

**Maturità professionale - Cantone Ticino**



**Esame di matematica  
per l'ammissione  
alla MP2**

**2017**

(secondo il PQ MP 2012)

**Soluzione dell'esame:**

**Matematica, esame di ammissione**

**Esercizio 1 (12 punti)**

a)

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad & [ -(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4 ] \cdot [ -(-2)^2 + (-2)^3 - (-2)^4 ] = \\
 & = [ -(+1) - (-1) - (+1) ] \cdot [ -(+4) + (-8) - (+16) ] = \\
 & = [-1] \cdot [-28] = \underline{\underline{+28}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad & \frac{10^2 - 6^2}{10^2 - 8^2} \cdot 2^{-6} : 6^{-2} = \\
 & = \frac{100 - 36}{100 - 64} \cdot \frac{1}{2^6} : \frac{1}{6^2} = \\
 & = \frac{64}{36} \cdot \frac{1}{2^6} \cdot 6^2 = \underline{\underline{1}}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{18}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{6} \cdot 5} + \left[ \left( -\frac{3}{2} \right)^2 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 : \left[ -\frac{4}{3} : (-2)^3 \right]^{-1} = \\
 & = \frac{\frac{3+1}{18}}{\frac{9-5}{6}} + \left[ \frac{9}{4} - \frac{1}{4} \right]^2 : \left[ -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(-8)} \right]^{-1} = \\
 & = \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{4} + \left[ \frac{8}{4} \right]^2 : \left[ \frac{1}{6} \right]^{-1} = \\
 & = \frac{1}{3} + [2]^2 : [6] = \frac{1}{3} + 4 : 6 = \underline{\underline{1}}
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & 120'000 \cdot 0,004 \cdot 2,5 = \\ & = 12 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^{-1} = \\ & = 12 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-1} = \\ & = 1200 \cdot 10^{4-3-1} = \\ & = 1200 \cdot 10^0 = \underline{\underline{1,2 \cdot 10^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & 6^{-5001} \cdot 6^{5003} - \left(\frac{25^{7000}}{25^{7100}}\right)^0 = \\ & = 6^{-5001+5003} - 1 = \\ & = 6^2 - 1 = \underline{\underline{35}} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & \left[10^4 \cdot \frac{1000}{100^2}\right] \cdot \left(\frac{100}{10^{-3}}\right)^2 = \\ & = \left[10^4 \cdot \frac{10^3}{10^4}\right] \cdot \left(\frac{10^2}{10^{-3}}\right)^2 = \\ & = [10^3] \cdot (10^2 \cdot 10^3)^2 = \\ & = 10^3 \cdot (10^5)^2 = \\ & = 10^3 \cdot 10^{10} = 10^{3+10} = \underline{\underline{10^{13}}} \end{aligned}$$

**Esercizio 2 (12 punti)**

a)

$$i) (-20 \cdot xy^2z^3)^2 : (-xy^3z^2)^3 = \frac{400x^2y^4z^6}{-x^3y^9z^6} = \underline{\underline{-400x^{-1}y^{-5}}}$$

$$ii) \quad -(-2^4) \cdot 3a - [-5b \cdot (-2)^2 + (-5) \cdot (-8a)] =$$

$$= 48a - [-5b \cdot 4 + 40a] = 48a - [-20b + 40a] =$$

$$= 48a + 20b - 40a = \underline{\underline{8a + 20b}}$$

b)

<u><math>49a^2b + 14ab</math></u>		
$25a^2b + 2ab$	<u><math>24a^2b + 12ab</math></u>	
$7a^2b$	<u><math>18a^2b + 2ab</math></u>	$6a^2b + 10ab$

c)

$$i) \quad 4 \cdot g^2 - 4 \cdot g + 1 = \underline{\underline{(2g - 1)^2}}$$

$$ii) \quad (x^2 - 10x + 24) \cdot (4 \cdot x^2 - 1) = \underline{\underline{(x - 4)(x - 6)(2x + 1)(2x - 1)}}$$

d)

$$\frac{a^2 \cdot x - x^2 \cdot a}{3 \cdot a^2 - 3 \cdot x^2} \cdot \frac{9 \cdot (a + x)}{a \cdot x} = \frac{a \cdot x \cdot (a - x)}{3 \cdot (a^2 - x^2)} \cdot \frac{9 \cdot (a + x)}{a \cdot x}$$

$$= \frac{(a-x)}{(a+x)(a-x)} \cdot 3(a+x) = \underline{\underline{3}}$$

**Esercizio 3 (6 punti)**

a)

$$\text{i) } 3(2x-1) + (2x-7) = 3(x+1) - (-3x-1) + 3x+2$$

$$\Leftrightarrow 6x - 3 + 2x - 7 = 3x + 3 + 3x + 1 + 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 8x - 10 = 9x + 6$$

$$\Leftrightarrow x = -16 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S = \{-16\}}}$$

$$\text{ii) } (2x + 3)^2 = 5(x^2 + 1) - (-x)^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 9 = 5x^2 + 5 - x^2 - 2$$

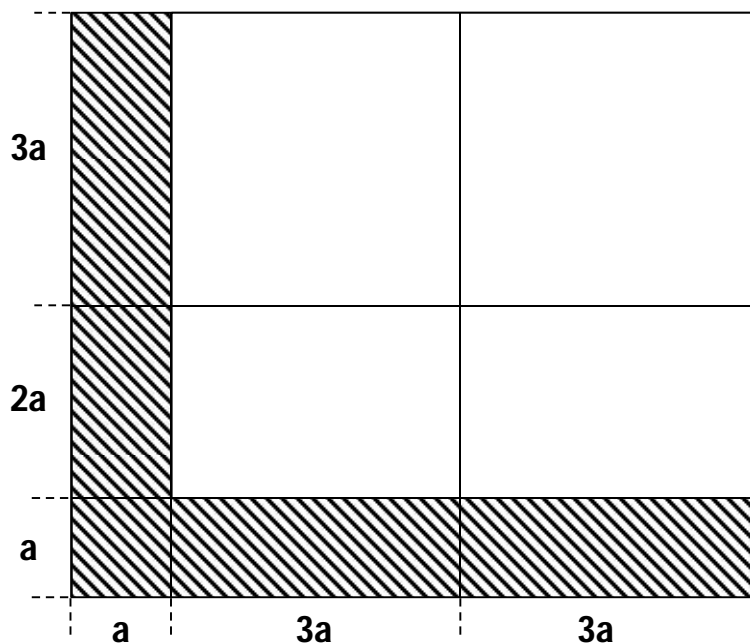
$$\Leftrightarrow 4x^2 - 5x^2 + x^2 + 12x = 5 - 2 - 9$$

$$\Leftrightarrow 12x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}}}$$

b) È data la seguente figura.



Per quale valore di “a”, l’area ombreggiata corrisponde a  $48 \text{ cm}^2$ ?

$$a(a + 2a + 3a) + (3a + 3a)a = 48 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow 6a^2 + 6a^2 = 48 \text{ cm}^2$$




$$\Leftrightarrow 12a^2 = 48 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{48 \text{ cm}^2}{12} = 4 \text{ cm}^2$$

$$\underline{\underline{a}} = \sqrt{4 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{2 \text{ cm}}}$$

**Esercizio 4 (6 punti)**

- a) Nella produzione delle uova si sa che 400 galline in 4 giorni producono 1000 uova. Questa produzione è identica in ogni fattoria A, B, C e D. Completa di conseguenza la tabella sottostante in modo proporzionale.

	Numero di galline 	Numero di giorni 	 Numero di uova
Fattoria A	400	4	1000
Fattoria B	<u>80</u>	20	1000
Fattoria C	600	2	<u>750</u>
Fattoria D	100	<u>16</u>	1000

b) Dopo aver fatto benzina ho percorso 210 km in autostrada.

A questo punto l'indicatore sul cruscotto mi segnala che ho ancora  $\frac{2}{5}$  di benzina nel serbatoio.

Determina quanti km posso ancora percorrere con la benzina che resta nel serbatoio.

Sia  $x$  l'autonomia del veicolo:

$$210 \text{ km} = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \cdot 210 \text{ km} \Leftrightarrow x = 350 \text{ km}$$

Sia  $d$  la distanza che posso ancora percorrere

$$\underline{\underline{d}} = 350 \text{ km} - 210 \text{ km} = \underline{\underline{140 \text{ km}}}$$



**Esercizio 5 (6 punti)**

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad K^2 &= f - P \cdot \alpha \cdot d \\ \Leftrightarrow K^2 - f &= -P \cdot \alpha \cdot d \\ \Leftrightarrow d &= \frac{K^2 - f}{-P \cdot \alpha} \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{d}} &= \underline{\underline{\frac{f - K^2}{P \cdot \alpha}}} \end{aligned}$$

b) È data la seguente formula:

$$P_1 \cdot \alpha \cdot T^2 = f_2 - f_1$$

Sapendo che  $f_1 = 80$

$$P_1 = 5$$

$$\alpha = 1\%$$

$$T = 20$$

Calcolare il valore di  $f_2$ :

$$5 \cdot \frac{1}{100} \cdot 20^2 = f_2 - 80$$

$$\Leftrightarrow f_2 = 5 \cdot \frac{1}{100} \cdot 20^2 + 80$$

$$\Leftrightarrow f_2 = \frac{5}{100} \cdot 400 + 80$$

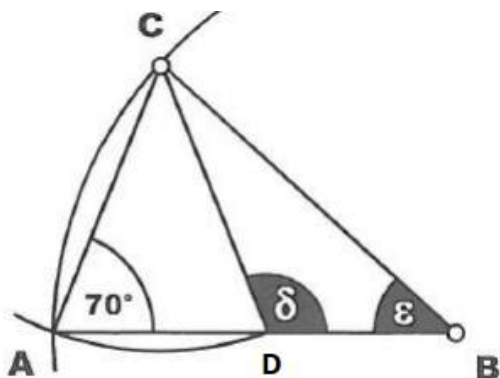
$$\Leftrightarrow f_2 = 5 \cdot 4 + 80$$

$$\Leftrightarrow f_2 = 20 + 80$$

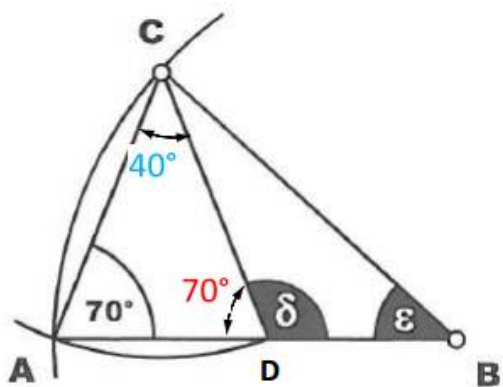
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{f_2}} = \underline{\underline{100}}$$

**Esercizio 6 (8 punti)**

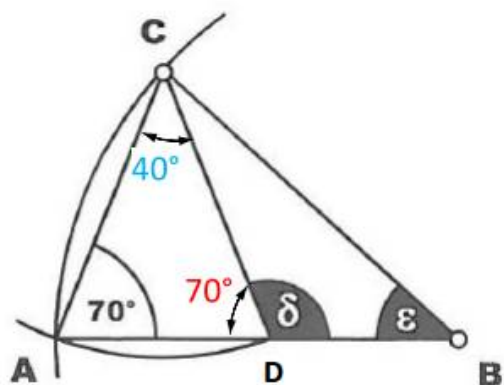
a)



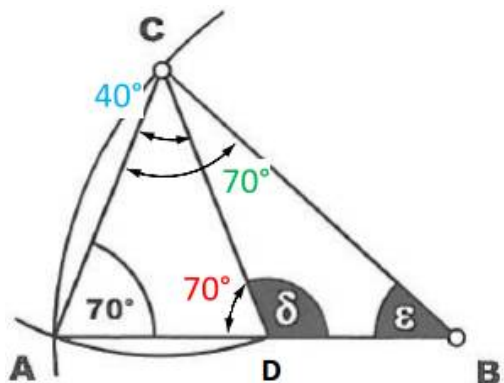
Dato che A e D si trovano sulla circonferenza con centro in D:  
La lunghezza  $CA = CD \rightarrow$   
CAD triangolo isoscele



Quindi l'angolo CDA è anche di  $70^\circ$   
L'angolo ACD risulta:  $180 - 70 - 70 = 40^\circ$



Dato che A e C si trovano sulla circonferenza con centro in B:  
La lunghezza  $BA = BC \rightarrow$   
ABC triangolo isoscele



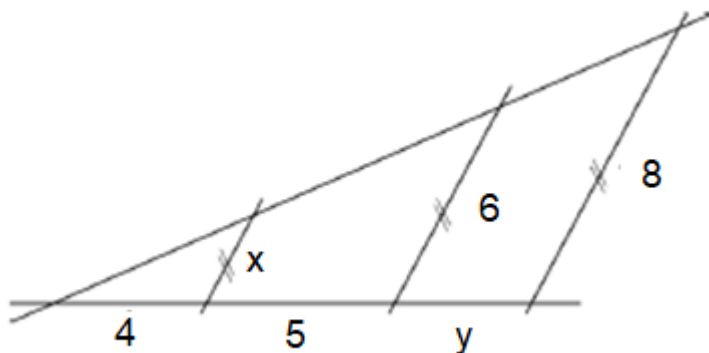
Quindi l'angolo ACB è anche di  $70^\circ$   
L'angolo DCB risulta:  $70 - 40 = 30^\circ$

Quindi:

$$\underline{\underline{\delta}} = 180^\circ - 70^\circ = \underline{\underline{110^\circ}}$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} = 180^\circ - 110^\circ - 30^\circ = \underline{\underline{40^\circ}}$$

b)

Determinare il valore di  $x$  e  $y$  indicati nella figura.

(Il disegno non è in scala)

$$\frac{x}{4} = \frac{6}{4+5} \Leftrightarrow x = \frac{6}{9} \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{8}{3}}}$$

$$\frac{6}{4+5} = \frac{8}{4+5+y} \Leftrightarrow \frac{6}{9} \cdot (9+y) \Leftrightarrow y = 8 \cdot \frac{3}{2} - 9 \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 3}}$$