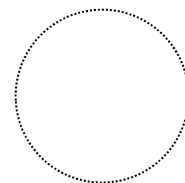


Maturità professionale - Cantone Ticino

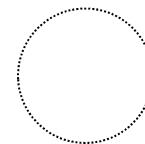


**Esami di maturità professionale
Indirizzo sociosanitario**

Sessione 8 giugno 2017

Matematica

Soluzione dell'esame



SOLUZIONI

Esercizio 1

Risolvere sui fogli a parte mostrando i passaggi:

a) Semplificare l'espressione:

(2 punti)

$$\left(-\frac{5}{2}s^2t\right)^2 : \left(\frac{25t^{-1}s^3}{8}\right) =$$
$$\frac{25}{4}s^4t^2 \cdot \frac{8t}{25s^3} = 2st^3$$

b) Risolvere l'equazione:

(2 punti)

$$\frac{1}{3}x - \frac{x+2}{2} = x - 2 \cdot \frac{x-1}{3}$$

$$\frac{2x - 3x - 6}{6} = \frac{6x - 4x + 4}{6}$$

$$-3x = 10$$

$$x = -\frac{10}{3}$$

$$S = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$$

c) Retta $y = ax + b$

(3 punti)

$$\begin{cases} 3 = 2a + b \\ 6 = -a + b \end{cases} \quad b = 3 - 2a \quad e \quad b = 6 + a$$

$$6 + a = 3 - 2a$$

$$3a = -3$$

$$a = -1 \quad b = 6 - 1 = 5$$

$$\text{Retta } y = -x + 5$$

d)

$$\text{media} = \frac{85 + 68 + 90 + 112 + 131}{5} = 97,2$$

(4 punti)

i) 95% $z=1,96$

$$z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{5}} = 13,01$$

Intervallo di confidenza al 95% per la stima della media $[84,19; 110,21]$

ii) sarebbe più ampio in quanto z è più grande

e) Risolvere rispetto ad x :

(2 punti)

$$\log_2 \sqrt[4]{\frac{1}{64}} = x$$

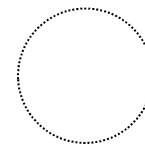
$$2^x = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$2^x = 2^{-\frac{6}{4}}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

f) In una mensa scolastica 96 allievi consumano 4000 kg di pane in 200 giorni. (3 punti)

Quanti chili di pane consumano 120 allievi in 320 giorni?



SOLUZIONI

$$4000 : 200 = 20 \text{ (kg al giorno per 96 persone)}$$

$$\frac{20}{96} = \frac{x}{120}$$

$$x = 25 \text{ (kg al giorno per 120 persone)}$$

$$25 \cdot 320 = 8000 \text{ (kg in totale)}$$

g) Calcolare i punti d'intersezione della funzione
punti)

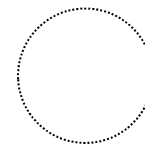
(3)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = 5^{-x+3} - \frac{1}{5} \text{ con gli assi cartesiani.}$$

$$f \cap \text{Asse } x: \begin{cases} y = 0 \\ 5^{-x+3} - \frac{1}{5} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ 5^{-x+3} = 5^{-1} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ -x + 3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ -x = -1 - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 4 \end{cases} \quad (4; 0)$$

$$f \cap \text{Asse } y: \begin{cases} x = 0 \\ y = 5^{-0+3} - \frac{1}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 5^3 - \frac{1}{5} = 125 - \frac{1}{5} = \frac{624}{5} \end{cases} \quad \left(0; \frac{624}{5}\right)$$



SOLUZIONI

(4 pti)

Esercizio 2

a) $B(10,80; 0)$ $K(42,80; 1,35)$ $V(5,40; 4,86)$ $Z(11,10; 1,35)$

b) lunghezza passerella = $\sqrt{d^2 + 1,35^2} = \sqrt{11,1^2 + 1,35^2} = \sqrt{125,17} = 11,1879 \dots \approx 11,18$

Risposta: 11,18 m (oppure 1118 cm)

c) pendenza = $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1,35}{d} = \frac{1,35}{11,1} = 0,1216 \dots \approx 12,16\%$

Risposta: 12,16%

d) probabilità sperimentale = $\frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}} = \frac{117+84+45+33}{6+15+117+84+45} = \frac{279}{300} = 0,93 = 93\%$

Risposta: No riesce solo nel 93% dei casi e non nel 95%.

e) equazione della parabola

VARIANTE 1 (formula canonica della parabola):

Tesi: la traiettoria ha un'equazione della forma $p(x) = ax^2 + bx + c$

Dallo schema (punto A) si ricava $c = 0$ e quindi $p(x) = ax^2 + bx$

Utilizzando le coordinate di V e B:
$$\begin{cases} a \cdot 5,4^2 + b \cdot 5,4 = 4,86 \\ a \cdot 10,8^2 + b \cdot 10,8 = 0 \end{cases} \quad \text{da cui segue } a = -1/6 \text{ e}$$

$b = 1,8$

Risposta: $p(x) = -x^2/6 + 1,8x$

VARIANTE 2 (formula delle coordinate del vertice):

Tesi: la traiettoria ha un'equazione della forma $p(x) = a \cdot (x - V_x)^2 + V_y$

Dallo schema si ricava quindi: $p(x) = a \cdot (x - 5,4)^2 + 4,86$

Utilizzando le coordinate di A si ottiene l'equazione: $0 = a \cdot (0 - 5,4)^2 + 2,56$ da cui segue $a = -1/6$

Risposta: $p(x) = -1/6 \cdot (x - 5,4)^2 + 4,86$

VARIANTE 3 (formula degli zeri della funzione):

Tesi: $p(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

Dallo schema si ricava quindi: $p(x) = a \cdot (x - 0) \cdot (x - 10,80) = ax \cdot (x - 10,80)$

Utilizzando le coordinate di V si ottiene l'equazione: $4,86 = a \cdot 5,4 \cdot (5,4 - 10,80)$ da cui $a = -1/6$

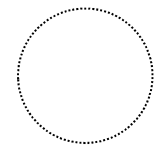
Risposta: $p(x) = -1/6 \cdot x \cdot (x - 10,80)$

f) differenza di altezza

$p(x) = p(11,1) = \dots = -0,555$ (metri)

Differenza di quota: $1,35 + 0,555 = 1,905$

Risposta ≈ 191 cm



SOLUZIONI

Esercizio 3:

a) La curva corretta è la 6.

(2 punti)

Motivazioni:

- Esponenziale crescente
- Ordinata all'origine pari a 5

b) $t = 6 \text{ ore} = 360 \text{ minuti}$

$$N_B(360) = 5 \cdot 2^{\frac{360}{2}} = 5 \cdot 2^{180} = \underline{\underline{7,66 \cdot 10^{54} \text{ organismi}}}$$

(3 punti)

c) $\frac{N_U}{U_0} = 100$

$$100 = 2^{\frac{t}{2}}$$

$$\log(100) = \frac{t}{2} \cdot \log(2)$$

$$t = 2 \cdot \frac{\log 100}{\log 2} \approx \underline{\underline{13,2877 \text{ min} = 13 \text{ min } 17 \text{ sec}}}$$

(4 punti)

d) $N_V(t) = 2 \cdot 2^{\frac{t}{1,5}}$

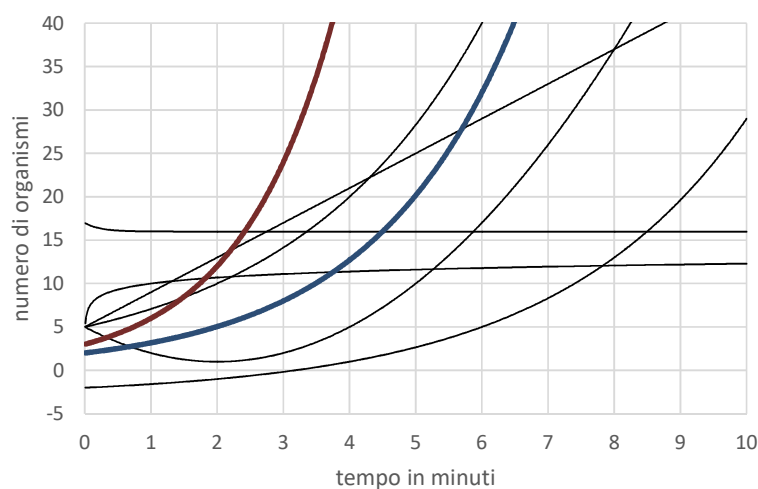
(3 punti)

e) Rappresentazione curva

Punto d) con risposta corretta

Punto d) non corretto, uso della funzione sostitutiva

(3 punti)





SOLUZIONI

f) Con: $N_V(t) = 2 \cdot 2^{\frac{t}{1,5}}$ (5 punti)

$$N_V(t) = N_U(t)$$

$$5 \cdot 2^{\frac{t}{2}} = 2 \cdot 2^{\frac{t}{1,5}}; \quad 2^{\frac{t}{6}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{t}{6} \cdot \log 2 = \log \frac{5}{2} \Rightarrow t = 6 \cdot \frac{\log \frac{5}{2}}{\log 2} \approx 7,9316 \text{ min} \approx 7'56'' ;$$

con funzione sostitutiva rispetto al risultato corretto del punto (d)

quindi con: $N_V(t) = 3 \cdot 4^{\frac{t}{2}}$

$$N_V(t) = N_U(t)$$

$$3 \cdot 4^{\frac{t}{2}} = 5 \cdot 2^{\frac{t}{2}}; \quad 2^{\frac{t}{2}} = \frac{5}{3} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{\log\left(\frac{5}{3}\right)}{\log(2)} \approx 1,474 \text{ min} \approx 1'28''$$



SOLUZIONI

Esercizio 4

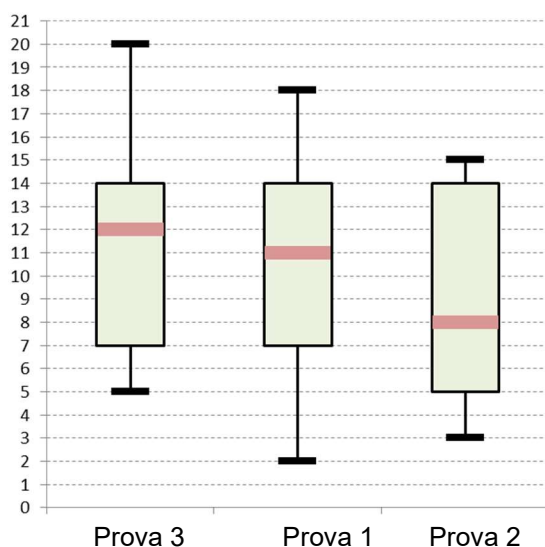
I valori richiesti sono $A=13$; $B=0.394$; $C=10 \cdot 3=30$; $D=33$

La moda è 11 punti

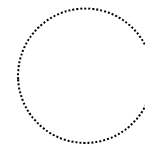
	Prova 1	
Minimo	<u>2</u>	0,5 punti
Q1	<u>7</u>	1 punto
Q2	<u>11</u>	1 punto
Q3	<u>14</u>	1 punto
Massimo	<u>18</u>	0,5 punti
Media aritmetica	<u>10,303</u>	1 punto
Scarto quadratico medio	4,53	

$$\text{Media aritmetica} = \frac{340}{33} = 10, \overline{30} \approx 10,303$$

(la tabella dettagliata con i calcoli – Prova 2)		
	Prova 2	
Minimo	<u>5</u>	0.5 punti
Q1	<u>7</u>	1 punto
Q2	<u>8</u>	1 punto
Q3	14	
Massimo	20	
Media aritmetica	<u>10.42</u>	2.5 punti
Scarto quadratico medio	<u>4.46</u>	



Dopo un abbassamento della nota mediana vi è un recupero nella terza prova. D'altra parte nella terza prova vi è un peggioramento del 25% peggiore della classe. Anche la nota massima è peggiorata tra la seconda e la terza prova.



SOLUZIONI

Esercizio 5a)

Completa la tabella

	Abbonati	Non abbonati	
Occupati	850	700	1550
Disoccupati	310	240	550
Pensionati	$0,75 \cdot 1400 = 1050$	350	1400
	2210	1290	3500

Esercizio 5b)

$$2210/3500=63,14\%$$

Esercizio 5c)

$$A=550/3500=15,71\%$$

$$B=1290/3500=36,86\%$$

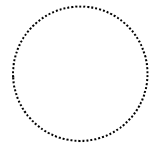
$$C=240/3500=6,86\%$$

Esercizio 5d)

$$(550+1050)/3500=45,71\%$$

Esercizio 5e)

$$240/1290=18,60\%$$



SOLUZIONI

Esercizio 6

In un gruppo di persone si è osservato il numero di ore di sonno per notte e l'età.

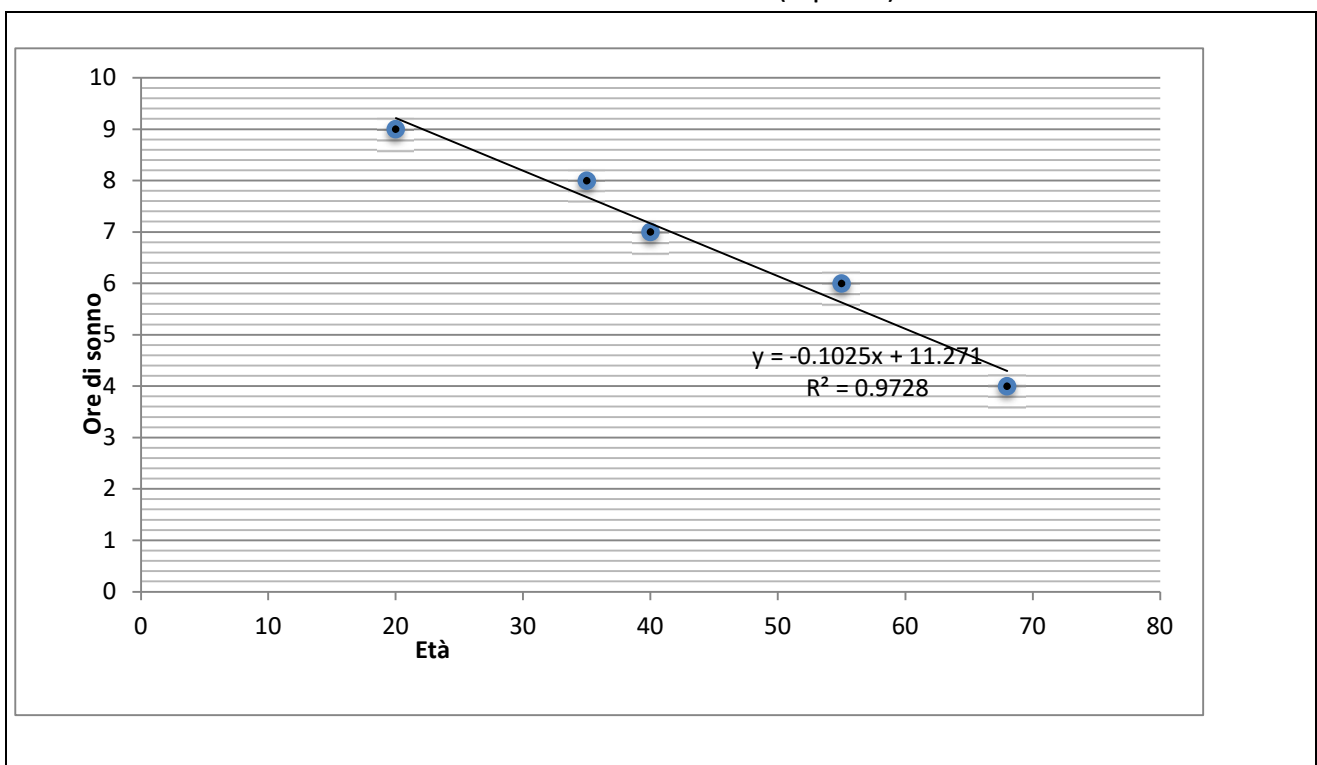
Età	Ore di sonno
35	8
20	9
68	4
55	6
40	7

a) Indicare la variabile indipendente e quella dipendente (2 punti)

x: variabile indipendente; età (in anni)

y: variabile dipendente; ore di sonno per notte

b) Rappresentare il diagramma a dispersione scegliendo delle scale appropriate.
(4 punti)





SOLUZIONI

c) Sono proposti una serie di valori per il coefficiente di correlazione. Completare la tabella motivando la scelta. (4 punti)

Coefficiente r	È plausibile? Sì / No	Motivazione
0,986	No	r dev'essere negativo
-0,986	Sì	r forte e negativo
0,098	No	r troppo debole e positivo
-1,986	No	$-1 \leq r \leq 1$

d) Sono proposti una serie di valori per la retta di regressione. Completare la tabella motivando la scelta. (4 punti)

Equazione della retta	È plausibile?	Motivazione
$y = -0.1025x + 2$	No	ordinata all'origine non corretta
$y = 0.1025x + 11.271$	No	pendenza positiva non corretta
$y = -0.1025x + 11.271$	Sì	pendenza negativa e ordinata all'origine corretta
$y = -0.1025x - 11.271$	No	ordinata all'origine non corretta

e) Determinare quante ore di sonno dorme una persona che ha 45 anni. Indicare il risultato in ore e in minuti. (3 punti)

$$\begin{cases} x = 45 \\ y = -0.1025x + 11.271 \end{cases}$$

$$y = -0.1025 \cdot 45 + 11.271 = 6.6585 \quad 6 \text{ ore } 40 \text{ minuti}$$

f) Calcolare l'età di una persona che dorme 5 ore e 30 minuti.

(3 punti)

$$\begin{cases} y = 5,5 \\ y = -0.1025x + 11.271 \end{cases}$$

$$5.5 = -0.1025x + 11.271$$

$$0.1025x = 5.771$$

$$x = 5.771 : 0.1025 \cong 56 \quad 56 \text{ anni}$$