

Esame di maturità professionale

Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Materia: **Matematica specifica** (PQ MP 2012)

Parte senza strumenti ausiliari

Sessione del 15 giugno 2021

Dati personali

Istituto scolastico:

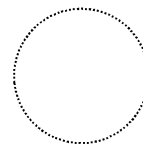
Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

- La durata della parte dell'esame senza strumenti ausiliari è di **90 minuti**.
- Non è ammesso l'uso della calcolatrice. L'uso del cellulare è proibito.
- Non è permesso consultare un formulario.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, ecc.).
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo in modo chiaro e comprensibile, in penna, supportati dai relativi calcoli e/o ragionamenti.
- La nota è calcolata considerando la somma dei punteggi della parte senza strumenti ausiliari (al massimo 35 punti) e con strumenti ausiliari (al massimo 35 punti).
- La nota **6** è assegnata con **66,5 punti**, la nota **4** è assegnata con **38,5 punti**.

Esercizio	1	2	3	4	5	Totale « senza strumenti »	Totale « con strumenti »	Totale complessivo
Punti massimi	7	7	7	7	7	35	35	70
Punti ottenuti								
							Nota	



Esercizio 1 (7 punti)

Eseguire quanto indicato nelle varie domande.

a) Calcolare il valore della seguente espressione: (2 punti)

$$3^3 \cdot (3^{2m})^2 - \sqrt[3]{\frac{1}{27}} \cdot 81^{m+1} =$$

b) Calcolare i valori di b e x (considerare $b > 1$ e $x > 1$): (2,5 punti)

i) $\log_5(2b) - 2 \cdot \log_5(b) = -1$

ii) $\log_2(\log_{10}(x)) = \log_9(81)$

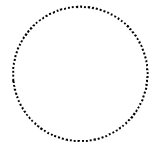
c) È data la legge della funzione esponenziale f : (2,5 punti)

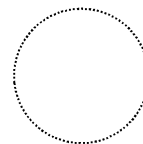
$$f(x) = A \cdot 4^{\frac{b}{x}}$$

Si chiede di determinare i valori di A e b affinché siano verificate le due condizioni seguenti:

$$f(3) = 20$$

$$f(6) = 10$$





Esercizio 2 (7 punti)

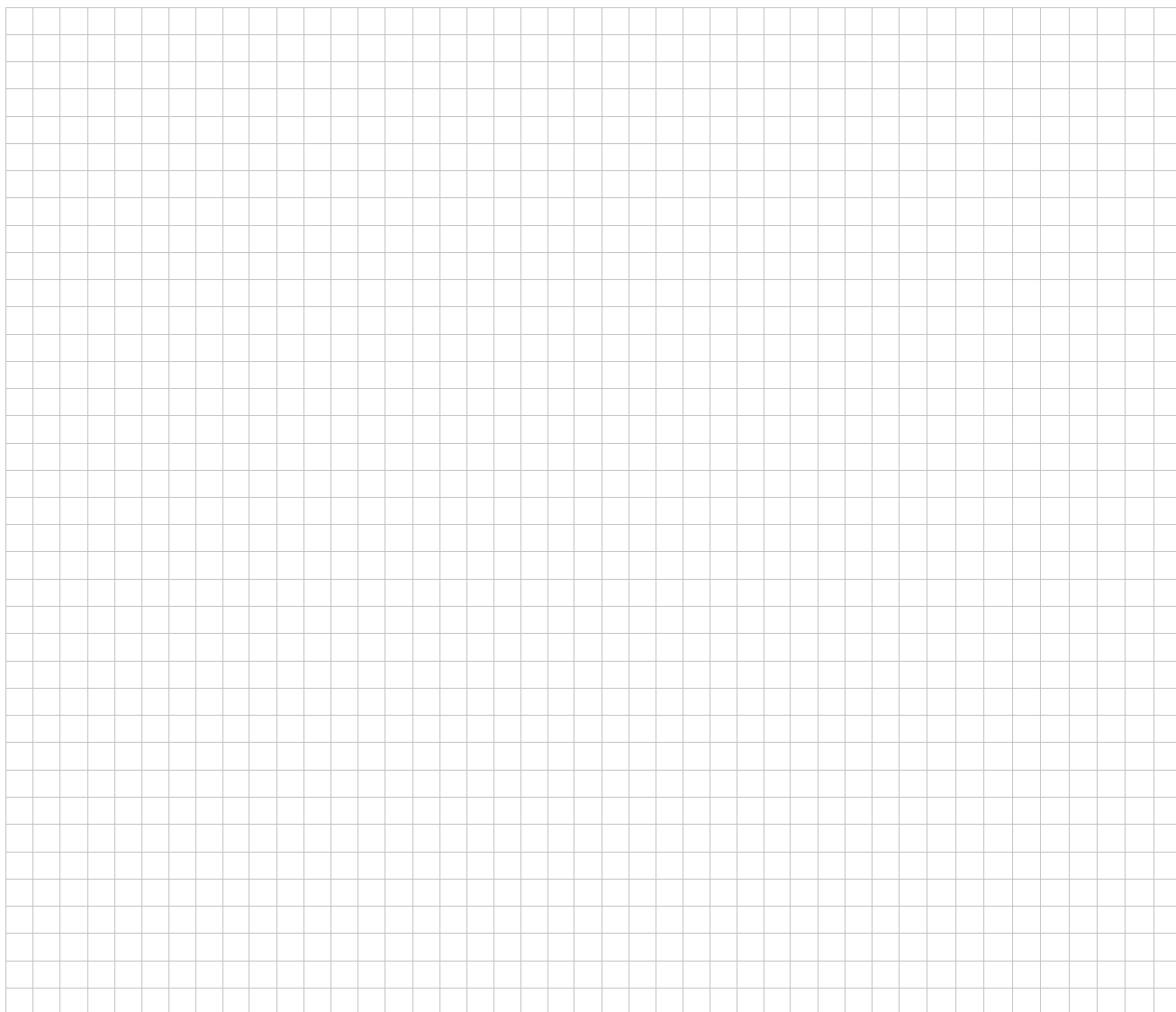
Sono date le seguenti informazioni in merito alla funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

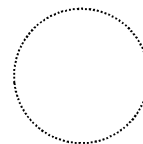
- f è una funzione polinomiale di 4° grado.
- La legge di f è data sia in forma polinomiale che in forma fattorizzata:

$$f(x) = x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{15}{2}x = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 5)$$

Si chiede di:

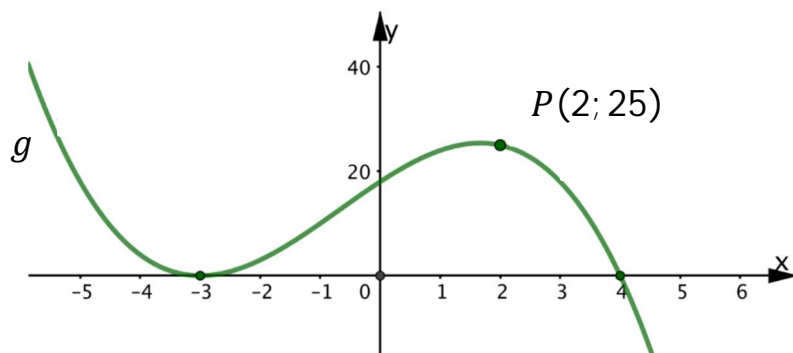
- a) Verificare se il grafico di f passa per il punto $P(2; 25)$; (1 punto)
- b) Determinare gli zeri della funzione f ; (1 punto)
- c) Risolvere la disequazione $f(x) > 0$; (1,5 punti)



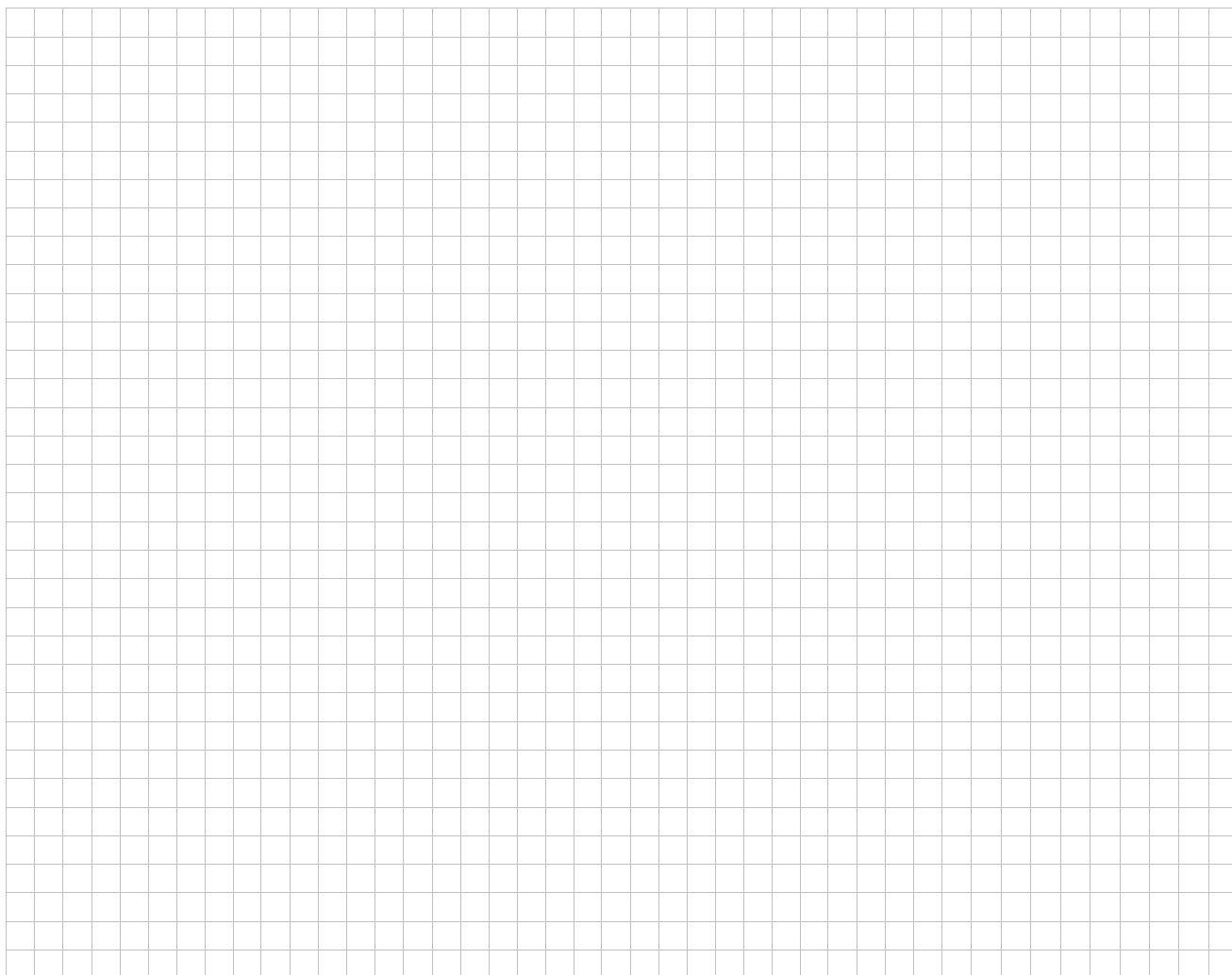


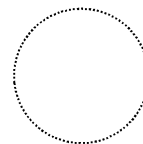
Sono date le seguenti informazioni in merito alla funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

- la legge di g è data in forma polinomiale: $g(x) = -\frac{1}{2}x^3 - x^2 + \frac{15}{2}x + 18$
- nella figura è rappresentato il grafico di g :



- d)** Ricavare la forma fattorizzata di g ; (2 punti)
- e)** Calcolare le ascisse (coordinate x) dei punti di intersezione di f con g . (1,5 punti)





Esercizio 3 (7 punti)

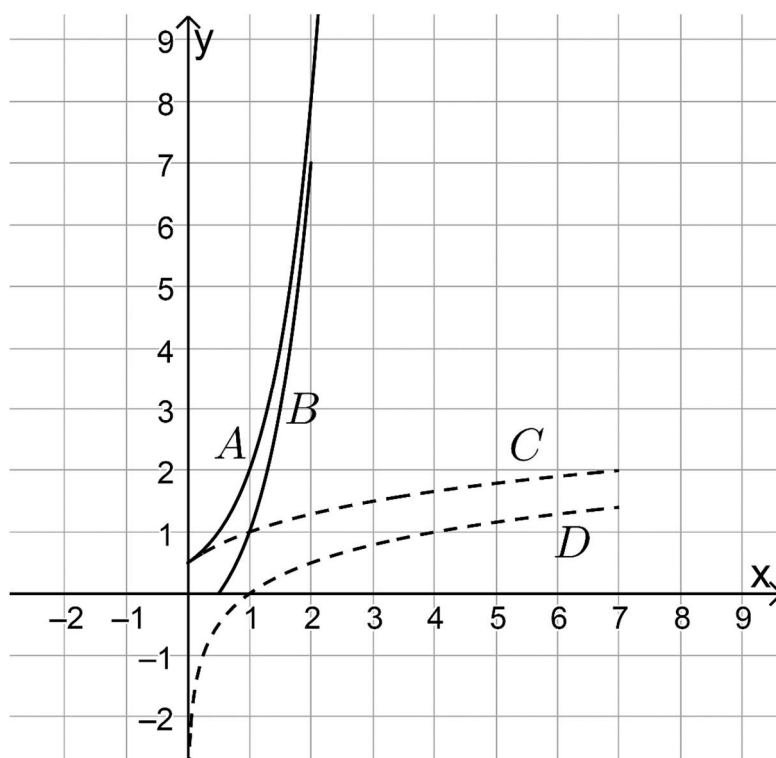
Sono date le seguenti funzioni:

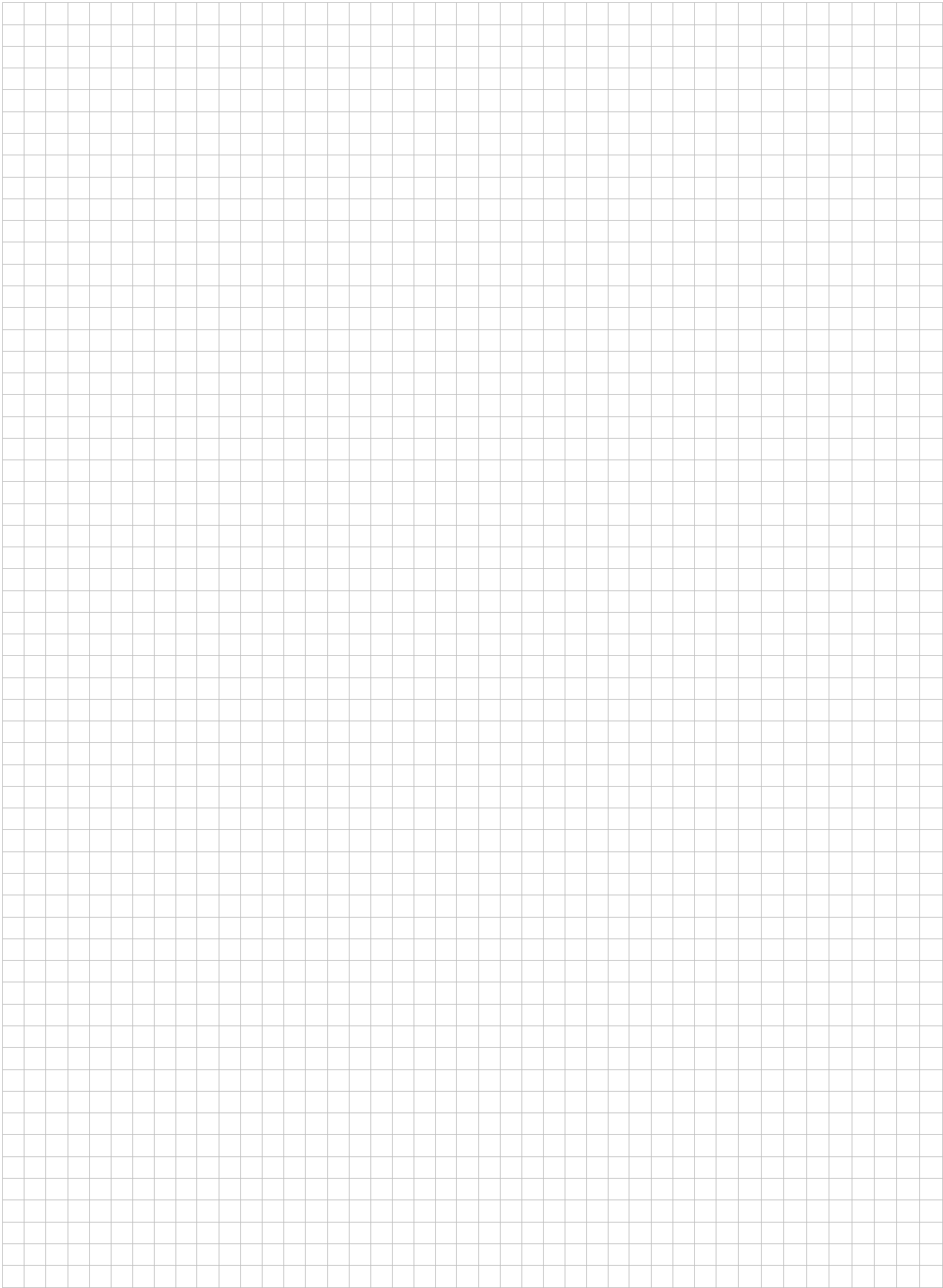
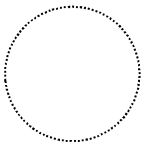
$$f : [0 ; 7] \rightarrow Im_f, \quad \text{con } f(x) = \log_4(2x + 2)$$

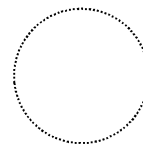
$$g : D_g \rightarrow \mathbb{R}, \quad \text{con } g(x) = \log_4(x) + \log_4(x + 1)$$

Determinare:

- a) Le coordinate del/i punto/i di intersezione del grafico di f con gli assi cartesiani (in forma decimale o frazionaria); (2 punti)
- b) L'insieme delle immagini Im_f della funzione f ; (1 punto)
- c) Il dominio D_g della funzione g ; (1 punto)
- d) Le coordinate del/i punto/i di intersezione tra i grafici delle funzioni f e g (lasciare i valori esatti); (2 punti)
- e) Quale tra i 4 grafici rappresentati è quello di f ? (1 punto)







Esercizio 4 (7 punti)

a) È data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x) = |-2x + 4| + 2x - 1$ (3 punti)

- i) Calcolare $f(5)$.
- ii) Determinare il valore di $x \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) = 7$.
- iii) A quale grafico A, B o C corrisponde il grafico di f ?

Grafico A

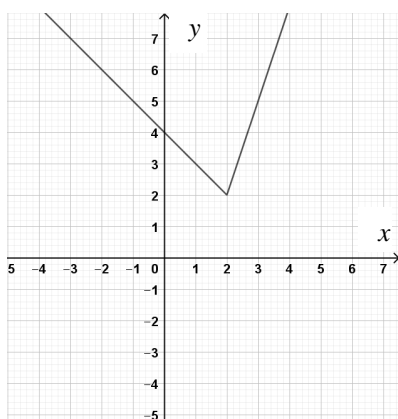


Grafico B

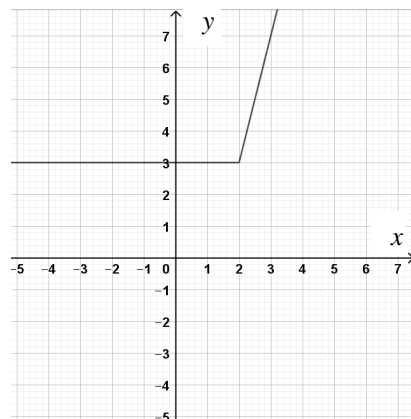
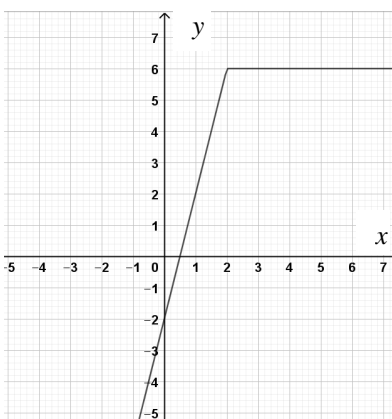


Grafico C



b) Risolvere la seguente equazione:

(2 punti)

$$(3x - 2)^3 - 4 \cdot (3x - 2) = 0$$

c) Risolvere la seguente disequazione:

(2 punti)

$$8 - x^2 \leq \frac{16}{x^2}$$





Utilizzare in seguito $U(200; 100; 25)$.

- c) Verificare che il collegamento rettilineo UC è perpendicolare alla galleria AB . (2 punti)



S'intende ora scavare una condotta per evacuare i fumi, partendo dal punto U e arrivando al punto E (vedere disegno):

- la direzione della condotta per i fumi è: $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;
- si sa inoltre che dal punto C , un raggio laser di direzione $\vec{t} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ arriva al punto E .

- d) Determinare le coordinate del punto E , dove sbucherà la condotta.

(2 punti)



