

Maturità professionale - Cantone Ticino



**Esami di maturità professionale
Indirizzo natura, paesaggio e alimentazione**

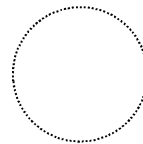
Sessione 8 giugno 2017

Matematica fondamentale

(secondo il PQ MP 2012)

Soluzione dell'esame:

Matematica fondamentale, senza strumenti ausiliari



SOLUZIONI MATEMATICA FONDAMENTALE, SENZA S.A.

Esercizio 1 (6 punti)

$$a) \quad \left(1 + \frac{2}{m+1}\right) \cdot \frac{m+1}{m(m+1)-6} =$$

$$\left(1 + \frac{2}{m+1}\right) \cdot \frac{m+1}{m(m+1)-6} = \frac{m+1+2}{m+1} \cdot \frac{m+1}{m^2+m-6} = \frac{m+3}{m+1} \cdot \frac{m+1}{(m+3)(m-2)} = \frac{1}{m-2}$$

(2 punti)

$$b) \quad \frac{7,7 \cdot 10^{31} \cdot 2 \cdot 10^{-71}}{0,11 \cdot 0,7 \cdot 10^{-37}} =$$

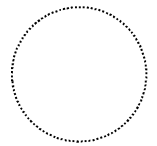
$$\frac{7,7 \cdot 10^{31} \cdot 2 \cdot 10^{-71}}{0,11 \cdot 0,7 \cdot 10^{-37}} = \frac{77 \cdot 2}{11 \cdot 7} \cdot \frac{10^{-1} \cdot 10^{31} \cdot 10^{-71}}{10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-37}} = 2 \cdot 10^{-1} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ dunque } \underline{\underline{a=20}}$$

(2 punti)

c)

$$\frac{\frac{\sqrt{24x^6y}}{\sqrt{25x^4y^{-1}}}}{\frac{xy}{\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 6 \cdot x^6 \cdot y}}{\sqrt{5^2 \cdot x^4 \cdot y^{-1}}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{xy} = \frac{2x^3 \sqrt{6y}}{5x^2 \sqrt{y^{-1}}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{xy} = \frac{12\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}}{5y} = \underline{\underline{\frac{12}{5}}}$$

(2 punti)

**Esercizio 2 (6 punti)**

a) $y_A = f(x_A) \rightarrow 43 = 2x - 2 \rightarrow x_A = \frac{45}{2}$

(1 punto)

i) $2y - 4x - 4 = 0 \rightarrow y = 2x + 2$

ii) $-\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{2}y \rightarrow y = -x - 4$

b)

iii) $-4y - 2x + 2 = 0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

i) // a f(x) $\rightarrow a_1 = a_2 = 2$ iii) \perp a f(x) $\rightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$

(1+1 punti)

$$y = g(x) = \frac{1}{2}x + b$$

c) $3 = \frac{1}{2}(-2) + b \rightarrow b = 4 \rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 4$

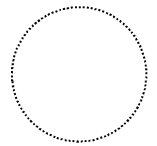
$$f(x) = g(x) \rightarrow 2x - 2 = \frac{1}{2}x + 4 \rightarrow 4x - 4 = x + 8 \rightarrow x = 4$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 - 2 = 6 \rightarrow \underline{\underline{P(4;6)}}$$

(2 punti)

d) $f^{-1}(x): y + 2 = 2x \rightarrow x = \frac{y}{2} + 1 \rightarrow \underline{\underline{y = \frac{x}{2} + 1}}$

(1 punto)

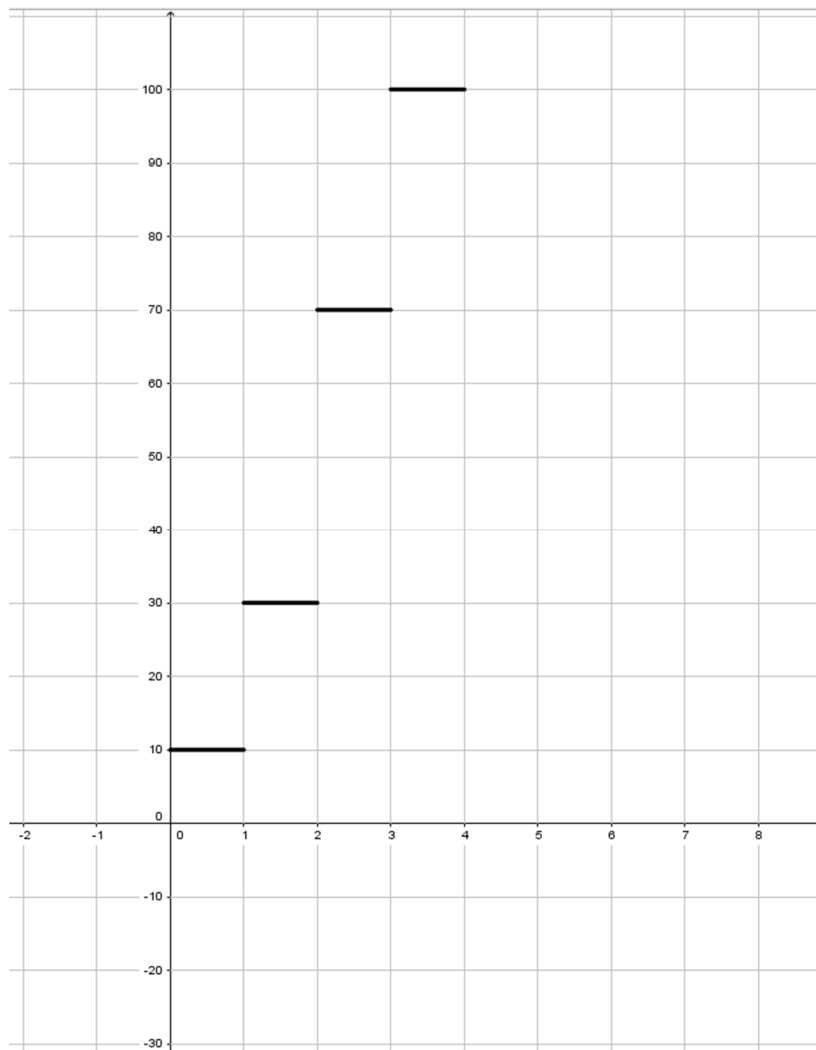
**Esercizio 3 (8 punti)**

a) Moda: 2 - Media aritmetica: $\frac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 30}{100} = \underline{1.9}$

(1+1 punti)

b) Il 90%

(2 punti)

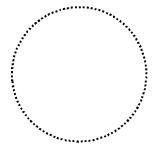
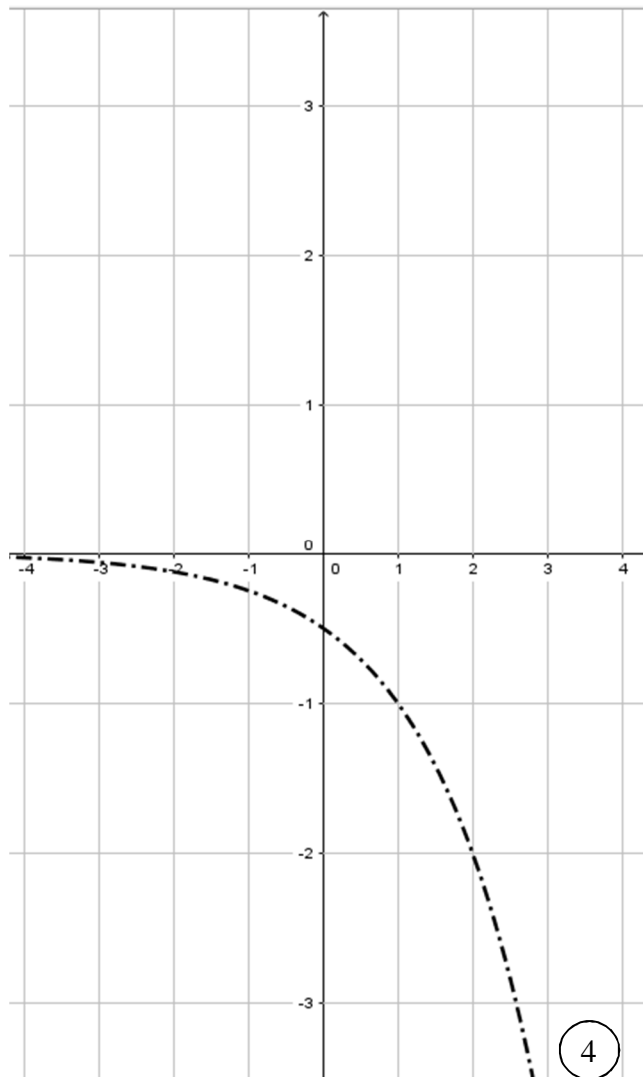


c)

(2 punti per il grafico)

d) Mediana: 2

(2 punti)

**Esercizio 4 (6 punti)**

a)

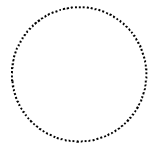
È il grafico N° 4.

$$b) f \cap \text{asse } x: \begin{cases} 4^x - \frac{1}{2} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1/2 \\ y = 0 \end{cases}, \text{ dunque } \underline{I_x(-1/2; 0)}$$

$$f \cap \text{asse } y: \begin{cases} x = 0 \\ y = 4^0 - \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}, \text{ dunque } \underline{I_y(0; 1/2)}$$

$$c) f \cap g: \begin{cases} -2^{x-1} = 4^x - \frac{1}{2} \\ y = 4^x - \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -\frac{1}{4} \end{cases} \text{ (l'altra soluzione è impossibile)}$$

perché risulta $2^x = -1$, dunque $I(-1; -1/4)$

**Esercizio 5 (6 punti)**a) Altezza in funzione di x

$$\frac{6m}{4m} = \frac{6m - x}{h}$$

$$\underline{\underline{h}} = \frac{6m - x}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}(6m - x) = \underline{\underline{-\frac{2}{3}x + 4m}}$$

(2 punti)

b) Area della finestra

$$A = 2x \cdot h = 2x \cdot \left(-\frac{2}{3}x + 4m\right)$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{-\frac{4}{3}x^2 + 8m \cdot x}}$$

(2 punti)

c) Area massima

$$V_x = -\frac{8m}{2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = 3m$$

$$\underline{\underline{A_{max}}} = V_y = -\frac{4}{3}(3m)^2 + 8m \cdot 3m = \underline{\underline{12m^2}}$$

(2 punti)

Oppure

$$\frac{4}{3}x^2 - 8m \cdot x + A = 0$$

$$\Delta = 64m^2 - 4 \cdot \frac{4}{3} \cdot A = 0$$

$$A_{max} = 64m^2 \cdot \frac{3}{16} = 12m^2$$