Esami di maturità professionale
Indirizzo artistico

Sessione 8 giugno 2017

Matematica

Fascicolo delle soluzioni

SOLUZIONI

Soluzioni Esercizio 1

A. Potenze

a) $=\frac{10^{100}\cdot 5^{100}}{50^{100}}\cdot\frac{100^{10}\cdot 2^{10}\cdot 100^{10}}{200^{10}\cdot 20^{10}}=\left(\frac{50}{50}\right)^{100}\cdot\left(\frac{200\cdot 100}{200\cdot 20}\right)^{10}=5^{10}$ [3 pt.]

b) $=\frac{3^{1988}\cdot 7^{1291}\cdot 5\cdot 7}{3\cdot 9^{993}\cdot 49^{646}}=\frac{3^{1988}\cdot 7^{1291}\cdot 5\cdot 7}{3\cdot 3^{2\cdot 993}\cdot 7^{2\cdot 646}}=\frac{3^{1988}\cdot 7^{1292}\cdot 5}{3^{1987}\cdot 7^{1292}}=3\cdot 5=15$ [3 pt.]

B. Radicali

a) $\frac{20}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\sqrt{25\pi}}{4\sqrt{3}}-\left(\sqrt{3}\right)^{-1}=\frac{5}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{5\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{25-1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{24\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$ [2 pt.]

b) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{2b-a}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{2b-a}\right)=\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{2b-a}\right)^2=a-(2b-a)=2a-2b$ [2 pt.]

c) $\frac{5}{3+\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{7}+2}{-3-\sqrt{7}}=\frac{5}{3+\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{7}+2}{-\left(3+\sqrt{7}\right)}=\frac{5-\left(\sqrt{7}+2\right)}{3+\sqrt{7}}=\frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}\cdot\frac{3-\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}=$

$=\frac{16-6\sqrt{7}}{9-7}=8-3\sqrt{7}$ [2 pt.]

C. Algebra

a) $I\left(n\cdot r+R\right)=n\cdot E \qquad \Rightarrow \qquad E=\frac{I\left(n\cdot r+R\right)}{n}$ [2 pt.]

b) $\pi r^2\left[\frac{r}{3}-\left(h-r\right)\right]=\pi r^2\left[\frac{r}{3}-h+r\right]=\pi r^2\left[\frac{4r}{3}-h\right]=\frac{4\pi r^3}{3}-\pi r^2 h=\frac{4}{3}\pi r^3-\pi r^2 h$ [2 pt.]

SOLUZIONI

Soluzioni Esercizio 2

a)

Parabola m:
- concava verso l'alto a>0
- Punti d'intersezione con l'asse delle ascisse A(-2,0) e B(2,0)

Retta h:
- decrescente (pendenza negativa)
- a=-3/2
- ordinata all'origine =0 (passa per l'origine degli assi)

Retta f:
- crescente (pendenza positiva)
- a=3/4
- ordinata all'origine =3 [2 pt.]

b) $j \cap m$: $2x-1=x^2-4$ $\quad x^2-2x-3=0$ $\quad (x-3).(x+1)=0$

$x_1=3$ $\quad y_1=5$ $\quad$ A(3,5)

$x_2=-1$ $\quad y_2=-3$ $\quad$ B(-1,-3) [2 pt.]

c) V(-1/2,-25/4)

$n \cap O_x$: $x^2+x-6=0$ $\quad (x+3).(x-2)=0$

$x_1=-3$ $\quad$ A(-3,0)

$x_2=2$ $\quad$ B(2,0) [2 pt.]

d) 12=-3/2x $\quad$ 12.-2/3=x $\quad$ x= - 8 [2 pt.]

e) $s \perp f$ $\quad$ allora $\text{pend.s} = -\frac{1}{\text{pend.f}} = -\frac{4}{3}$

y=-4/3x+b $\quad$ -4=-4/3.0+b $\quad$ b=-4 $\quad$ y=-4/3x-4 [2 pt.]

Soluzioni Esercizio 3

a) $AC = NC - r_1 = 6 - 1 = 5$ $\qquad EC = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$A_{ACE} = \frac{2\sqrt{6} \cdot 1}{2} = \sqrt{6}$ [2 pt.]

b) Sì, ACE e BCD sono simili, perché sono entrambi rettangoli e hanno l'angolo in C comune. [1 pt.]

c) MC = NC - NA - AM = NC - r_1 - r_1 = 6 - 1 - 1 = 4 [1 pt.]

d) Dato che ACE e BCD sono simili

$\frac{AC}{BC} = \frac{r_1}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{4 - r_2} = \frac{1}{r_2} \quad \Rightarrow \quad 5 \cdot r_2 = 4 - r_2$

$6 \cdot r_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad r_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ [2 pt.]

SOLUZIONI

e) $BC = MC - r_2 = 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$

$DC = \sqrt{BC^2 - r_2^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$ED = EC - DC = 2\sqrt{6} - \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ [2 pt.]

Soluzioni Esercizio 4

a) $\alpha = C\hat{A}D$, per il T. del cos:

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad 15^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \cdot \cos\alpha$

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{15^2 - 16^2 - 10^2}{-2 \cdot 16 \cdot 10}\right) \cong 65.83°$

$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 10 \cdot \sin 65.83° \approx 72.99 \text{ cm}^2$ [3 pt.]

<u>oppure</u>: Formula di Erone:

$s = \frac{16 + 15 + 10}{2} = 20.5$ $\qquad A_{ABC} = \sqrt{20.5 \cdot 10.5 \cdot 5.5 \cdot 4.5} \approx 72.99$

b) Siccome *ADC* e *DBC* hanno lo stesso perimetro deve valere

$\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CA} = \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{DC}$

quindi $\overline{AD} + \overline{CA} = \overline{DB} + \overline{BC}$

se AD= x $\Rightarrow$ DB=16-x $\Rightarrow$ $x + 10 = 16 - x + 15$

$\Rightarrow$ x = 10,5 [3 pt.]

c) $\frac{\overline{CA}}{\sin\delta} = \frac{\overline{DC}}{\sin\alpha} \quad \Rightarrow \quad \delta = \sin^{-1}\left(\frac{\overline{CA} \cdot \sin\alpha}{\overline{DC}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{10 \cdot \sin 65{,}83°}{10{,}5}\right) \approx 60{,}33°$

<u>oppure</u> (se usata Formula di Erone in a)):
prima calcolo di α con T. del cos, poi calcolo di δ con T. del sen. [3 pt.]

SOLUZIONI

Soluzioni Esercizio 5

a) $MN = 2\sqrt{2}$ $\quad A_{triangolo} = \left(2\sqrt{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$

$A_{ottagono} = 6 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{(6+2)\cdot 2}{2} = 28$

$A_{cubo\_tr.} = 8 \cdot A_{triangolo} + 6 \cdot A_{ottagono} = 8 \cdot 2\sqrt{3} + 6 \cdot 28 = 8\left(21 + 2\sqrt{3}\right) \approx 196 cm^2$

[3 pt.]

b) $V_{piramide} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} \cdot 2 = \frac{4}{3}$ [2 pt.]

c) $V_{cubo\_tr.} = V_{cubo} - 8 \cdot V_{piramide} = 6^3 - 8 \cdot \frac{4}{3} = \frac{616}{3} \approx 205\, cm^3$ [2 pt.]

d) $\frac{V_{mod\,ello}}{V_{cubo\_tr.}} = k^3 = 10$ $\quad k = \sqrt[3]{10}$

$AB_{mod\,ello} = 6 \cdot \sqrt[3]{10} \approx 12{,}93 cm$ [2 pt.]

Soluzioni Esercizio 2 (SARTE)

a) $A_{Poligono} = 3^2 + \frac{12 \cdot 9}{2} = 9 + 54 = 63 cm^2$ [2 pt.]

b) $DF = x$, $AF = 12 - x$

$A_{Poligono} = x^2 + \frac{12(12-x)}{2} = x^2 + 6(12-x) = x^2 - 6x + 72$ [3 pt.]

c) $A_{Poligono} = x^2 - 6x + 72 = 64 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8}}{2} = \cdots = 3 \pm 1 = \left\langle \begin{array}{l} = 4 \\ = 2 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad S = \{2;4\}$ [3 pt.]

d) $x^2 = -6x + 72 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 6x - 72 = 0$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 72}}{2} = \cdots = -3 \pm 9 = \left\langle \begin{array}{l} = 6 \\ = -12 (da\_scartare) \end{array} \right.$

$S = \{6\}$ [2 pt.]

SOLUZIONI

Soluzioni Esercizio 2 (MP2)

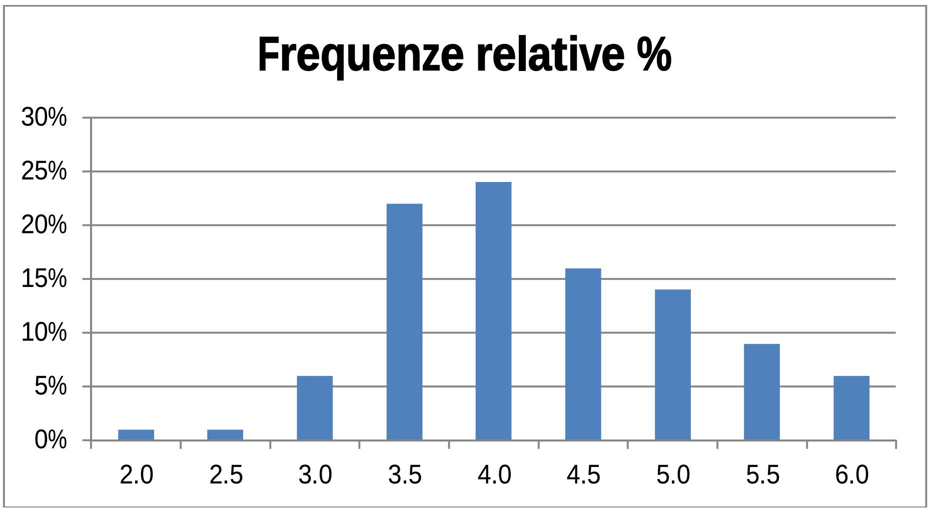
a) Completare tutte le celle vuote della tabella, arrotondando le frequenze relative all'intero. (4 punti)

	Frequenza assoluta	Frequenza relativa %	Frequenza assoluta cumulata	Frequenza relativa cumulata %
2,0	1	1%	1	1%
2,5	1	1%	2	2%
3,0	7	6%	9	8%
3,5	24	22%	33	30%
4,0	27	24%	60	54%
4,5	18	16%	78	70%
5,0	16	14%	94	85%
5,5	10	9%	104	94%
6,0	7	6%	111	100%
Totale	111	100%		

b) Calcolare gli indici seguenti ed arrotondare la media a due cifre decimali:

Media: 4,28 (2 punti)
Moda: 4 (1 punto)
Mediana: 4 (1 punto)

c) Completare il grafico seguente delle frequenze relative % (2 punti)



SOLUZIONI

Scala di valutazione dell' esame su 52 punti

Punteggio	Voto
0 - 10	2
11 - 14	2.5
15 - 19	3
20 - 24	3.5
25 - 28	4
29 - 33	4.5
34 - 39	5
40 - 44	5.5
> 45	6

Scala di valutazione dell' esame su 45 punti

Punteggio	Voto
0 - 8	2
9 - 12	2.5
13 - 16	3
17 - 20	3.5
21 - 25	4
26 - 29	4.5
30 - 33	5
34 - 38	5.5
> 39	6