:

755 g; 768 g; 725 g; 736g; 716g; 815g;

- i) Determinare l'intervallo di confidenza al 95% per il peso dei panettoni. (2 punti)

$$\bar{x} = \frac{755 + 768 + 725 + 736 + 716 + 815}{6} = 752,5 \text{ g}$$

$$z=1,96$$

$$z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{6}} = 20 \text{ g}$$

[732,5; 772,5] intervallo di confidenza al 95%

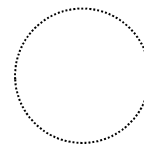
ii) S  
e

preleva un altro campione di 6 panettoni:

(una sola risposta corretta)

- ☐ la media resta la stessa  
☒ l'ampiezza dell'intervallo resta lo stesso  
☐ entrambi variano

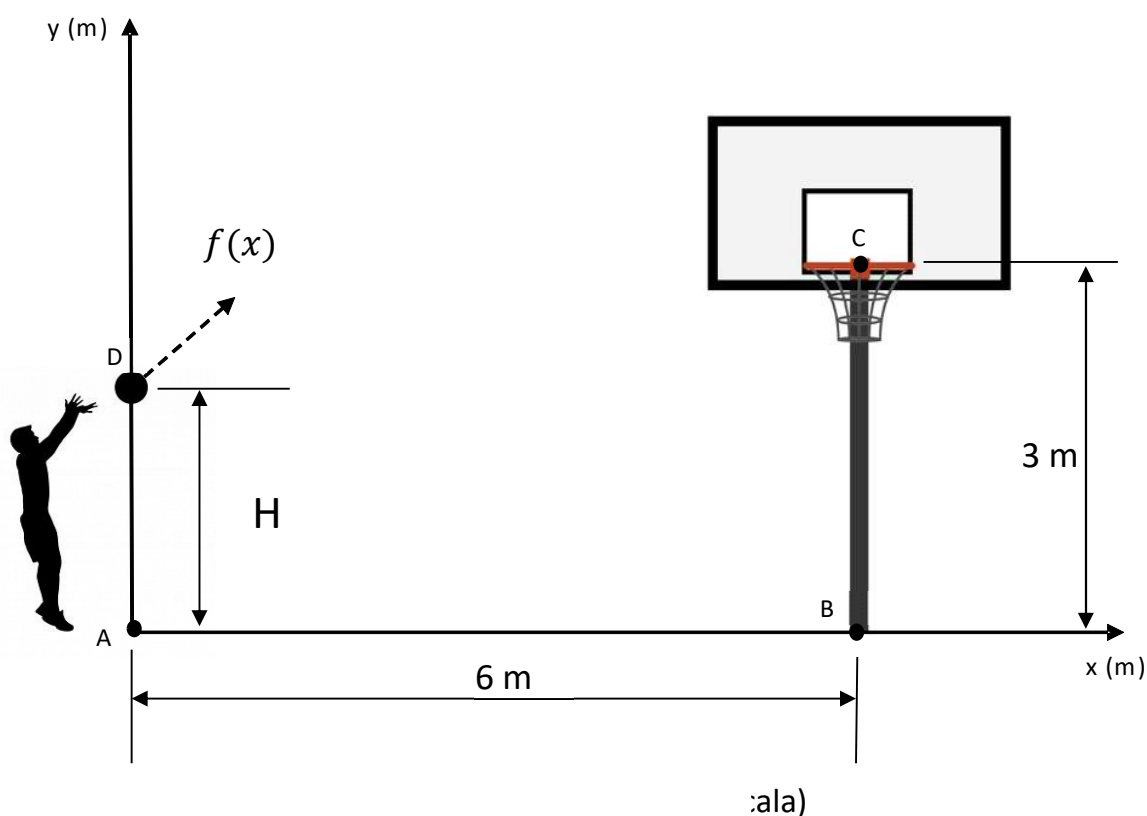
(2 punti)

**Esercizio 2 (11 punti)**

Nella figura seguente la palla è tirata da un giocatore di basket dalla posizione D verso il canestro (punto E). Il punto A è l'origine degli assi.

Nel sistema di assi cartesiani indicato, la traiettoria  $f$  della palla è descritta da ( $x$  e  $y$  in metri):

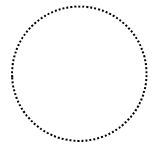
$$f: x \mapsto y = a \cdot x^2 + \frac{9}{8} \cdot x + 2,1 \quad \text{con } a \text{ un parametro reale.}$$



a) Determinare l'altezza H.

$$H = 2,1 \text{ m}$$

(3 punti)



- b) Determinare il valore del parametro  $a$  sapendo che la palla raggiunge la massima altezza dal suolo quando si trova ad una distanza orizzontale  $x = 4,5$  m dal punto A.

$$x_V = 4,5 \text{ m}$$

$$x_V = \frac{-b}{2a}$$

$$4,5 = \frac{-\frac{9}{8}}{2a}$$

$$9a = -\frac{9}{8}$$

$$a = -\frac{1}{8}$$

(4 punti)

Durante la partita viene effettuato un altro tiro, che ha come traiettoria la seguente funzione (diversa dalla precedente):

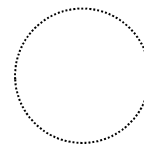
$$h: x \mapsto y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{9}{8}x + 2,3$$

- c) Determinare, motivando opportunamente la risposta, se il pallone:
- andrà a canestro (punto E);
  - passerà sopra il canestro;
  - passerà sotto il canestro.

$$x=6 \quad y = -\frac{1}{4}6^2 + \frac{9}{8}6 + 2,3 = 0,05 \text{ m}$$

passerà sotto al canestro che è a 3 m di altezza.

(4 punti)

**Esercizio 3 (13 punti)**Prima parte (indipendente dalla seconda)

Il valore residuo di un apparecchio tecnico in funzione del tempo è definito nel seguente modo

$$V(t) = 200'000 \cdot k^t$$

dove :  $k$  è un parametro;

$t$  il tempo in anni trascorso dall'acquisto;

$V$  il valore residuo in CHF in funzione del tempo  $t$ .

- a) Dopo 2 anni il valore del macchinario è stimato a 128'000 CHF, calcolare il valore di  $k$ .

$$200000 \cdot k^2 = 128000$$

$$k^2 = \frac{128}{200} = \frac{16}{25}$$

$$k = \frac{4}{5} \quad (k = -\frac{4}{5} \text{ non va bene})$$

(3 punti)

- b) Per un secondo apparecchio si consideri che il valore residuo è determinato nel seguente modo:

$$V(t) = 100'000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t$$

Calcolare dopo quanto tempo il valore residuo del macchinario sarà di 35'000 CHF.

Esprimere il risultato in anni e mesi.

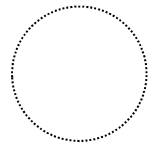
$$100000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t = 35000$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

$$\log \left(\frac{3}{4}\right)^t = \log \left(\frac{7}{20}\right)$$

$$t = \frac{\log \left(\frac{7}{20}\right)}{\log \left(\frac{3}{4}\right)} = 3,649 \text{ anni} = 3 \text{ anni e 8 mesi}$$

(4 punti)

Seconda parte (indipendente dalla prima)

Data la seguente funzione

$$g: \left] -\frac{4}{9}; +\infty \right[ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = 3 \cdot \log_7(9x + 4) - 1$$

Si chiede di:

c) Calcolare l'immagine di 5.

$$g(5) = 3 \cdot \log_7(9 \cdot 5 + 4) - 1 = 3 \cdot \log_7 49 - 1 = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

(2 punti)

d) Calcolare i punti d'intersezione della funzione con gli assi cartesiani.

Asse y:  $x=0$

$$y = 3 \cdot \log_7(4) - 1 = 3 \cdot \frac{\log 4}{\log 7} - 1 = 1,14$$

(0;1,14)

Asse x:  $y=0$

$$3 \cdot \log_7(9x + 4) - 1 = 0$$

$$3 \cdot \log_7(9x + 4) = 1$$

$$\log_7(9x + 4) = \frac{1}{3}$$

$$9x + 4 = 7^{\frac{1}{3}}$$

$$9x = 7^{\frac{1}{3}} - 4$$

$$x = \frac{7^{\frac{1}{3}} - 4}{9} = -0,23$$

(-0,23;0)

(4 punti)

**Esercizio 4 (17 punti)**

Ecco i dati riguardanti il numero di vendite di un nuovo modello di smartphone nella giornata di lancio secondo l'età in anni.

a) Completare la tabella, arrotondando le percentuali all'unità.

| Tabella<br>A    | Numero di vendite        |                                |                         |                         | (M: media)      |                         |
|-----------------|--------------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------|-------------------------|
| Classe<br>d'età | Valore<br>centrale $x_i$ | Frequenza<br>assoluta<br>$f_i$ | Frequenza<br>relativa % | Frequenza<br>cumulata % | $f_i \cdot x_i$ | $f_i \cdot (x_i - M)^2$ |
| 10-20           | 15                       | 28                             | 13%                     | 13%                     | 420             | 7168                    |
| 20-30           | 25                       | 84                             | 38%                     | 51%                     | 2100            | 3024                    |
| 30-40           | 35                       | 76                             | 34%                     | 85%                     | 2660            | 1216                    |
| 40-50           | 45                       | 22                             | 10%                     | 95%                     | 990             | 4312                    |
| 50-60           | 55                       | 8                              | 4%                      | 99%                     | 440             | 4608                    |
| 60-70           | 65                       | 3                              | 1%                      | 1%                      | 195             | 3468                    |
| Totale          |                          | 221                            | 100%                    |                         | 6805            | 23796                   |

(5 punti)

b) Determinare la classe modale delle età.

20-30 anni

(2 punti)

c) Determinare la media e lo scarto quadratico medio delle età. Arrotondare i risultati all'unità.

$$\bar{x} = 31 \text{ anni}$$

$$\sigma = 10 \text{ anni}$$

(4 punti)

d) Leggere i tre quartili dal grafico della frequenza cumulata.

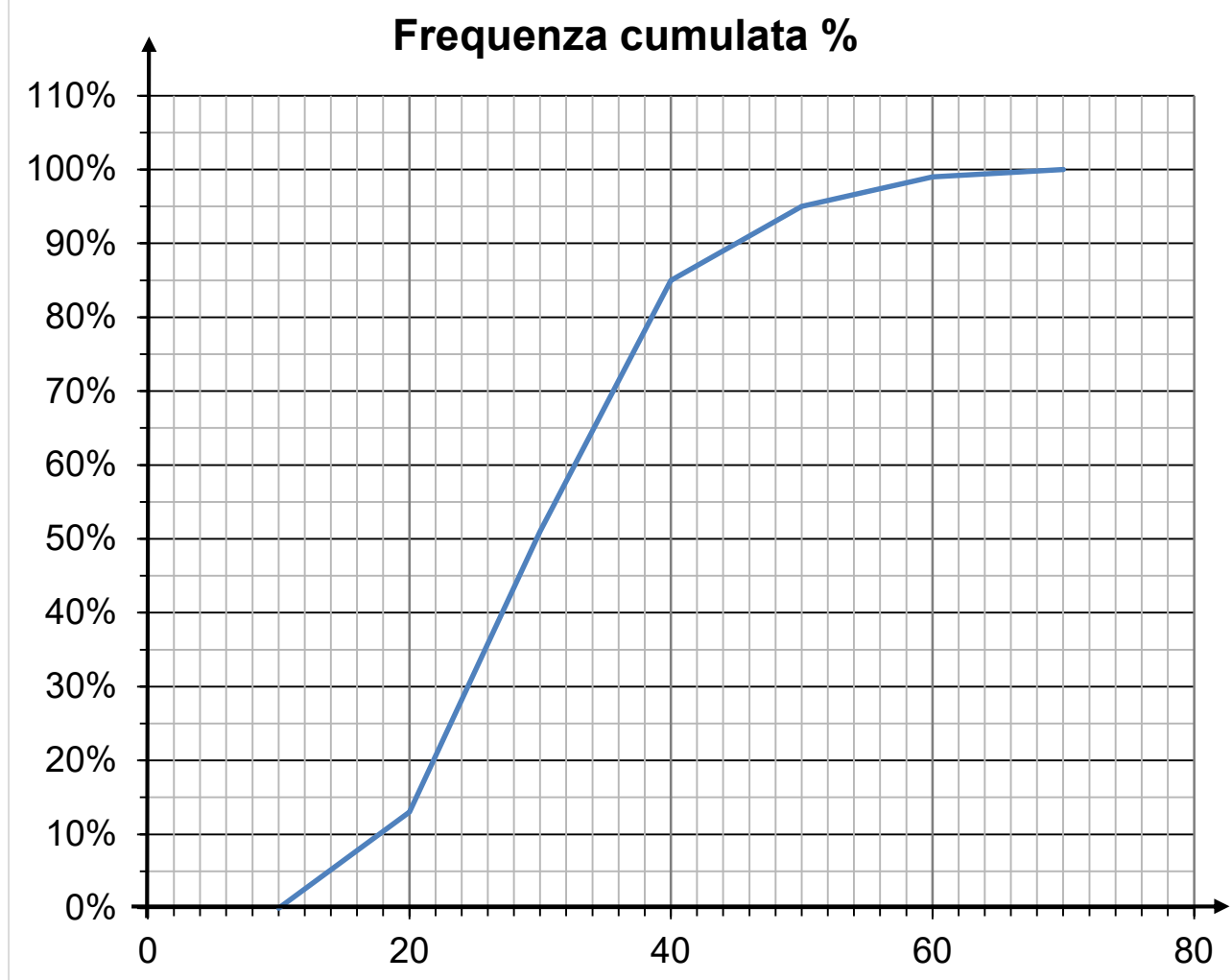
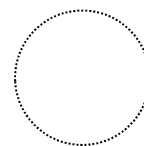
$$Q_1 = 23 \text{ anni}$$

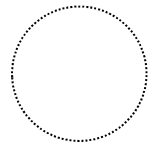
$$Q_2 = 29 \text{ anni} = \text{mediana}$$

$$Q_3 = 37 \text{ anni}$$

(3 punti)



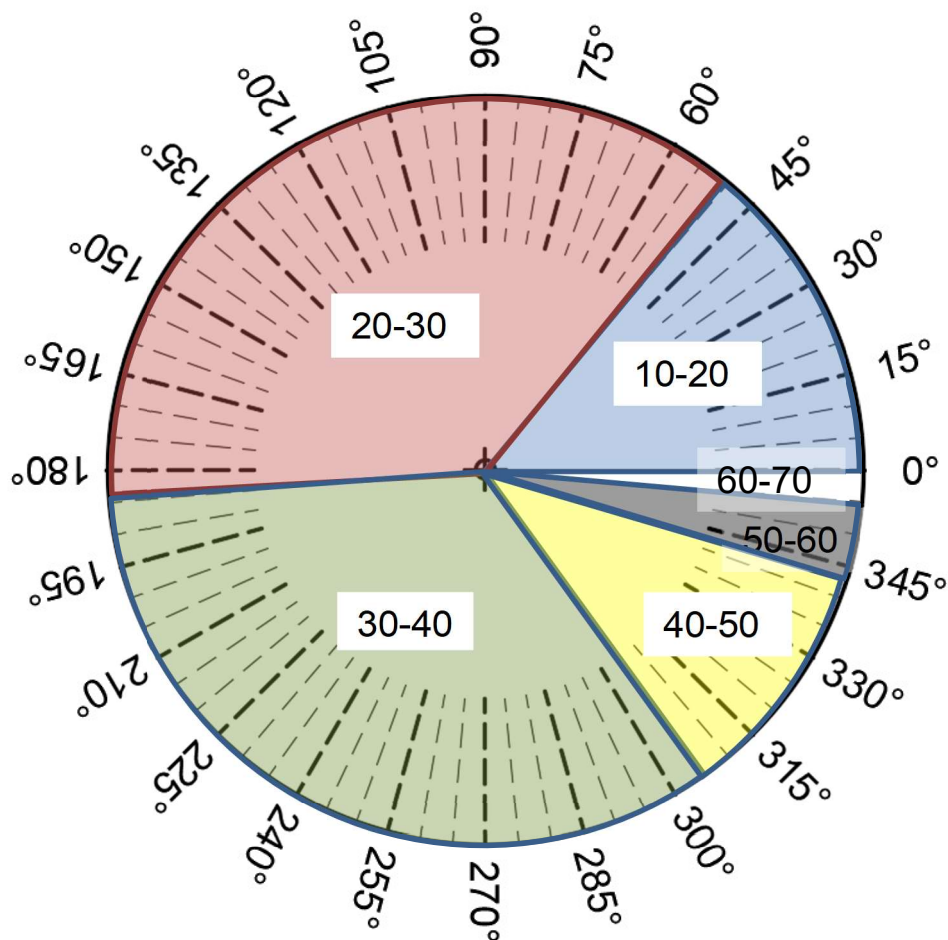




e) Completare la tabella qui sotto (è la continuazione di quella precedente) e rappresentare, nella figura sottostante, il diagramma a torta.

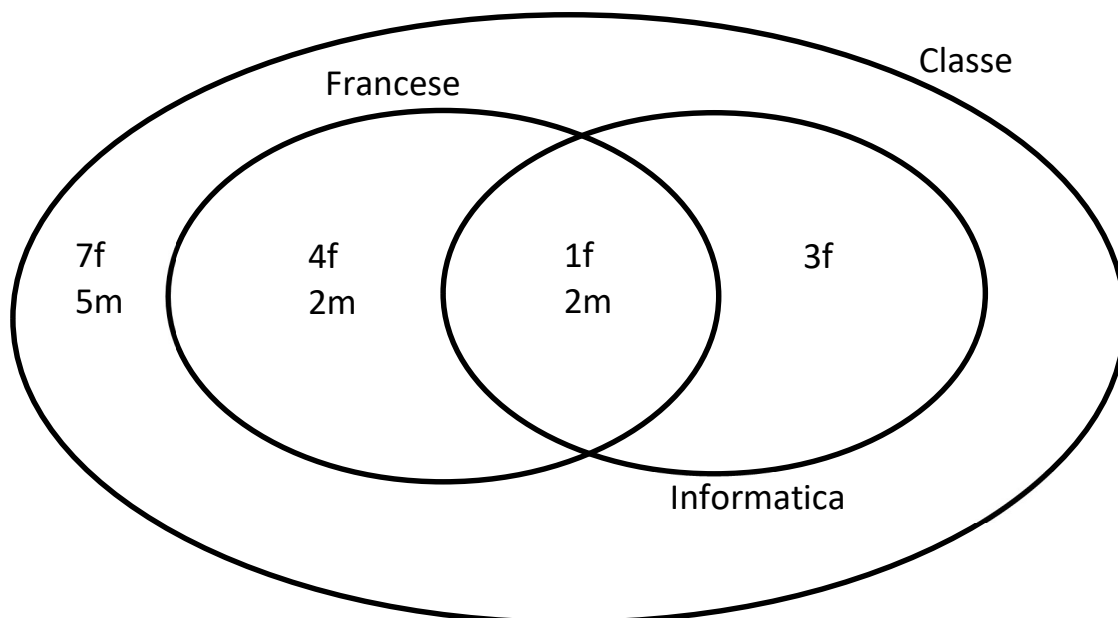
| Tabella B    | Numero di vendite  |
|--------------|--|
| Classe d'età | Ampiezza del settore circolare<br>(arrotondare al grado) |
| 10-20        | 46°  |
| 20-30        | 137°   |
| 30-40        | 124°   |
| 40-50        | 36°  |
| 50-60        | 13°  |
| 60-70        | 4°   |

La soluzione indicata non è l'unica possibile. (3 punti)



**Esercizio 5 (9 punti)**

Il seguente diagramma di Eulero-Venn rappresenta una classe di 24 allievi (maschi e femmine) che frequentano le seguenti opzioni: francese, informatica o nessuna.



- a) Calcolare la percentuale di maschi nella classe. Arrotondare il risultato al secondo decimale.

$$M=5+2+2=9$$

$$\% \frac{9}{24} = 37,5\%$$

(2 punti)

- b) Scegliendo a caso una persona nella classe, calcolare la probabilità che la persona scelta non frequenti delle opzioni.

$$P(\text{no opzioni}) = \frac{12}{24} = 50\%$$

(2 punti)

Scegliendo una persona a caso nella classe, considerare i seguenti eventi:

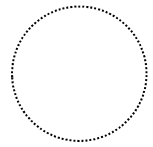
$F$  = "la persona scelta segue l'opzione francese"

$G$  = "la persona scelta segue almeno un'opzione"

- c) Calcolare  $p(F|G)$ .

$$p(F|G) = \frac{9}{12} = 75\%$$

(3 punti)



- d) Scegliendo due persone a caso nella classe calcolare la probabilità che entrambe seguano le due opzioni (sia francese che informatica).

$$p = \frac{3}{24} \cdot \frac{2}{23} = \frac{6}{552} = 1,09\%$$

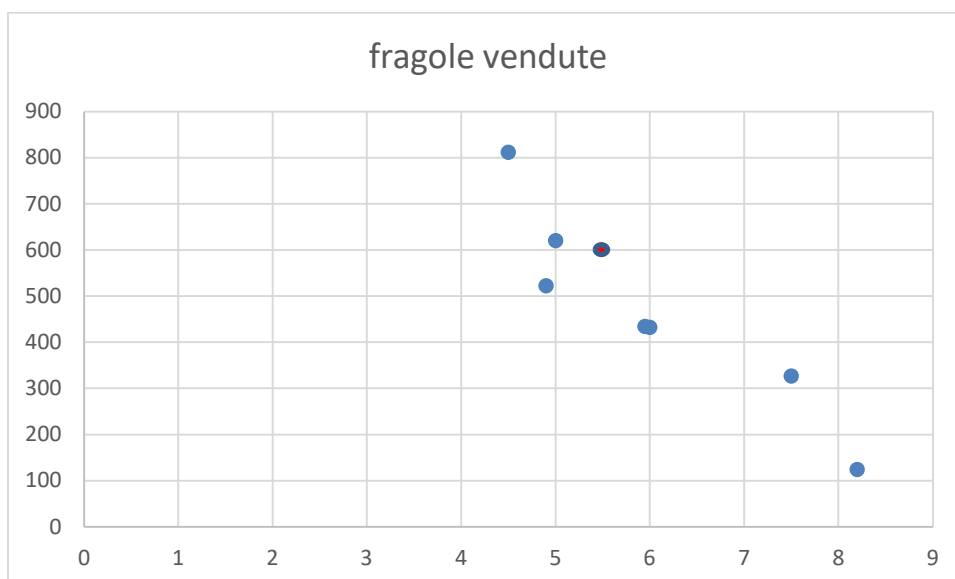
(2 punti)

### Esercizio 6 (12 punti)

In un negozio è stato rilevato il prezzo giornaliero al kg delle fragole e i quantitativi venduti.

| Prezzo<br>(in CHF) | Fragole vendute<br>(in kg) |
|--------------------|----------------------------|
| 7,50               | 327                        |
| 5,95               | 435                        |
| 5,00               | 621                        |
| 8,20               | 125                        |
| 4,50               | 812                        |
| 5,60               | 601                        |
| 4,90               | 523                        |
| 6,00               | 433                        |

- a) Qui sotto è riportato in modo parziale il grafico dei dati indicati nella tabella: un punto non è stato indicato.  
È richiesto di completare il grafico.





(2 punti)

- b) Quale tra le seguenti proposte è il coefficiente di correlazione?  
Argomentare brevemente.

|              |              |             |
|--------------|--------------|-------------|
| $r = 1$      | $r = -0,088$ | $r = -1,15$ |
| $r = -0,929$ | $r = 0,929$  | $r = -1$    |

Dal grafico si denota forte correlazione lineare negativa.

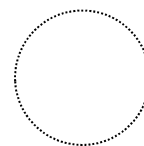
(2 punti)

- c) Quale tra le seguenti proposte è l'equazione della retta dei minimi quadrati (retta di regressione)? Argomentare in modo chiaro.

|                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| $y = 148,87x + 103$  | $y = -148,87x + 1371$ |
| $y = -148,87x + 103$ | $y = 148,87x + 1371$  |
| $y = 0,0148x + 103$  | $y = -148,87x - 1371$ |

Pendenza negativa e intercetta superiore a 800.

(3 punti)



Utilizzare nelle prossime domande la retta di regressione determinata alla domanda c).

- d) Domani le fragole avranno un prezzo azione di 3,50 CHF. Prevedere quanti kg verranno venduti.

$$y = -148,87 \cdot 3,50 + 1371 = 850 \text{ kg}$$

(2 punti)

- e) Secondo questa modellizzazione, se il negozio ha ricevuto solo 200 kg di fragole, a che prezzo gli conviene venderle? (guadagnare bene senza farne avanzare)

$$-148,87x + 1371 = 200$$

$$-148,87x = -1171$$

$$x = \frac{1171}{148} = 7,90 \text{ CHF}$$

(3 punti)