

Maturità professionale - Cantone Ticino



Esame di matematica  
per l'ammissione  
alla MP2

23 maggio 2020

(secondo il PQ MP 2012)

**Soluzione dell'esame.**



### Esercizio 1 (12 punti)

- a) Determinare il valore della seguente espressione semplificando il più possibile.

(4 p)	
-------	--

$$[5^2 - 5 \cdot 2 \cdot 3] \cdot 2 + 4^2 =$$

$$\begin{aligned} &= [25 - 30] \cdot 2 + 16 = \\ &= -5 \cdot 2 + 16 = \\ &= -10 + 16 = \\ &= \boxed{6} \end{aligned}$$

1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio

- b) Calcolare la seguente espressione.

(4 p)	
-------	--

$$\begin{aligned} &\frac{200 \cdot 0,03}{\frac{1}{5}} = \\ &= 200 \cdot 0,03 \cdot \frac{5}{1} = \\ &= 200 \cdot \frac{3}{100} \cdot 5 = \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 5 = \\ &= \boxed{30} \end{aligned}$$

1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio

- c) Risolvere e semplificare il più possibile la seguente espressione.

(4 p)	
-------	--

$$\begin{aligned} &\left[ \left( -\frac{3}{2} \right)^2 + \frac{15}{2} \div 3 \right] \cdot 4 - 1 = \\ &= \left[ \frac{9}{4} + \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot 4 - 1 = \\ &= \left[ \frac{9}{4} + \frac{5}{2} \right] \cdot 4 - 1 = \\ &= \frac{19}{4} \cdot 4 - 1 = \\ &= \boxed{18} \end{aligned}$$

1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio



### Esercizio 2 (9 punti)

a) Semplificare il più possibile le seguenti espressioni:

(6 p)	
-------	--

i)

$$\frac{(3ab^3c^4d^2)^2 \cdot (3a^3d)}{9a^2b^6c^8d^4 \cdot 3a^3d} =$$

$$= \frac{a^4d^3}{27a^5b^6c^8d^5} =$$

$$= \frac{a^4d^3}{27ab^6c^8d^2}$$

1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio

ii)

$$(2a^2 + 3a) - (1 - 6a + a^2) - (a - 1) \cdot (a + 1) =$$

$$= 2a^2 + 3a - 1 + 6a - a^2 - (a^2 - 1) =$$

$$= a^2 + 9a - 1 - a^2 + 1 =$$

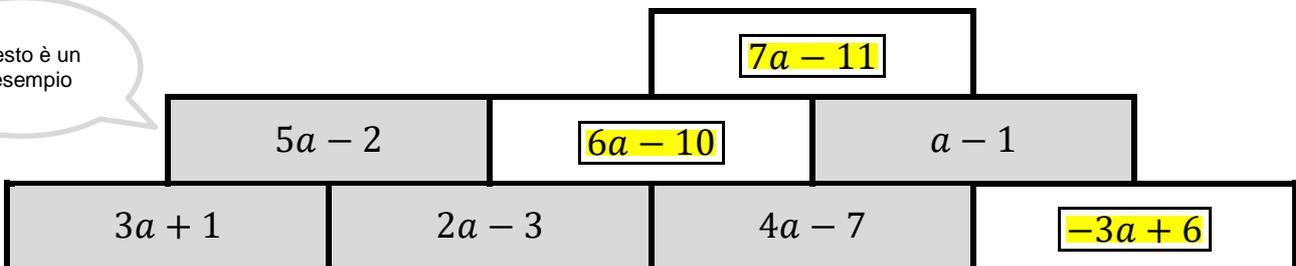
$$= 9a$$

1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio

b) Muro di addizioni: l'espressione in ogni casella equivale alla somma delle due espressioni sottostanti. La parte sinistra del muro è un esempio. Completare le caselle vuote.

(3 p)	
-------	--

Questo è un esempio



1 punto per cella corretta.



### Esercizio 3 (9 punti)

(6 p)	
-------	--

a) Risolvere le seguenti equazioni:

i)  
$$2(3 - x) + 3x = 2 + [x - (2 - x) - 2]$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2x + 3x = 2 + [x - 2 + x - 2]$$

$$\Leftrightarrow 6 + x = -2 + 2x$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \Rightarrow \boxed{S = \{8\}}$$

*1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio*

ii)  
$$(2x + 1)^2 - 4x(x + 1) = x - 8$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 - 4x = x - 8$$

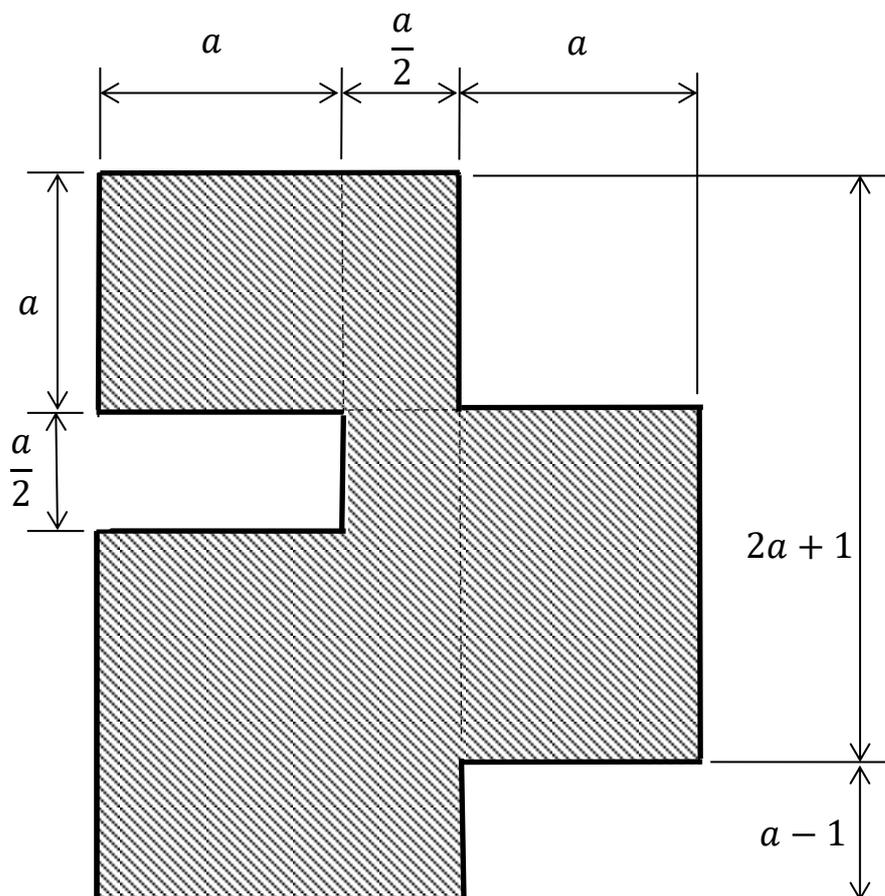
$$\Leftrightarrow x = 9 \Rightarrow \boxed{S = \{9\}}$$

*1 punto per prodotto notevole corretto.  
1 punto distributiva corretta.  
1 punto risultato finale corretto.*



b) È data la seguente figura (ombreggiata in grigio).

(3 p)	
-------	--



(Il disegno non è in scala)

È dato che:

- tutte le lunghezze sono espresse in metri, tutti gli angoli sono retti.
- il **perimetro** della figura ombreggiata è **lungo 39 m**.

Calcolare la lunghezza "a" in metri.

$$\begin{cases} P = 39 \text{ m} \\ P = 2\left(a + a + \frac{a}{2}\right) + 2(2a + 1 + a - 1) + 2a \end{cases}$$
$$2\left(a + a + \frac{a}{2}\right) + 2(2a + 1 + a - 1) + 2a = 39 \text{ m}$$
$$\Leftrightarrow 5a + 6a + 2a = 39 \text{ m}$$
$$\Leftrightarrow 13a = 39 \text{ m}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a = 3 \text{ m}}$$

1,5 punti max. per  
messa in equazione  
iniziale corretta (anche  
senza sistema).  
1,5 punti risultato  
finale corretto.

**La lunghezza di "a" è di 3 m**



### Esercizio 4 (6 punti)

(3 p)

a)

Luca, Paolo, Davide e Marco preparano un'insalata di riso. Seguono tutti la stessa ricetta ma devono adattarla ad un numero di persone differente per ciascuno.

Completare la tabella sottostante indicando, nelle celle, il quantitativo esatto dei vari ingredienti.

	Luca	Paolo	Davide	Marco
Persone	3	10	5	2
Mais	30 g	100 g	50 g	20 g
Riso	240 g	800 g	400 g	160 g
Piselli	60 g	200 g	100 g	40 g
Pancetta	108 g	360 g	180 g	72 g

*0,25 punti per cella  
corretta.*



b)

(3 p)	
-------	--

Un serbatoio di 1200 litri può essere riempito da 5 condotte (tubi) nelle quali scorre dell'acqua.

Ogni condotta da sola impiegherebbe 6 ore per riempire il serbatoio.

Per ognuna delle prossime domande considerare all'inizio il serbatoio vuoto.

- i) Se tutte e 5 le condotte funzionassero per un'ora (tutte portano la stessa quantità d'acqua), quanti litri d'acqua ci sarebbero nel serbatoio?

*In un'ora una sola condotta trasporta nel serbatoio 200 litri.*

**5 condotte in un'ora trasportano nel serbatoio 1000 litri.**

*1,5 punti per risultato corretto.*

- ii) Quanto tempo sarebbe necessario per riempire il 50% del serbatoio con due condotte?

*In un'ora 2 condotte trasportano nel serbatoio 400 litri.*

*50 % del serbatoio di 1200 litri corrispondono a 600 litri.*

**Il tempo cercato è di 1,5 h.**

*1,5 punti per risultato corretto.*



### Esercizio 5 (6 punti)

a) È data la seguente formula:

(3 p)	
-------	--

$$A = \frac{2 \cdot D}{C} - 3 \cdot A$$

Risolvere rispetto a D.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 4 \cdot A &= \frac{2 \cdot D}{C} \\ \Leftrightarrow 4 \cdot A \cdot C &= 2 \cdot D \\ \Leftrightarrow \boxed{D = 2 \cdot A \cdot C} \end{aligned}$$

*1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio*

b) È data la seguente formula:

(3 p)	
-------	--

$$L \cdot F \cdot G^2 - 4 \cdot \alpha = H \cdot \alpha$$

Sapendo che

$$\begin{aligned} H &= 56 \\ L &= 10\% \\ F &= 12 \\ G &= 10 \end{aligned}$$

Calcolare il valore di  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{10}{100} \cdot 12 \cdot 10^2 - 4 \cdot \alpha &= 56 \cdot \alpha \\ \Leftrightarrow 120 &= 60 \cdot \alpha \\ \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 2} \end{aligned}$$

*1 punto per passaggio corretto. Sono possibili più strategie, adattare di conseguenza il punteggio*

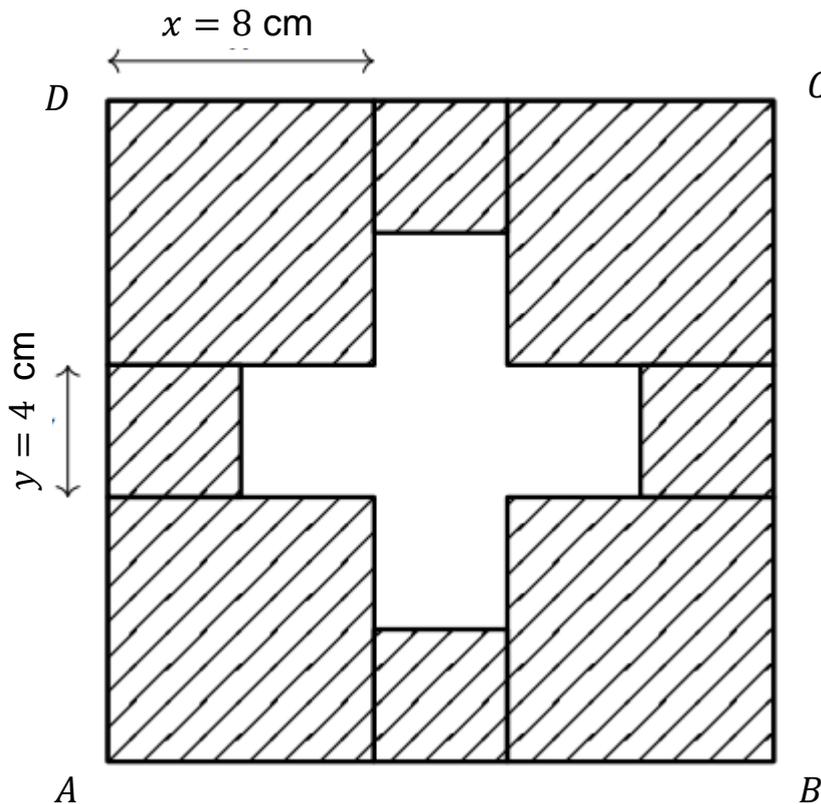


**Esercizio 6 (8 punti)**

(4 p)	
-------	--

a)

La figura, simmetrica, è costruita con 4 quadrati di lato  $x = 8$  cm e 4 quadrati di lato  $y = 4$  cm.



i) Calcolare l'area della croce bianca in  $\text{cm}^2$ .

$$A_{\text{croce}} = 5 \cdot 4^2 = 80 \text{ cm}^2$$

1,5 punti per risultato corretto.

**L'area della croce bianca è di  $80 \text{ cm}^2$**

ii) Calcolare, in percentuale (%), l'area della superficie ombreggiata rispetto all'area del quadrato ABCD.

geometricamente:

“Traslando” due quadratini della croce si ottiene una delle 5 colonne (o righe) larghe 4 cm completamente bianca. Dunque i  $4/5 = 80\%$  del quadrato ABCD sono ombreggiati

oppure

$$A_{ABCD} = (8 + 4 + 8)^2 = 400 \text{ cm}^2$$

1,5 punti per risultato corretto.

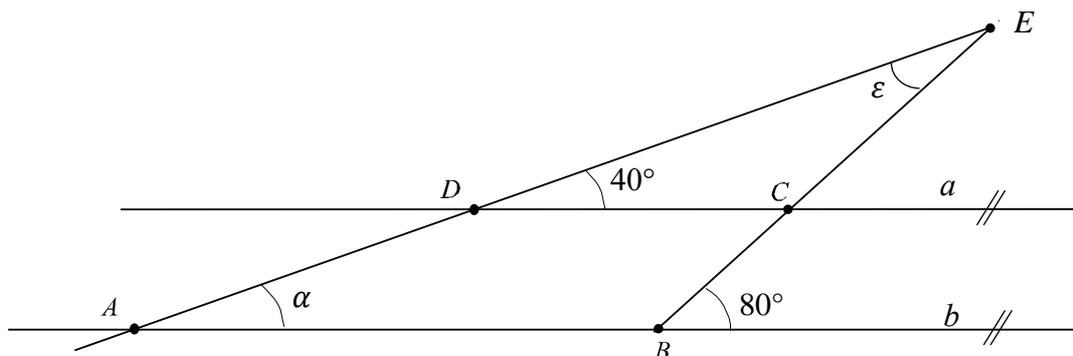
$$\frac{A_{\text{ombreggiata}}}{A_{ABCD}} = 1 - \frac{A_{\text{croce}}}{A_{ABCD}} = 1 - \frac{80}{400} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

**L'area ombreggiata è l'80% dell'area del quadrato ABCD**



b) È data la seguente figura (il disegno non è in scala):

(4 p)	
-------	--



Sapendo che le rette a e b sono parallele:

i) Determinare l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$ .

$$\alpha = 40^\circ$$

1 punto per ampiezza  
corretta.

ii) Determinare l'ampiezza dell'angolo  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

Sapendo che  $\overline{AE} = 60$  cm,  $\overline{AB} = 32$  cm e  $\overline{CD} = 20$  cm :

iii) determinare la lunghezza di  $\overline{DE}$  in centimetri.

2 punti per la  
lunghezza corretta.

$\overline{DE}$ : I triangoli ABE e DCE sono simili, per cui  $\overline{BE} = \overline{AB}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BE}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{DE}}{60} = \frac{20}{32} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{20}{32} \cdot 60 \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{5}{8} \cdot 60 \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{5}{2} \cdot 15 \\ &\Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{75}{2} \Leftrightarrow \overline{DE} = 37,5 \text{ cm} \end{aligned}$$