

Maturità professionale - Cantone Ticino



Esami di maturità professionale

Indirizzo sanità e socialità

Sessione 23 gennaio 2020

Matematica fondamentale

(secondo il PQ MP 2012)

SOLUZIONI

Esercizio 1

a) $328 + 82 + 41 + 5x + x + 18 + 9 + 90 = 1000$

$$6x = 1000 - 568$$

$$x = \frac{432}{6} = 72$$

Gruppo sanguigno 0: $5x + 90 = 5 \cdot 72 + 90 = 450$

(2 punti)

b)

i) $\frac{x+2}{2} - \frac{7-x}{3} = 1 - \frac{(x-4)^2}{9}$

$$\frac{9 \cdot (x+2) - 6 \cdot (7-x)}{18} = \frac{18 - 2 \cdot (x-4)^2}{18}$$

$$9x + 18 - 42 + 6x = 18 - 2(x^2 - 8x + 16)$$

$$15x - 24 = 18 - 2x^2 + 16x - 32$$

$$2x^2 - x - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 81$$

$$x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{1 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{1-9}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$S = \left\{-2; \frac{5}{2}\right\}$$

(2 punti)

ii) $4^{x+2} \cdot 2^{3-x} = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{8^x}$

$$2^{2 \cdot (x+2)} \cdot 2^{3-x} = 2^{-4} \cdot 2^{\frac{3}{2}x}$$

$$2^{2x+4+3-x} = 2^{-4+\frac{3}{2}x}$$

$$2^{x+7} = 2^{-4+\frac{3}{2}x}$$

$$x + 7 = -4 + \frac{3}{2}x$$

$$\frac{2x + 14}{2} = \frac{-8 + 3x}{2}$$

$$2x - 3x = -8 - 14$$

$$-x = -22$$

$$x = 22$$

$$S = \{22\}$$

(2 punti)

iii) $\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ \frac{x-3}{2} - 1 = 3y + 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ \frac{x}{2} - 3y = 2 + 1 + \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ \frac{x}{2} - 3y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ \frac{x}{2} - 3y = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$2x - \frac{1}{2}x = 8 - \frac{9}{2}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{7}{2}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$2x - 3y = 8$$

$$2 \cdot \frac{7}{3} - 3y = 8$$

$$y = -\frac{10}{9} \quad S = \left\{ \left(\frac{7}{3}; -\frac{10}{9} \right) \right\} \quad (2 \text{ punti})$$

c) $2 \cdot \log_a(3) + \log_a(100) = 2$ C.E.: $a > 0$ e $a \neq 1$

$$\log_a(3^2 \cdot 100) = 2$$

$$a^2 = 900$$

$$a = \pm \sqrt{900} = \pm 30$$

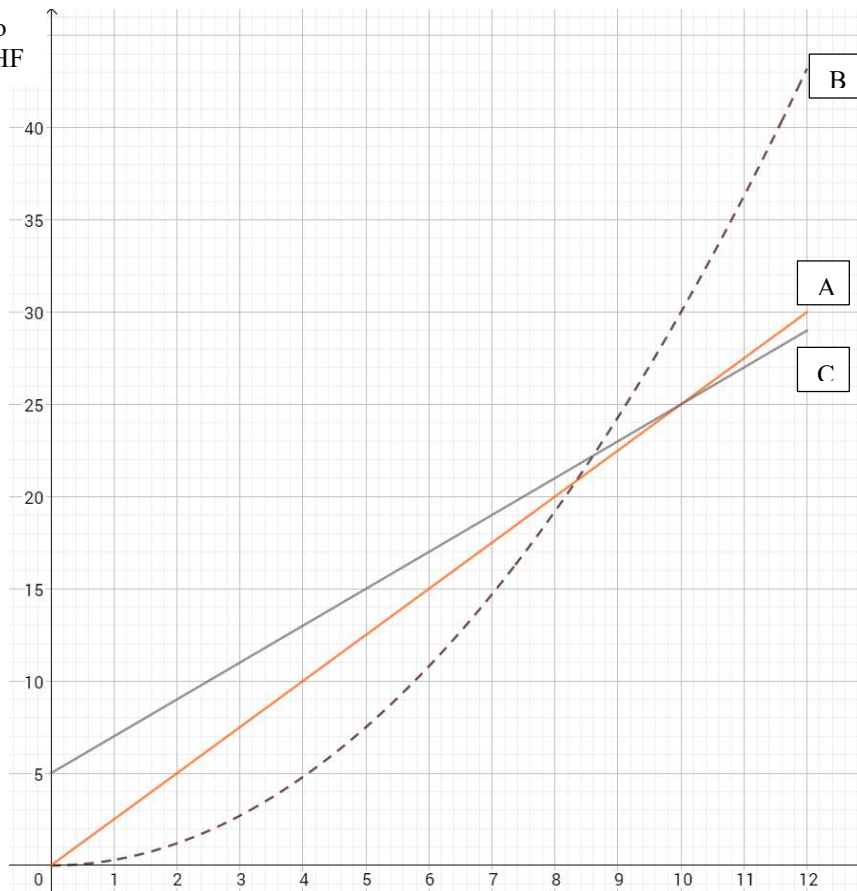
$$a = 30$$

(2 punti)

Esercizio 2 (10 punti)

a)

Costo
in CHF



Durata in ore

Tariffario A: $y = 2,50 \cdot t$ (1 punto equazione, 1 punto rappresentazione)

b) Tariffario C: $y = 2 \cdot t + 5$ (2 punti)

- c) È più vantaggioso con il tariffario B. (1 punto)

Con $t = 3$ ore l'importo da pagare è di $y = 0,3 \cdot 3^2 = 2,70$ CHF

(1 punto)

d)

- i) Con il tariffario B si può parcheggiare più a lungo. (1 punto)

ii) Tariffa B $0,3 \cdot t^2 = 20$, $t = \sqrt{\frac{200}{0,3}} \cong 8,16 \text{ h}$ (circa 8 h e 10 min)

(1 punto)

e) $2,50x = 2x + 5 \quad A \cap B$

$0,50x = 5$

$x = 10$

$0,3 \cdot x^2 = 2,50x \quad A \cap C$

$0,3 \cdot x^2 - 2,50x = 0$

$x \cdot (0,3x - 2,50) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 2,50 : 0,3 = 8, \bar{3}$

La tariffa A è più conveniente quando $t \in]8, \bar{3}; 10[$ ore, $t \in]8 \text{ ore } 20 \text{ min}; 10 \text{ ore}[$

(2 punti)

Esercizio 3 (10 punti)

a)

La funzione è:	<ul style="list-style-type: none"> • Crescente oppure <ul style="list-style-type: none"> • decrescente 	<ul style="list-style-type: none"> • esponenziale oppure <ul style="list-style-type: none"> • logaritmica
N°1	Decrescente	esponenziale
N°2	Crescente	logaritmica
N°3	Decrescente	logaritmica
N°4	Crescente	esponenziale

(2 punti)

b)

Funzione	N°	Motivazione
$f: y = \left(\frac{2}{3}\right)^{(x+1)} - 5$	1	Funzione esponenziale Curva decrescente e passante per il punto $\left(0; -\frac{13}{3}\right)$

$g: y = \left(\frac{3}{2}\right)^{(x+1)} - 5$	4	Funzione esponenziale Curva crescente e passante per il punto $\left(0; -\frac{7}{2}\right)$
$h: y = \log_{10}(x+2) + 3$	2	Funzione logaritmica Curva crescente e passante per il punto $(0; 3,3)$
$i: y = \log_{\frac{1}{10}}(x-2) + 2$	3	Funzione logaritmica Curva decrescente e passante per il punto $(3; 2)$

(2 punti)

c) $h: y = \log(x+2) + 3$

$$A(98; y_A) \quad y = \log(98+2) + 3 = \log(100) + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$A(98; 5)$$

(2 punti)

d) $i: y = \log_{\frac{1}{10}}(x-2) + 2$

$$B(x_B; -1) \quad -1 = \log_{\frac{1}{10}}(x-2) + 2$$

$$-1 - 2 = \log_{\frac{1}{10}}(x-2)$$

$$(x-2) = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3}$$

$$x = 1000 + 2 = 1002$$

$$B(1002; -1)$$

(2 punti)

e) $j(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x - 1$

$j(x) = \frac{2^x - 4}{4}$	$j(x) = 2^{x-2} - 1$	$j(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$	$j(x) = 4^{-x} - 1$
<u>Vero</u> Falso	<u>Vero</u> Falso	Vero <u>Falso</u>	Vero <u>Falso</u>

(2 punti)

Esercizio 4 (10 punti)

a) (1 punto)

prezzo in CHF	15	18	19	20	22	23	25	25	26	27	28	28	29	29	29
------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

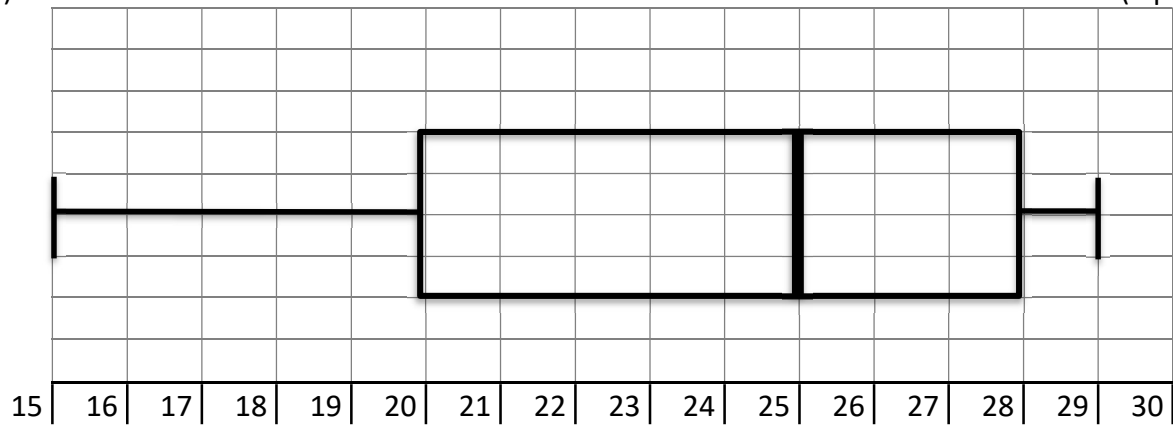
b) $Q_1=20$ CHF $Q_2=25$ CHF $Q_3=28$ CHF (2 punti)

c) i) Moda: 29.- CHF (1 punto)

ii) Media: $\bar{x} = \frac{15 + \dots + 29}{15} = \frac{363}{15} = 24,20 \text{ CHF}$ (2 punti)

d) $[19; 28] \quad \frac{10}{15} \cong 66,67\%$ (1 punto)

e) (1 punto)



f) $\bar{x} = 24,20 \quad \sigma = 4,5 \quad z = 1,96 \quad n = 15$

$$\mu \in [\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

$$\left[24,20 - 1,96 \cdot \frac{4,5}{\sqrt{15}}; 24,20 + 1,96 \cdot \frac{4,5}{\sqrt{15}} \right]$$

L'intervallo di confidenza al 95% per la media è $\mu \in [21,92; 26,48]$

(2 punti)

Esercizio 5 (10 punti)

a) (1 punto)

	Piccoli	Medi	Grandi	Tot
Maestra Ilaria	8	10	6	24
Maestra Paola	3	7	10	20
Totale	11	17	16	44

b) $P = 1 - \frac{11}{44} = 1 - \frac{1}{4} = 75\%$ (2 punti)

c) $P(A) = \frac{16}{44} = \frac{4}{11} \cong 36,36\%$ (0,5 punti)

$$P(A|B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 50\% \quad (1.5 \text{ punti})$$

d) NO $P(A) \neq P(A|B)$ (1 punto)

e) $P(P) = \frac{1}{11} \cong 9,09\%$ (2 punti)

$$P(M) = \frac{1}{17} \cong 5,88\%$$

$$P(G) = \frac{1}{16} \cong 6,25\%$$

I piccoli hanno la maggior probabilità di ricevere il premio

f) $P = \frac{24}{44} \cdot \frac{23}{43} + \frac{20}{44} \cdot \frac{19}{43} = \frac{138}{473} + \frac{95}{473} = \frac{233}{473} \cong 49,26\%$ (2 punti)

Esercizio 6 (10 punti)

a) punteggio minimo: 1 punteggio massimo: 8 (1 punto)

b) La moda è di 7 punti. (1 punto)

c) (2 punti)

	SI/NO	Perché...
$r = -0,92$	NO	r deve essere positivo
$r = 0,28$	NO	r deve essere più forte
$r = 0,92$	SI	r forte e positivo

d) (2 punti)

	SI/NO	Perché...
$y = 2x + 1,19$	NO	La pendenza non è corretta. Se $x=10$, $y=21,19$
$y = 0,49x + 1,19$	SI	Pendenza ed ordinata all'origine corrette Se $x=10$, $y=6,09$
$y = -0,49x + 1,19$	NO	La pendenza della retta deve essere positiva

e) $x = 14$, $y = 0,49x + 1,19 = 0,49 \cdot 14 + 1,19 = 8,05 \cong 8,0$ (2 punti)

f) 1 3,5 4 4 6 6,5 7 7 7 8

Punteggio mediano: $\frac{6+6,5}{2} = 6,25$

(2 punti)