

Esami di maturità professionale
Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Sessione 14 giugno 2018

Matematica specifica

con strumenti ausiliari
(secondo il PQ MP 2012)

Dati personali

Istituto scolastico:

Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

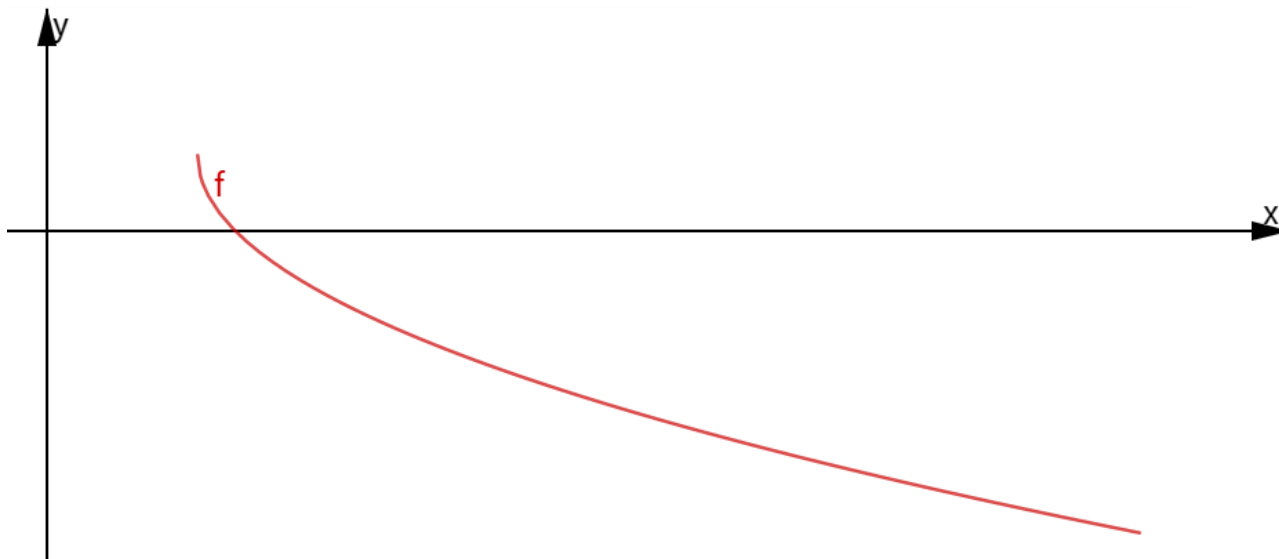
- La durata dell'esame è di **90 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice grafica. L'uso del cellulare non è consentito.
- È permesso consultare il formulario, senza esempi o esercizi risolti.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, calcolatrice, ecc.).
- Risolvere gli esercizi sui fogli a parte in modo chiaro e comprensibile, supportati dai relativi calcoli o ragionamenti.
- La Direttiva della DFP definisce la scala delle note.

| Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Totale con strumenti | Totale senza strumenti | Totale complessivo |
|-------------------|---|---|---|---|---|----------------------------|------------------------------|-----------------------|
| Punti massimi | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 35 | 35 | 70 |
| Punti ottenuti | | | | | | | | |
| | | | | | | | Nota | |



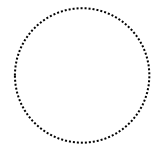
Esercizio 1 (7 punti)

È data la funzione $f: [4; 29] \rightarrow Im_f$, $x \mapsto f(x) = -\sqrt{x-4} + 1$.



(il grafico di f è indicativo)

- a) Determinare l'insieme delle immagini Im_f . (2 punti)
- b) Determinare il/i punto/i di intersezione tra la funzione f e la retta di equazione $g(x) = -2$ (2 punti)
- c) La funzione f è invertibile. Esprimere la funzione f^{-1} . (2 punti)
- d) La funzione h è definita nel seguente modo :
 $h(x) = f(x+4)$.
Qual è il dominio di h ? (1 punto)



Esercizio 2 (7 punti)

Sono date le seguenti funzioni:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto y = 2x^3 - 18x$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto y = 8(x^2 - 4x + 3)(x - b), \quad \text{con } b \in \mathbb{R}.$$

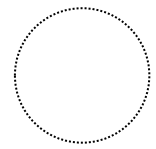
a) Determinare tutte le intersezioni tra f e gli assi cartesiani. (2 punti)

b) Sapendo che $f(2) = h(2)$, determinare b . (2 punti)

Chi non ha trovato la risposta precedente utilizzi in seguito: $b = -\frac{1}{2}$

c) Qual è il segno della funzione h nell'intervallo $\left]-\frac{1}{2}; 1\right[$? (1 punto)

d) Trovare i punti d'intersezione tra f e h . (2 punti)



Esercizio 3 (7 punti)

Una popolazione di *Bifidobacteria* presente in un vasetto di yoghurt raddoppia ogni 3 ore e la sua crescita può essere espressa dalla legge:

$$N_B(t) = 100 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$$

$N_B(t)$: *numero di batteri Bifidobacteria in funzione del tempo*

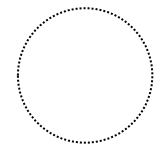
t : *tempo in ore*

È richiesto:

- a) Quanti batteri erano presenti inizialmente, al tempo $t = 0$ h, nel vasetto di yogurt? (1 punto)
- b) Dopo quante ore la popolazione di *Bifidobacteria* sarà 100 volte la popolazione iniziale? (2 punti)

Per un esperimento vengono preparate due colture di batteri di *Bifidobacteria*, entrambe di 100 unità, ma a degli istanti differenti:

- la prima immediatamente, dunque all'istante $t_1 = 0$ h,
 - la seconda all'istante $t_2 = 3$ h
-
- c) Da quanti batteri sarà composta la popolazione complessiva delle due colture dopo 6 h? (2 punti)
 - d) Dopo quanto tempo la popolazione complessiva delle due colture sarà composta da 1'200 batteri? (2 punti)



Esercizio 4 (7 punti)

In una discoteca sono posti due faretti nei punti A e B e una strobosfera attaccata al soffitto, con centro nel punto C.

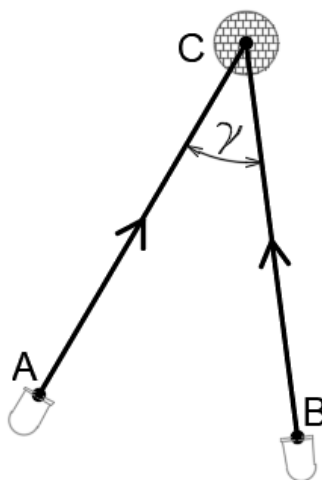
I due faretti puntano verso il centro della sfera (vedi immagine sottostante non in scala).

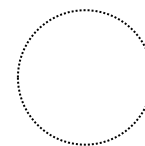
Si conoscono, secondo una base ortonormata, le coordinate dei seguenti punti:

$$A(1; 2; 0); B(6; 0; 2); C(4; 10; 6).$$

Domande:

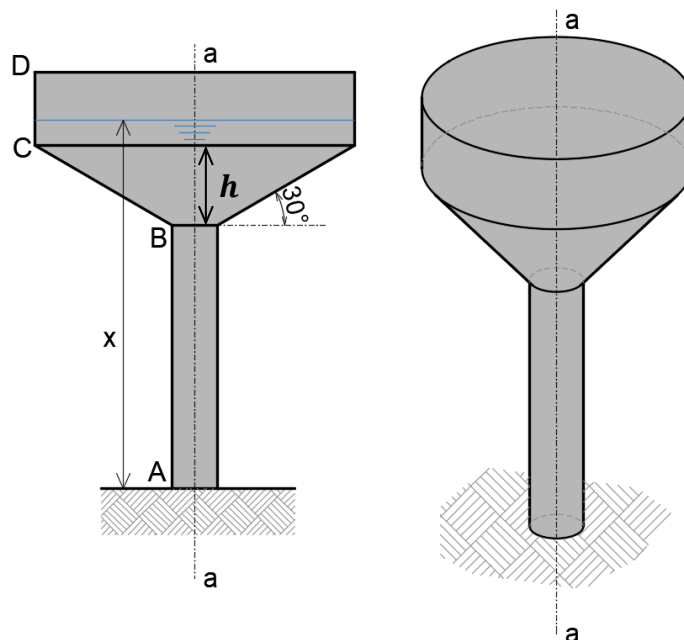
- a) Quale dei due faretti è più vicino alla sfera? (2 punti)
- b) Calcolare l'ampiezza dell'angolo γ tra i due fasci luminosi. (2 punti)
- c) Calcolare l'area del triangolo ABC. (2 punti)
- d) Determinare la retta vettoriale \vec{r}_A che rappresenti il fascio di luce emesso dal faretto in A verso C. (1 punto)





Esercizio 5 (7 punti)

In figura è mostrato un serbatoio dell'acqua utilizzato nelle zone pianeggianti per accumulare l'acqua con cui servire la rete idrica.



L'acqua può riempire i seguenti volumi:

- Cilindro inferiore di altezza $\overline{AB} = 24,00 \text{ m}$ e di raggio $1,50 \text{ m}$;
- Tronco di cono rovesciato;
- Cilindro superiore di altezza $\overline{CD} = 6,00 \text{ m}$ e di raggio $16,00 \text{ m}$;

Si chiede di:

- a) Calcolare l'altezza h del tronco di cono. (1 punto)

Nel caso non si sia determinata l'altezza del tronco di cono utilizzare nei prossimi esercizi $h = 8,37 \text{ m}$

- b) Calcolare la superficie laterale S_{lat} e la superficie superiore S_{sup} del serbatoio. (2 punti)
- c) Calcolare la capienza massima V di acqua che può contenere il serbatoio (filo superiore del cilindro). (2 punti)
- d) Calcolare il livello x raggiunto dall'acqua nel caso in cui nel serbatoio sono presenti $5000,00 \text{ m}^3$ di acqua. (2 punti)