



Sessione **ESAMI 2017**
Sezione **MP2/ECONOMIA E SERVIZI: TIPO SERVIZI**
Materia **MATEMATICA**
Serie **1**

SOLUZIONI

Tempo accordato **120 minuti**
Punteggio massimo **100 punti**

Mezzi ausiliari **Calcolatrice, formulario ufficiale distribuito con l'esame.**

ESERCIZIO 1.1

$$\begin{cases} 5 + 3y = 3x + 2 - 3 \\ 15(x^2 - y^2) = 16xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 3x - 6 \\ 15x^2 - 15y^2 = 16xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ 15x^2 - 15(x - 2)^2 = 16x(x - 2) \end{cases}$$

$$15x^2 - 15x^2 + 60x - 60 = 16x(x - 2) \quad (4pt)$$

$$60x - 60 = 16x^2 - 32x$$

$$16x^2 - 92x + 60 = 0$$

$$4x^2 - 23x + 15 = 0 \quad (2pt)$$

$$x_{1,2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{8} = \frac{23 \pm 17}{8}$$

$$x_1 = \frac{23 - 17}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y_1 = \frac{3}{4} - 2 = -\frac{5}{4}$$

$$x_2 = \frac{23 + 17}{8} = 5 \Rightarrow y_2 = 5 - 2 = 3 \quad (3pt)$$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{4}; -\frac{5}{4} \right), (5; 3) \right\} \quad (1pt)$$

ESERCIZIO 1.2

$$\log_{\frac{1}{2}}(12x^2 + 5x + 2) - \log_{\frac{1}{2}}(x + 4) = \log_{\frac{1}{2}}(3x) - 2$$

$$\frac{12x^2 + 5x + 2}{x + 4} = \frac{3x}{\frac{1}{4}} \quad (4pt)$$

$$12x^2 + 5x + 2 = 12x(x + 4) \quad (2pt)$$

$$12x^2 + 5x + 2 = 12x^2 + 48x \quad (1pt)$$

$$-43x = -2$$

$$x = \frac{2}{43} \quad (1pt)$$

Verifica condizioni iniziali: $\begin{cases} 12x^2 + 5x + 2 > 0 \\ x + 4 > 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \rightarrow$ accettabile $\rightarrow S = \left\{ \frac{2}{43} \right\} \quad (2pt)$

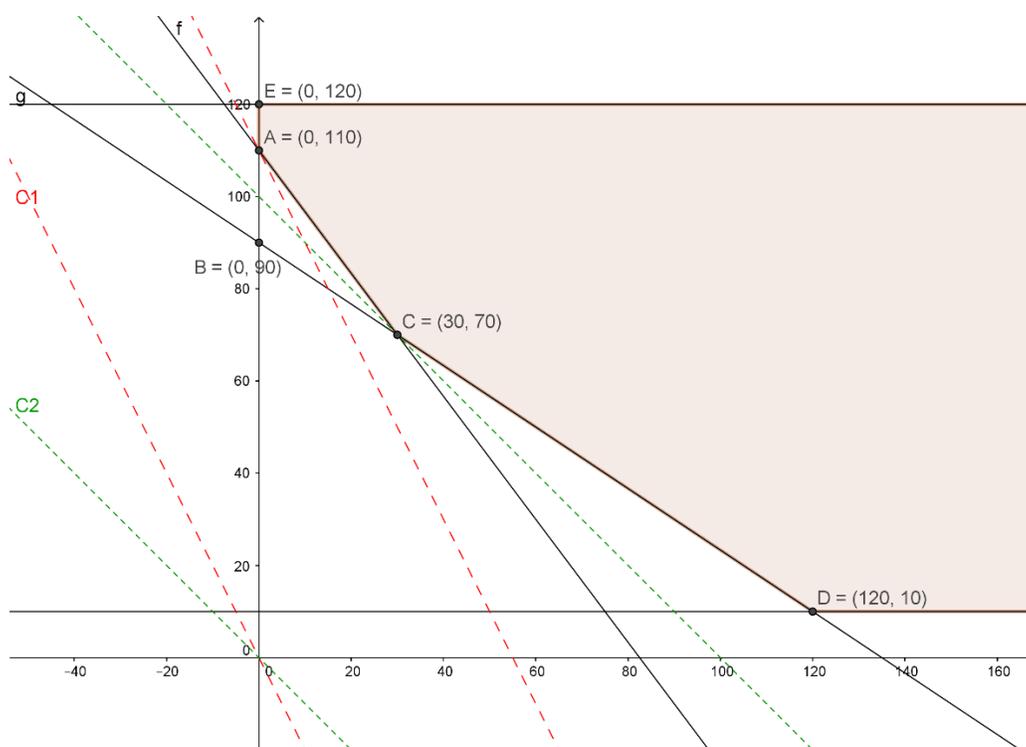
Non è obbligatorio risolvere il sistema di disequazioni, nel caso venisse fatto in modo corretto si ottengono 2 punti supplementari.

ESERCIZIO 2**2.1**

	Snack (x)	Stuzzico (y)	minimi
Tartine	12	9	990
Panini	8	12	1080

$$\begin{cases} 12x + 9y \geq 990 \\ 8x + 12y \geq 1080 \\ y \geq 10 \\ y \leq 120 \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \geq 110 - \frac{4}{3}x \\ y \geq 90 - \frac{2}{3}x \\ y \geq 10 \\ y \leq 120 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Definizione vincoli (4pt)
Forma esplicita (2pt)
Rappresentazione vincoli (4pt)
Campo di verità (1pt)

**2.2**

Funzione obiettivo: $C_1 = 10x + 5y \rightarrow y = -2x + \frac{C_1}{5}$ **(1pt)**

Combinazione minima₁ (0; 110) **(3pt)**

2.3 $C_1 = 5 \cdot 110 = \underline{550.- CHF}$ **(1pt)**

2.4 Fo: $C_2 = 8x + 8y \rightarrow y = -x + \frac{C_2}{8}$

Combinazione minima₂ (30; 70) **(3pt)**

$C_2 = 8 \cdot 30 + 8 \cdot 70 = \underline{800.- CHF}$ **(1pt)**

ESERCIZIO 3**3.1****3.1.1**

$$M = 80'000 \cdot \left(1 + 0.015 \cdot \left(4 + \frac{5}{12} \right) \right) + 25'000 \cdot (1 + 0.0075)^{4 + \frac{5}{12}} = 85'300 + 25'838.80$$

(3pt) **(2pt)**

$$M = 111'138.80 \quad \textbf{(1pt)}$$

3.1.2

$$M = 25'000 \cdot 1,0075^{\frac{27}{12}} \cdot 1,0125^{\frac{26}{12}} = 26'117,45 \quad \textbf{(4pt)}$$

3.1.3

$$111'138.80 = 105'000 \cdot (1 + i)^{4 + \frac{5}{12}} \quad \textbf{(3pt)}$$

$$i = \sqrt[4 + \frac{5}{12}]{\frac{111'138.80}{105'000}} - 1 = 0.012948 = 1.2948\% \quad \textbf{(2pt)}$$

Alternativa:

$$110'921.91 = 105'000 \cdot (1 + i)^{4 + \frac{5}{12}}$$

$$i = \sqrt[4 + \frac{5}{12}]{\frac{110'921.91}{105'000}} - 1 = 0.0125 = 1.25\%$$

3.2

$$I_N = 106'279.70 - 105'000 = 1'279.70$$

$$I_L = 1'279.70 \cdot \frac{100}{65} = 1'968.77 \quad \textbf{(1pt)}$$

$$105'000 \cdot \frac{1,5}{100} \cdot \frac{3}{12} + 105'000 \cdot \frac{x}{100} \cdot \frac{9}{12} = 1'968.77 \quad \textbf{(3pt)}$$

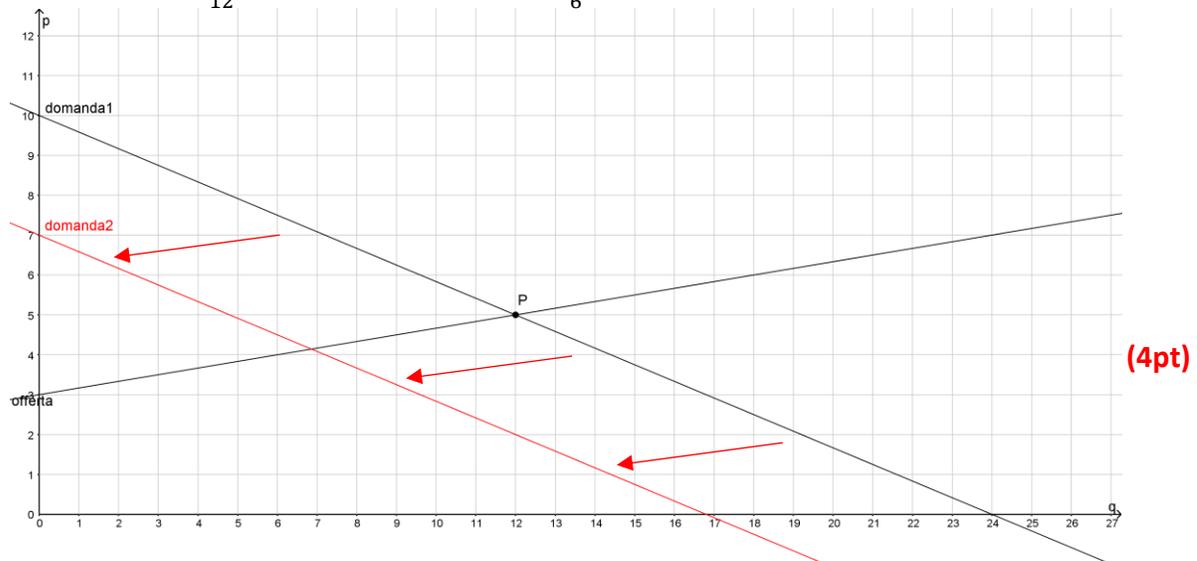
$$393.75 + 787.5x = 1'968.77$$

$$x = \frac{1'968.77 - 393.75}{787.5} = 2\% \quad \textbf{(1pt)}$$

ESERCIZIO 4**4.1**

Domanda: $p = -\frac{5}{12}q + 10$

Offerta: $p = \frac{1}{6}q + 3$ **(2pt)**

**4.2****(1pt)**

$$-\frac{5}{12}q + 10 = \frac{1}{6}q + 3$$

$$-5q + 120 = 2q + 36$$

$$-7q = -84$$

$$q = 12$$

$$\rightarrow p = \frac{1}{6} \cdot 12 + 3 = 5$$

P(12; 5) (2pt)**4.3**

- La quantità offerta sarebbe 6. **(1pt)**
- La quantità domandata sarebbe 14,4. **(1pt)**
- Eccedenza di domanda. **(1pt)**
- Il prezzo salirà. **(1pt)**

4.4

Una riduzione del reddito dei consumatori avrà come effetto uno spostamento della funzione della domanda verso sinistra (retta rossa es. 4.1) perché a parità di prezzo (ad es. 5 CHF) la quantità domandata sarà inferiore. L'equilibrio sarà in corrispondenza di un prezzo e di una quantità inferiori a quelli del precedente equilibrio.

Rappresentazione (2pt)**Argomentazioni (3pt)**

ESERCIZIO 5**5.1**

Media: $\frac{304.2 + 232}{62} = 8.6483871 \approx 8.6$ **(1pt)**

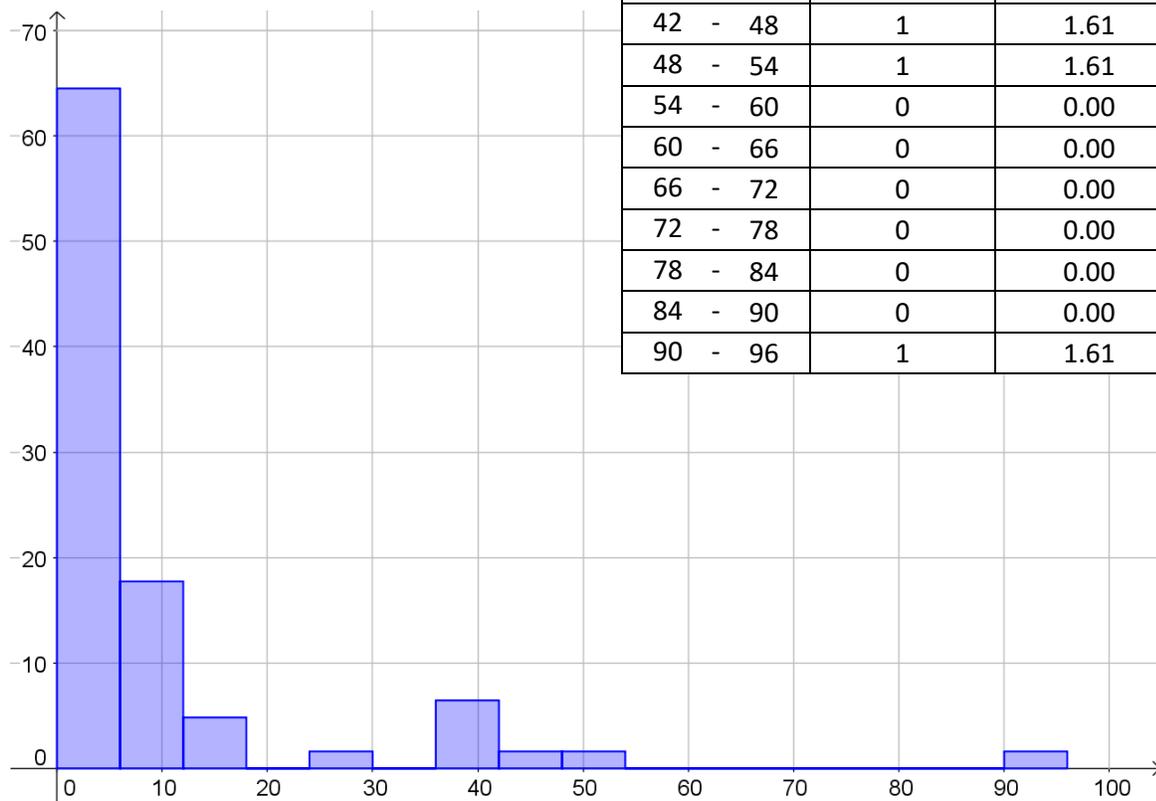
Moda: 0.0 **(1pt)**

Mediana (media tra 31° e 32° valore): $\frac{1.0 + 1.4}{2} = 1.2$ **(2pt)**

5.2

Frequenze assolute (2pt)
Frequenze relative (2pt)
Istogramma (3pt)

<i>Classi</i>	<i>f</i>	<i>f%</i>
0 - 6	40	64.52
6 - 12	11	17.74
12 - 18	3	4.84
18 - 24	0	0.00
24 - 30	1	1.61
30 - 36	0	0.00
36 - 42	4	6.45
42 - 48	1	1.61
48 - 54	1	1.61
54 - 60	0	0.00
60 - 66	0	0.00
66 - 72	0	0.00
72 - 78	0	0.00
78 - 84	0	0.00
84 - 90	0	0.00
90 - 96	1	1.61



5.3

La moda restituisce correttamente il valore molto frequente (24 valori su 61) delle giornate asciutte, la mediana si discosta di poco (robustezza), la media in questo caso (di distribuzione molto asimmetrica) è poco indicata perché molto sensibile ai pochi valori estremi di precipitazione intensa. **(3pt)**

5.4

Media

$$\frac{247 \cdot 3 + 20 \cdot 9 + 13 \cdot 15 + 6 \cdot 21 + 5 \cdot 27 + 2 \cdot 33 + 4 \cdot 39 + 4 \cdot 45 + 3 \cdot 51 + 1 \cdot 57 + 2 \cdot 63 + 1 \cdot 69 + 1 \cdot 75 + 1 \cdot 105}{247 + 20 + 13 + 6 + 5 + 2 + 4 + 4 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1} = \frac{2364}{310} = 7.6258 \approx 7.6 \quad \text{(2pt)}$$

classe modale 0 – 6 **(1pt)** mediana: $0 + \frac{155}{247} \cdot 6 = 3.765182 \approx 3.8$ **(2pt)**

5.5

È lecito pensare che nella classe modale (piuttosto ampia) i valori non siano equamente distribuiti ma più frequenti vicino al valore 0 mm che al valore 6 mm. Con i valori raccolti in classi, però, questa informazione è andata persa **(1pt)**: durante le 5 annate riassunte nell'istogramma potrebbe benissimo aver piovuto di più **(1pt)**. In generale sappiamo che gli indicatori estratti da dati raggruppati rappresentano delle stime di quelli reali, tanto più approssimative quanto più ampie sono le classi scelte.

Nel nostro caso si vede che le classi sono troppo ampie, perché 247 dati su 310 (quasi l'80%) sono contenuti in un'unica classe. **(1pt)**