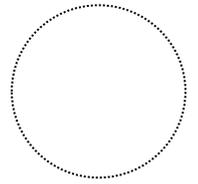


Maturità professionale - Cantone Ticino



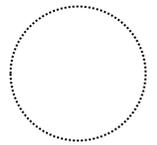
**Esami di maturità professionale
Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita**

Sessione 14 giugno 2018

Matematica specifica

(secondo il PQ MP 2012)

**Soluzione dell'esame:
Matematica specifica,
senza strumenti ausiliari**



Esercizio 1 (7 punti)

a) $\underline{\underline{x = -3}}$

(1 punto)

b) $\log_2\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{8}\right) = -3 \Leftrightarrow 2^{-3} = \frac{\sqrt[3]{x}}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{8} = \frac{\sqrt[3]{x}}{8} \Leftrightarrow 1 = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow x = 1$

(2 punti)

c) $\sqrt[2]{a^{3x-1}} = \sqrt[3]{a^{x+2}}$

$$a^{\frac{3x-1}{2}} = a^{\frac{x+2}{3}}$$

$$\frac{3x-1}{2} = \frac{x+2}{3}$$

$$3(3x-1) = 2(x+2)$$

$$9x-3 = 2x+4$$

$$7x = 7$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

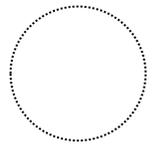
(2 punti)

d) $\Delta S = k \cdot \ln((2b)^m) - k \cdot \ln(b^m) = k \cdot m \cdot \ln(2b) - k \cdot m \cdot \ln(b)$

$$= k \cdot m \cdot (\ln(2) + \ln(b)) - k \cdot m \cdot \ln(b)$$

$$\underline{\underline{= \ln(2) \cdot k \cdot m}}$$

(2 punti)



Esercizio 2 (7 punti)

a)

$$Z_f = \{-1; 1; 4\}$$

(1 punto)

b) Tre tra le seguenti leggi è quella di f .

(1,5 punti)

$$f_2(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 4)$$

$$f_4(x) = -(1 - x^2)(x - 4)$$

$$f_5(x) = (1 - x^2)(4 - x)$$

c) *Valore approssimati:*

(1,5 punti)

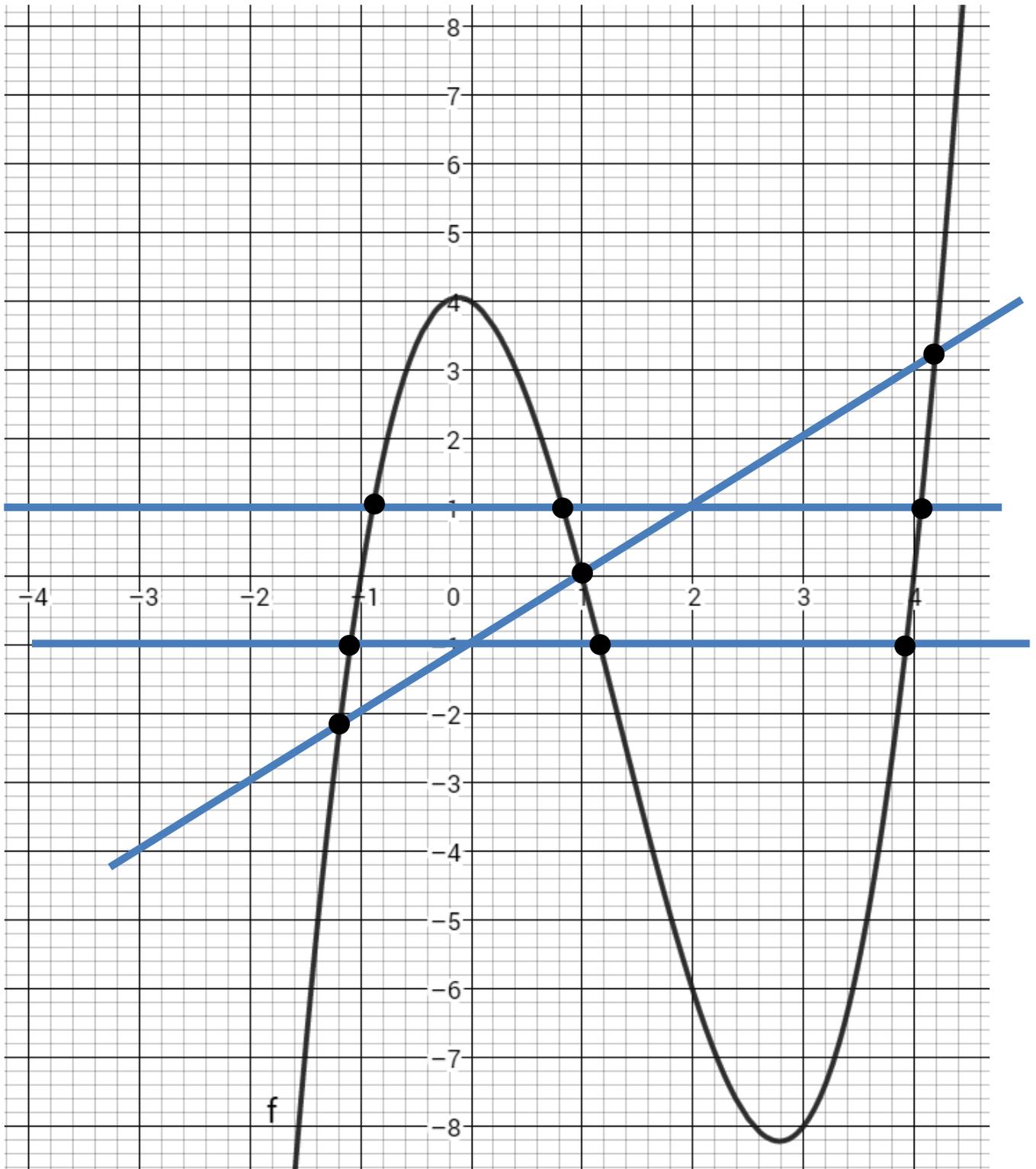
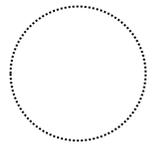
$$I_1(-1,2; -2,2); I_2(1; 0); I_3(4,2; 3,2)$$

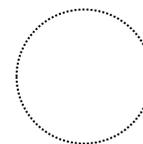
d) $S \simeq]-1,1; -0,9[\cup]0,85; 1,15[\cup]3,95; 4,05[$

(2 punti)

e) $f(x) \geq 0$

(1 punto)





Esercizio 3 (7 punti)

$$g: y = \log_{100}(1 + 2x) + \log_{100}(3x - 1)$$

$$f: y = \log_{100}(7x - 1)$$

a) *Intersezione di f con gli assi cartesiani* (2 punti)

con l'asse y non c'è l'intersezione, $f(0) \notin \mathbb{R}$;

con l'asse x: $\log_{100}(7x - 1) = 0 \Leftrightarrow 7x - 1 = 100^0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}$; quindi $I_x \left(\frac{2}{7}; 0 \right)$

b) *Dominio di g(x):* $x \in]\frac{1}{3}, +\infty[$ (2 punti)

c) *Intersezioni tra f e g:*

Il dominio dell'equazione è $] \frac{1}{3}, +\infty[$

$$\log_{100}(7x - 1) = \log_{100}(1 + 2x) + \log_{100}(3x - 1)$$

$$7x - 1 = (1 + 2x) \cdot (3x - 1)$$

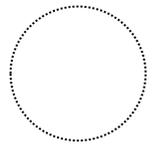
$$7x - 1 = 3x - 1 + 6x^2 - 2x$$

$$0 = 6x^2 - 6x$$

$$0 = 6x(x - 1)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1 \quad \Rightarrow S = \{1\} \quad (2 \text{ punti})$$

e) Il grafico è cercato è il b. Il dominio esclude la possibilità c) inoltre la funzione f è crescente (composizione di funzioni crescenti). (1 punto)



Esercizio 4 (7 punti)

a)

$$|x - 5| = 6x$$

$$|x - 5| = 6x$$

$$x - 5 = 6x, x - 5 \geq 0$$

$$-(x - 5) - 6x = 0 \quad x - 5 < 0$$

$$x = \frac{5}{7} \text{ per } x < 5$$

$$x = -1 \text{ per } x \geq 5$$

$$S = \left\{ \frac{5}{7} \right\}$$

(2 punti)

b)

$$\sqrt{x^2 + 16} = 2x - 4$$

Dominio dell'equazione : $2x - 4 \geq 0$ quindi $D_{eq} = [2; \infty[$

$$x^2 + 16 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$x^2 = 4x^2 - 16x$$

$$x^2 - 4x^2 + 16x = 0$$

$$-3x^2 + 16x = 0$$

$$-x(3x - 16) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{16}{3} \quad \Rightarrow S = \left\{ \frac{16}{3} \right\}$$

(2,5 punti)

c) $(x^2 + 3x + 2)^2 + 12 = 8(x^2 + 3x + 2)$

$$(x^2 + 3x + 2)^2 - 8(x^2 + 3x + 2) + 12 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0 \quad \text{dove } t_1 = 6, t_2 = 2$$

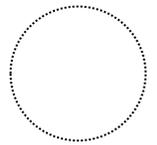
$$x^2 + 3x + 2 = 6$$

$$x^2 + 3x + 2 = 2$$

$$x_1 = 1, x_2 = -4, x_3 = 0, x_4 = -3$$

$$S = \{-4; -3; 0; 1\}$$

(2,5 punti)



Esercizio 5 (7 punti)

a) $\begin{pmatrix} -3 \\ -15 \\ 12 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -3 \Rightarrow SI$ (1 punto)

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = 2 \\ \lambda = 1 \end{cases} \Rightarrow NO$ (2 punti)

c) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ z-3 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Rightarrow 8 + 0 - 4z + 12 = 0 \Rightarrow z = 5$

(2 punti)

d) $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ E(4;4;0)

$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix} + \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -\frac{25}{2} \end{pmatrix}$ F(5;1; - $\frac{25}{2}$) (2 punti)