

Esame di maturità professionale

Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Materia: **Matematica specifica** (PQ MP 2012)

Parte con strumenti ausiliari

Sessione del: 15 giugno 2021

Dati personali

Istituto scolastico:

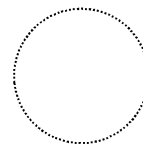
Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

- La durata della parte dell'esame con strumenti ausiliari è di **90 minuti**.
- L'uso del cellulare non è consentito. Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, ecc.).
- È ammesso l'uso della calcolatrice grafica CAS. È permesso consultare il formulario, senza esempi o esercizi risolti.
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo in modo chiaro e comprensibile, in penna, supportati dai relativi calcoli e/o ragionamenti. Laddove è precisato **[CAS]** significa che la soluzione/ risultato può essere ripreso direttamente dalla calcolatrice.
- La nota è calcolata considerando la somma dei punteggi della parte senza strumenti ausiliari (al massimo 35 punti) e con strumenti ausiliari (al massimo 35 punti).
- La nota **6** è assegnata con **66,5 punti**, la nota **4** è assegnata con **38,5 punti**.

Esercizio	6	7	8	9	10	Totale « con strumenti »	Totale da riportare sulla copertina della parte “senza strumenti ausiliari”.
Punti massimi	7	7	7	7	7	35	
Punti ottenuti							



Esercizio 6 (7 punti)

È data la funzione $f: D_f \rightarrow Im_f$, con $f(x) = 3 - \sqrt{2x + 2}$.

Mostrare tutti i passaggi necessari nelle seguenti domande:

a) Calcolare il dominio D_f della funzione f . (1 punto)

b) Calcolare le coordinate degli eventuali punti d'intersezione di f con la funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 6 - x$ (2 punti)

c) Calcolare le eventuali controimmagini di 2 e di 4 di f . (1 punto)

d) Calcolare la legge della funzione f^{-1} inversa della funzione f . (2 punti)

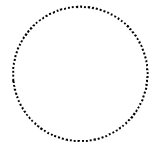
e) Quale dei seguenti intervalli rappresenta il dominio della funzione f^{-1} ? (Giustificare la scelta). (1 punto)

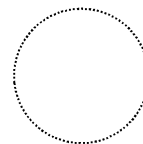
$$D_1 = \mathbb{R}$$

$$D_2 = [3; +\infty[$$

$$D_3 =]-\infty; 3]$$

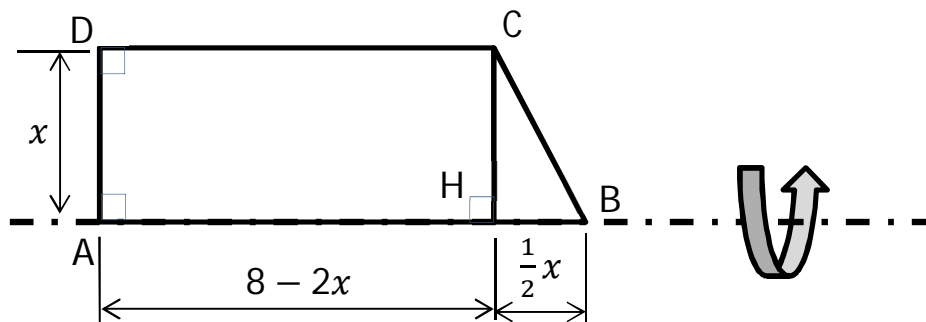






Esercizio 7 (7 punti)

Il sottostante trapezio rettangolo ABCD viene fatto ruotare attorno alla sua base maggiore. In questo modo si genera un solido di volume V composto da un cilindro e un cono.

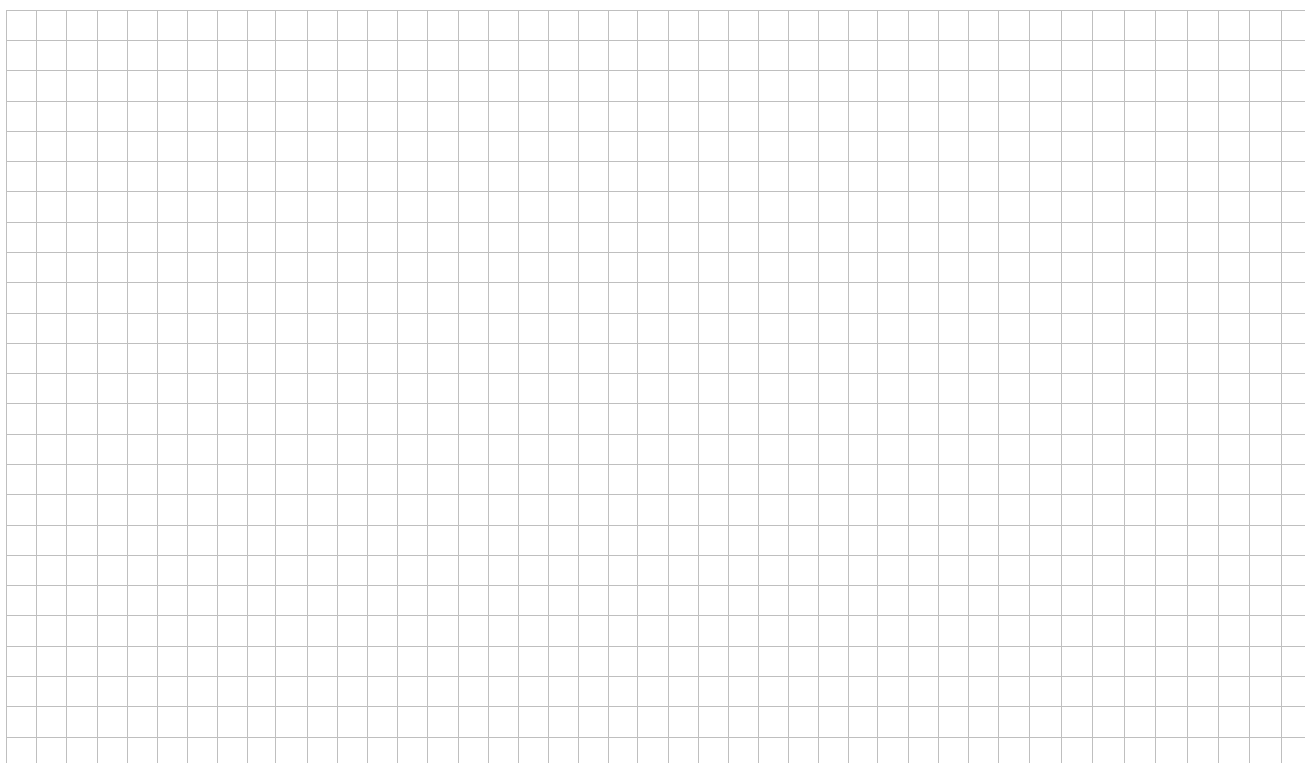


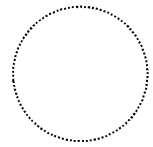
(Considerare le dimensioni in centimetri)

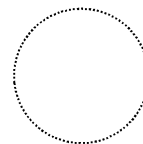
- Specificare con un intervallo quali valori può assumere x . (1 punto)
- Calcolare il volume V del solido se $x = 3 \text{ cm}$. (2 punti)
- Determinare il volume $V(x)$ del solido in funzione di x . (2 punti)

Per il prossimo esercizio utilizzare : $V(x) = -\frac{11}{6} \cdot \pi \cdot x^3 + 8 \cdot \pi \cdot x^2$

- [CAS] Per quale valore di x , il volume V del solido è massimale? (2 punti)







Esercizio 8 (7 punti)

Un gruppo di studenti di Zurigo organizza una manifestazione per il clima e decide di promuoverla pubblicando un video.

La funzione che descrive il numero di visualizzazioni del video è

$$V_Z(t) = 20 \cdot 1,3^t$$

dove t è il tempo espresso in giorni e $V(t)$ è il numero di visualizzazioni dopo t giorni ($t=0$ corrisponde all'istante in cui è stato pubblicato il video).

Domande:

- a) Qual è il numero di visualizzazioni del video dopo 20 giorni? (1 punto)
- b) Qual è la percentuale di crescita giornaliera del numero di visualizzazioni? (1 punto)
- c) Dopo quanti giorni il numero di visualizzazioni sarà 1'000 volte quello iniziale? (2 punti)

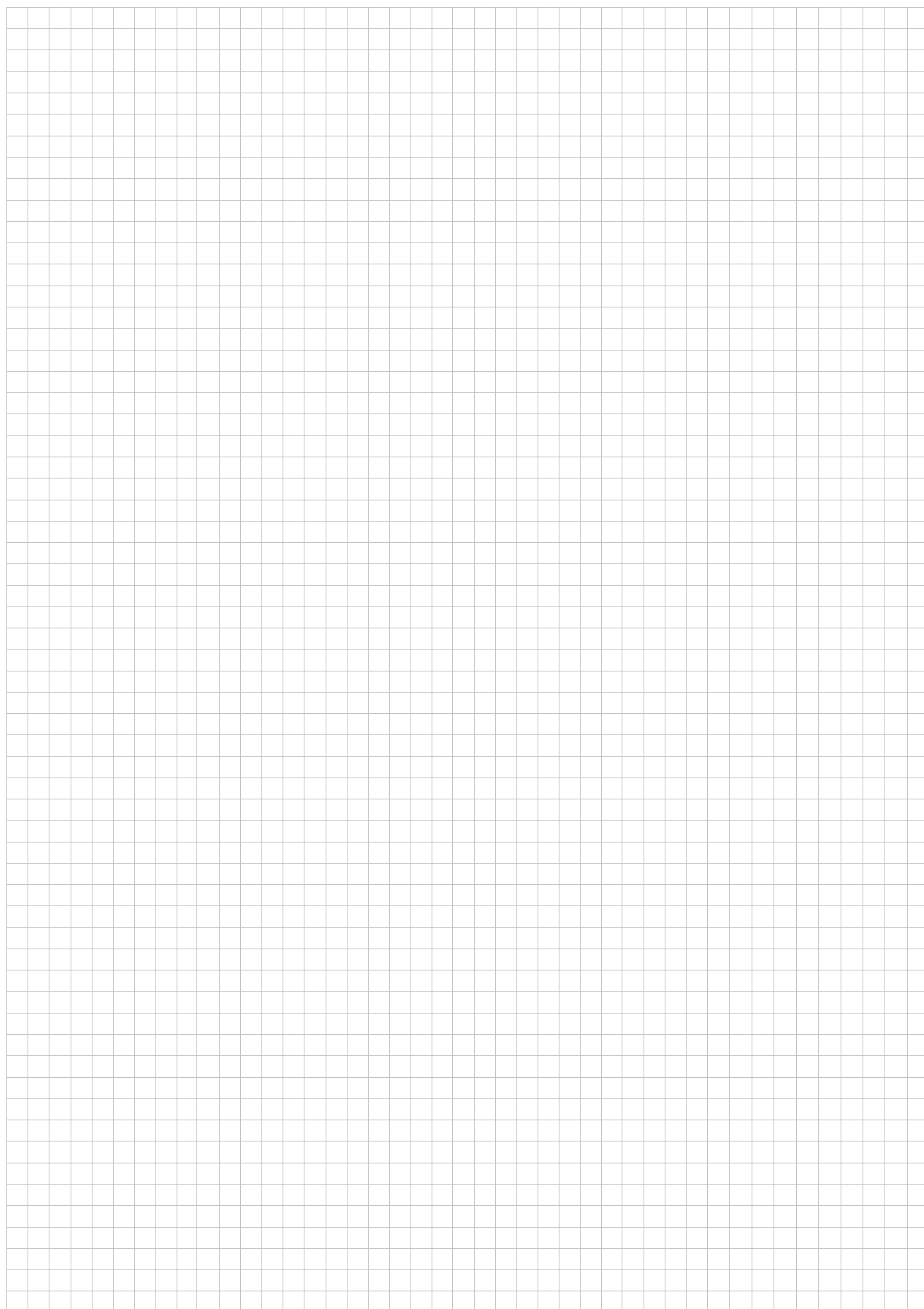
A Losanna c'è un altro gruppo di studenti che contemporaneamente pubblica un altro video, il numero di visualizzazioni è dato da $V_L(t) = C \cdot 1,3^{2 \cdot t}$

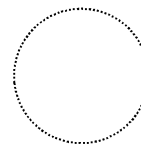
- d) Dopo 14 giorni, il video di Losanna è stato visualizzato 6200 volte. Calcolare il valore di C . (1 punto)

Per la prossima domanda utilizzare $C = 4$.

- e) Dopo quanti giorni dalla diffusione dei video di Zurigo e Losanna il numero di visualizzazioni complessivo dei due filmati raggiungerà le 60'000 visualizzazioni? (2 punti)







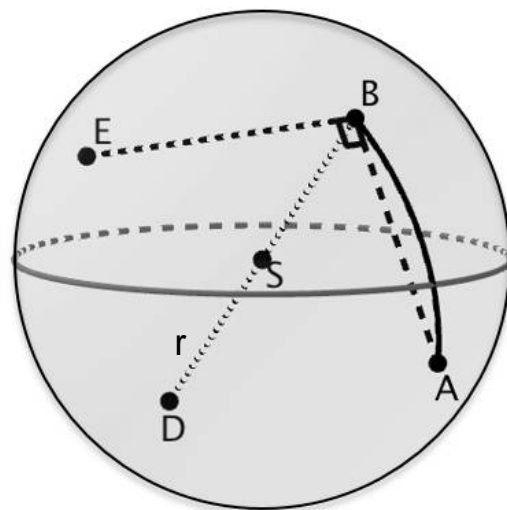
Esercizio 9 (7 punti)

È data una sfera di centro $S(3; -1; 2)$.

I punti $A(1; 1; 1)$, $B(2; 1; 4)$, D e E sono posti sulla superficie della sfera.

Osservazioni:

- tutte le unità sono espresse in centimetri;
- il disegno è indicativo.

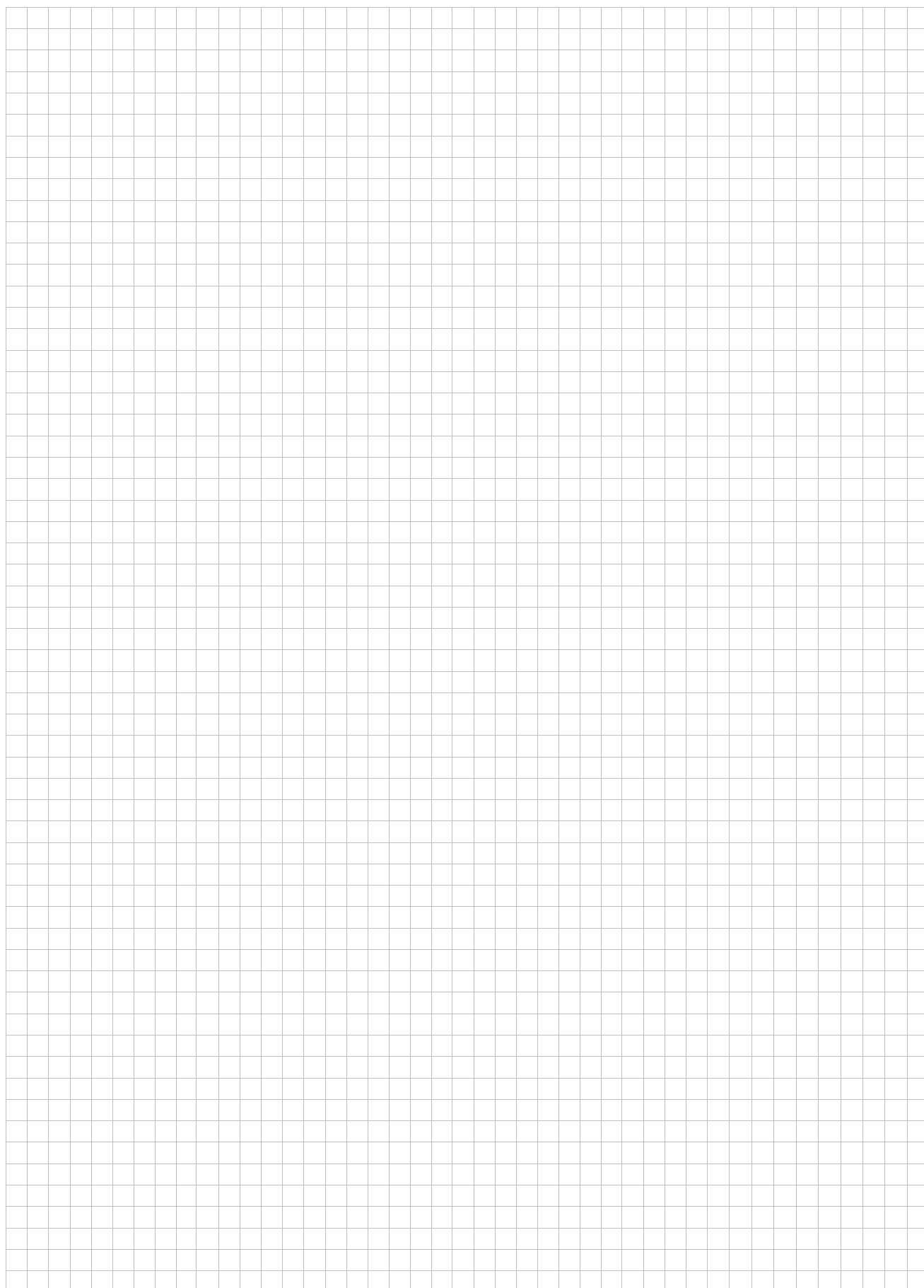


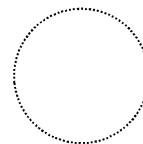
- Calcolare le coordinate del punto D , che è il simmetrico di B rispetto a S . (1 punto)
- Calcolare la coordinata mancante x di $E(x; -3; 3)$, sapendo che l'angolo $\widehat{ABE} = 90^\circ$. (1,5 punti)
- Calcolare il raggio r della sfera in centimetri. (1 punto)

Per le prossime domande considerare $r = 3 \text{ cm}$.

- Calcolare la coordinata mancante z del punto $C(2; 1; z)$ (non indicato nella figura), anch'esso posto sulla superficie della sfera, ma distinto da B . (1,5 punti)
- Calcolare la lunghezza dell'arco AB . (2 punti)





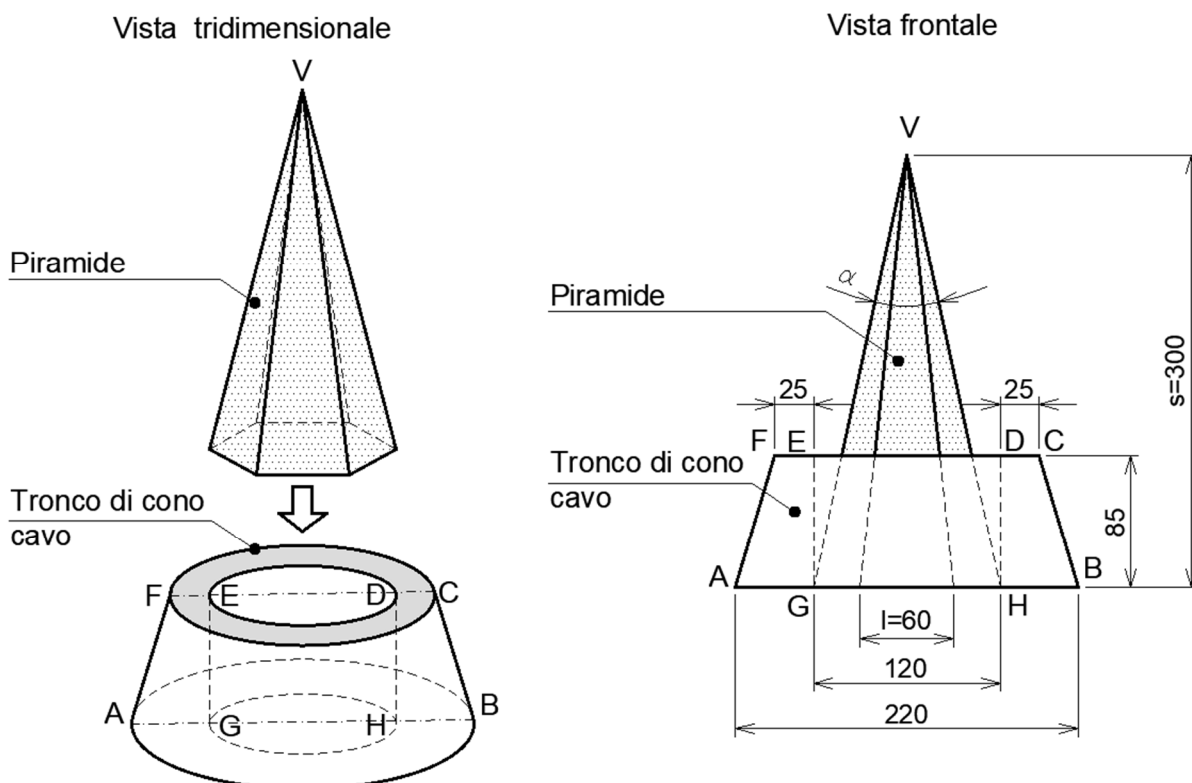


Esercizio 10 (7 punti)

Un noto artista ha progettato la seguente scultura composta da:

- Una piramide regolare, in legno, di altezza $s = 300$ cm e base esagonale di lato $l = 60$ cm.
- Un tronco di cono in granito (le dimensioni conosciute sono indicate nel disegno) con un foro cilindrico passante di diametro $\overline{GH} = \overline{ED} = 120$ cm;

L'esagono della base della piramide è inscritto nel cerchio della parte cava.



Osservazioni:

- il disegno non è in scala, le misure sono in cm;
- per tutti i calcoli arrotondare i risultati finali a 2 cifre dopo la virgola.

Per la piramide in legno è chiesto di:

- Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\alpha = \widehat{GVH}$. (1,5 punti)
- Determinare l'area laterale A_{lat} , in dm^2 da conoscere per la verniciatura con resine protettive. (2 punti)

Per il tronco di cono cavo in granito è chiesto di:

- Determinare il volume V_1 in m^3 . (2 punti)



Per la prossima domanda utilizzare $V_1 = 1,59 \text{ m}^3$

- d)** Determinare il volume V_2 , in cm^3 del modellino, in scala 1:5, realizzato prima di eseguire la scultura. (1,5 punti)



