Maturità professionale - Cantone Ticino

Timbro della scuola

Esami di maturità professionale tecnica

Sessione 2016- MP2

Matematica fondamentale
SOLUZIONI

Istituto scolastico: ……………………………………………….

Nome e cognome: ……………………………………………….

Professione: ……………………………………………….

Classe: ……………………..

Durata dell'esame: 75 minuti

Disposizioni generali:

a) NESSUNO STRUMENTO AUSILIARE
b) Risolvere i problemi in modo chiaro e comprensibile.
c) Le soluzioni senza procedimento non saranno tenute in considerazione.

Punteggi e nota
Esame senza strumenti ausiliari + esame con strumenti ausiliari: 60 punti
Voto 6 con 50 punti su 60

Es.	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*		**Totale**
Pt. max	**7**	**4**	**8**	**5**	**6**		**30**
Pt.							
	4/3	**2/2**	**1/1/3/3**	**5**	**3/1/2**		

Il docente responsabile: ……………………………………………………………

Luogo e data dell'esame: ……………………………………………………………

Esercizio 1 (7 punti)

a) Determinare, dopo averli opportunamente scomposti, il minimo comune multiplo (m.c.m.) ed il massimo comun divisore (M.C.D.) di $A(x)$, $B(x)$ e $C(x)$. (4 punti)

$A(x) = 8x^2 - 32 = 8(x^2 - 4) = 8(x-2)(x+2)$

$B(x) = 4x^2 - 8x = 4x(x-2)$

$C(x) = 2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x-2)^2$

$mcm = 8x(x-2)^2(x+2)$

$MCD = 2(x-2)$

b) Risolvere la seguente equazione: (3 punti)

$$\frac{2}{A(x)} + \frac{1}{B(x)} = \frac{1}{C(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{8(x-2)(x+2)} + \frac{1}{4x(x-2)} = \frac{1}{2(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x(x-2)}{8x(x-2)^2(x+2)} + \frac{1 \cdot 2(x-2)(x+2)}{8x(x-2)^2(x+2)} = \frac{1(4x(x+2)}{8x(x-2)^2(x+2)}$$

$CE: x \neq 2; x \neq -2; x \neq 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 2x^2 - 8 = 4x^2 + 8x$

$\Rightarrow 12x = -8 \Rightarrow x = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$

Esercizio 2 (4 punti)

a) Risolvere, utilizzando le regole della notazione scientifica, la seguente espressione:

$$\frac{6\cdot 10^2\cdot(0.02)^3}{3\cdot 10^{-8}\cdot(40)^2} = \frac{6\cdot 10^2\cdot\left(2\cdot 10^{-2}\right)^3}{3\cdot 10^{-8}\cdot(4\cdot 10)^2} = \frac{6\cdot 10^2\cdot 2^3\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-8}\cdot 4^2\cdot 10^2} = \frac{48\cdot 10^{-4}}{48\cdot 10^{-6}} = 10^2 = 100$$

(2 punti)

b) Semplificare la seguente espressione mettendo in evidenza la potenza (2^m):

$\frac{1}{8}\cdot 2^{m+4} - 3\cdot 2^{m-1} - \frac{5}{4}\cdot 2^m + 9\cdot 2^{m-2} =$ (2 punti)

$= 2^{-3}\cdot 2^m\cdot 2^4 - 3\cdot 2^m\cdot 2^{-1} - \frac{5}{4}\cdot 2^m + 9\cdot 2^m\cdot 2^{-2} =$

$= 2\cdot 2^m - \frac{3}{2}\cdot 2^m - \frac{5}{4}\cdot 2^m + \frac{9}{4}\cdot 2^m = 2^m\cdot\left(2 - \frac{3}{2} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}\right) =$

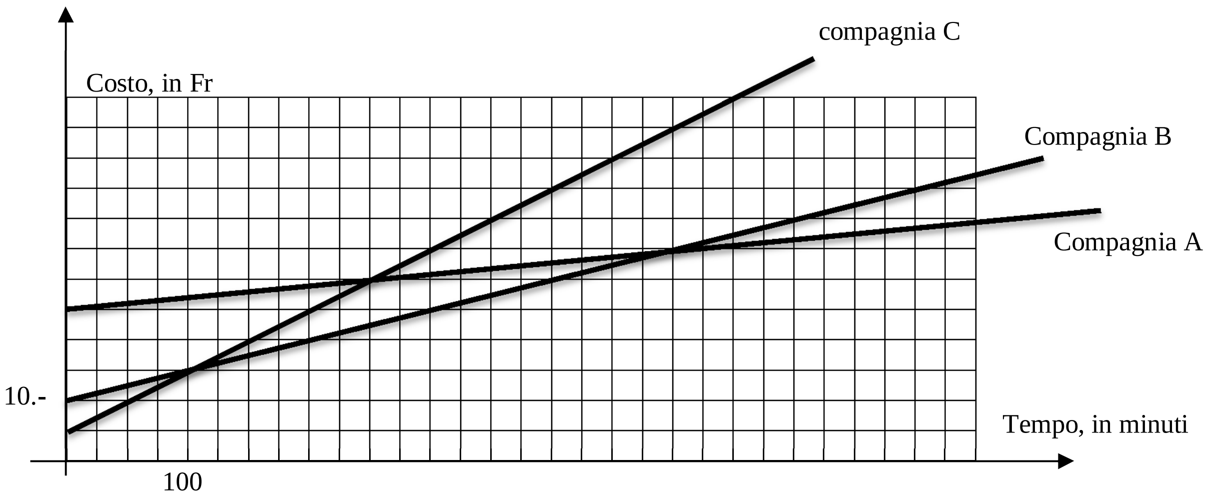
$= 2^m\cdot\left(\frac{8}{4} - \frac{6}{4} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}\right) = \frac{3}{2}\cdot 2^m$

Esercizio 3 (8 punti)

All'acquisto di un nuovo telefonino ho la possibilità di scegliere fra tre compagnie telefoniche a cui abbonarmi. Da ognuna delle tre ho ricevuto le rispettive offerte:

compagnia A: 25 Fr tariffa base mensile + 2 cts al minuto;
compagnia B: 10 Fr tariffa base mensile + 5 cts al minuto;
compagnia C: 5 Fr tariffa base mensile + 10 cts al minuto;

a) Completare il grafico indicando a quale compagnia appartengono le tre funzioni rappresentate. (1 punto)



b) Determinare graficamente quale compagnia è più conveniente se telefono 10 ore mensili. (1 punti)
10 ore corrispondono a 600 minuti: la compagnia A risulta la più conveniente.

c) Per ciascuna compagnia, determinare le funzioni che esprimono i costi in funzione del tempo. (3 punti)
Determiniamo le tre funzioni:
Compagnia A: $y = \frac{1}{50}x + 25$; Compagnia B: $y = \frac{1}{20}x + 10$; Compagnia C: $y = \frac{1}{10}x + 5$

d) Calcolare, facendo riferimento al grafico, quale compagnia è più conveniente, in funzione del tempo di utilizzo. (3 punti)

Intersezione tra B e C: $\frac{1}{20}x + 10 = \frac{1}{10}x + 5$ da cui: x = 100 minuti
Intersezione tra A e C: $\frac{1}{50}x + 25 = \frac{1}{10}x + 5$ da cui: x = 250 minuti
Intersezione tra A e B: $\frac{1}{20}x + 10 = \frac{1}{50}x + 25$ da cui: x = 500 minuti
Di conseguenza le compagnie più convenienti sono rispettivamente:
se t < 100: compagnia C, se 100 < t < 500: compagnia B, se t > 500: compagnia A.

Esercizio 4 (5 punti)

Risolvere in R:

$\frac{6x+8}{x+2} \geq \frac{3x-1}{x-1}$ condizioni di esistenza: $x \neq -2; \quad x \neq 1$

$$\frac{6x+8}{x+2} - \frac{3x-1}{x-1} \geq 0$$

$$\frac{(6x+8)(x-1)-(3x-1)(x+2)}{(x+2)(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{(6x^2+8x-6x-8)-(3x^2-x+6x-2)}{(x+2)(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{3x^2-3x-6}{(x+2)(x-1)} \geq 0$$

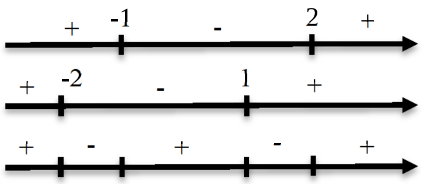
$$\frac{3(x^2-x-2)}{(x+2)(x-1)} \geq 0$$

Valori di azzeramento di numeratore e denominatore:

$x^2-x-2=0 \quad \Rightarrow x_1=-1; x_2=2$

$(x+2)(x-1)=0 \quad \Rightarrow x_1=1; x_2=-2$

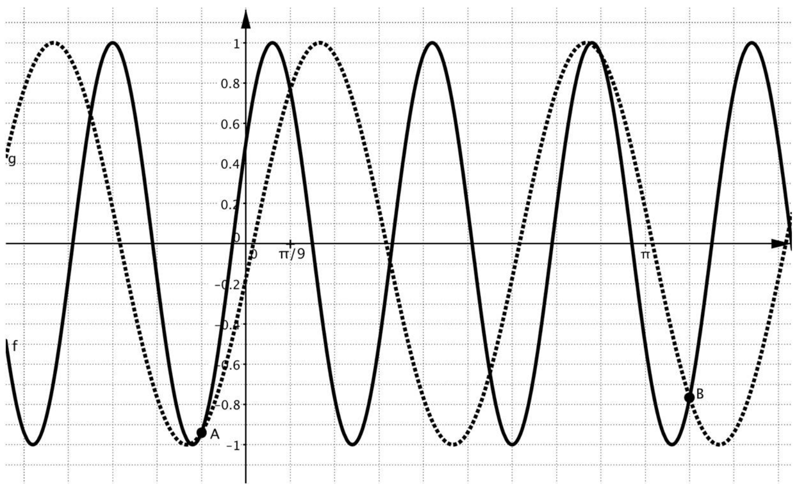
Possiamo definire le rette dei segni algebrici di numeratore, denominatore e frazione:



La soluzione è: $x =]-\infty;-2[\cup [-1;1[\cup [2;\infty[$

Esercizio 5 (6 punti)

Sono rappresentate le funzioni trigonometriche $f(x) = \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ e $g(x) = \cos\left(\frac{5}{9}\pi - 3x\right)$ sul piano cartesiano:



a) Trova le soluzioni dell'equazione f(x)=g(x). (3 punti)
b) Calcolare la coordinata x_A del punto A , intersezione delle due funzioni. (1 punto)
c) Calcolare la coordinata x_B del punto B, intersezione delle due funzioni. (2 punti)

TRIGON (SENZA)

a) $\begin{cases} y = \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \\ y = \cos\left(\frac{5}{9}\pi - 3x\right) \end{cases}$

$\cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{5}{9}\pi - 3x\right)$

$5x - \frac{\pi}{3} = \frac{5}{9}\pi - 3x + k2\pi$ | $5x - \frac{\pi}{3} = -\frac{5}{9}\pi + 3x + k2\pi$

$8x = \frac{8}{9}\pi + k2\pi$ | $2x = -\frac{2}{9}\pi + k2\pi$

(1) $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{4}$ | (2) $x = -\frac{\pi}{9} + k\pi$

$\Rightarrow$ Dal grafico e il calcolo $x_A = -\frac{\pi}{9}$

$f\left(-\frac{\pi}{9}\right) = \cos\left(-\frac{5}{9}\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{8}{9}\pi\right) \cong -0{,}94$

b) Dal grafico x_B attorno a $\frac{10}{9}\pi$

Con (1) se $k=4$ si ha esattamente $x = \frac{10}{9}\pi$

Con (2) se $k=1$ si ha $x = \frac{8\pi}{9}$
e $k=2$ si ha $x = \frac{17\pi}{9}$ } quindi non interessano.

$\Rightarrow x_B = \frac{10}{9}\pi$