

**Esami di maturità professionale  
Indirizzo sanità e socialità**

**Sessione 8 giugno 2017**

**Matematica fondamentale**

(secondo il PQ MP 2012)

**Dati personali**

Istituto scolastico: .....

Nome e cognome: .....

Classe: .....

**Disposizioni generali**

- La durata dell'esame è di **120 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice non grafica e priva del modulo CAS.
- È permesso consultare il formulario appositamente consegnato dalla scuola.
- Ogni esercizio deve essere accompagnato dai relativi calcoli o ragionamenti: i calcoli devono essere svolti sul fascicolo delle risposte.

**Punteggi e nota**

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Totale	Nota
16	16	16	16	16	16		
						/96	



**Esercizio 1**

Risolvere sul fascicolo delle risposte mostrando i passaggi:

a) Semplificare l'espressione:

$$\left(-\frac{5}{2}s^2t\right)^2 : \left(\frac{25t^{-1}s^3}{8}\right) = \quad (2 \text{ punti})$$

b) Risolvere l'equazione:

$$\frac{1}{3}x - \frac{x+2}{2} = x - 2 \cdot \frac{x-1}{3} \quad (2 \text{ punti})$$

c) Trovare l'equazione della retta passante per i punti:  
(2; 3) e (-1; 6).

(3 punti)

d) Un produttore di corde commissiona uno studio per sapere la tenuta media del suo prodotto. Le corde hanno una tenuta che segue una distribuzione normale. Si può considerare (ai fini dell'esercizio) che lo scarto quadratico medio è noto ed è di 15 kN.

Il campione casuale ha dato i seguenti valori di tenuta:

85 kN; 68 kN; 90 kN; 112 kN; 131 kN.

- i) Determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la tenuta media delle corde della fabbrica.
- ii) Un intervallo di confidenza al 99% avrebbe un'ampiezza minore oppure maggiore rispetto a quella trovata al punto precedente?

e) Risolvere rispetto ad x:

(2 punti)

$$\log_2 \sqrt[4]{\frac{1}{64}} = x$$

f) In una mensa scolastica 96 allievi consumano 4000 kg di pane in 200 giorni. Quanti chili di pane consumano 120 allievi in 320 giorni? (3 punti)

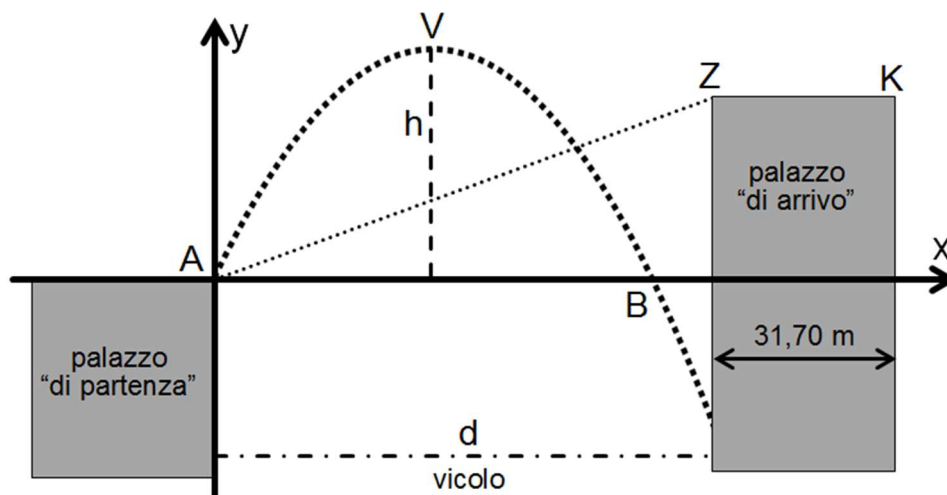


## Esercizio 2

Batman nel corso dell'inseguimento di un malvivente si ritrova sul ciglio del tetto del palazzo "di partenza" (punto A nello schema).

- Il malvivente passa sulla passerella che congiunge i punti A e Z.
- Batman invece salta (la sua traiettoria è una parabola) verso il tetto del palazzo "di arrivo" dall'altra parte del vicolo: l'altezza massima (rispetto al punto di partenza) è pari a 4,86 metri (misura del segmento  $h$ ). Durante il volo passa per il punto B, distante orizzontalmente 10,80 m da A.

Si sa inoltre che la larghezza del vicolo (segmento  $d$ ) è pari a 11,10 metri, mentre la differenza di altezza fra i tetti dei due palazzi è di 1,35 metri.

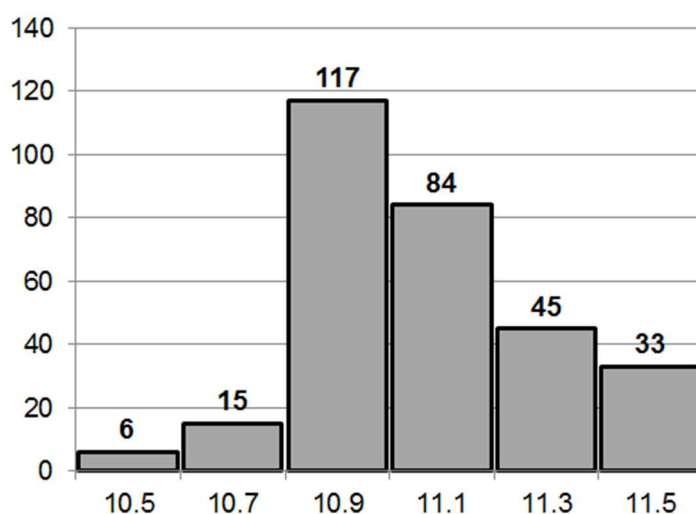


**Osservazione:** Il disegno non è in scala e potrebbe, nei dettagli, non corrispondere alla situazione reale.

- Determinare le coordinate, in metri, dei punti B, K, V e Z. (4 punti)
- Calcolare la lunghezza della passerella utilizzata dal malvivente in fuga. Arrotondare il risultato al cm. (3 punti)
- Calcolare la pendenza della passerella utilizzata dal malvivente. Esprimere il risultato arrotondato a due decimali. (2 punti)



- d) Batman nel corso dei suoi numerosi allenamenti ha preso nota delle “lunghezze orizzontali” dei suoi salti. Il Grafico 1 riassume le misurazioni espresse in metri.



– Grafico 1 –

È corretto affermare che Batman è in grado di effettuare un “salto orizzontale” lungo almeno 10,80 m (corrispondenti alla distanza fra i punti A e B dello schema) con una percentuale maggiore del 95%? Argomentare la risposta. (3 punti)

- e) Determinare l'equazione della parabola che descrive il salto di Batman. (4 punti)



### Esercizio 3

Di un particolare ceppo di microorganismi unicellulari, che chiameremo U, si può calcolare il numero di individui al variare del tempo utilizzando la seguente funzione di crescita:

$$N_U(t) = U_0 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$

Dove:

$N_U$  è il numero di microorganismi del ceppo U in un dato istante;

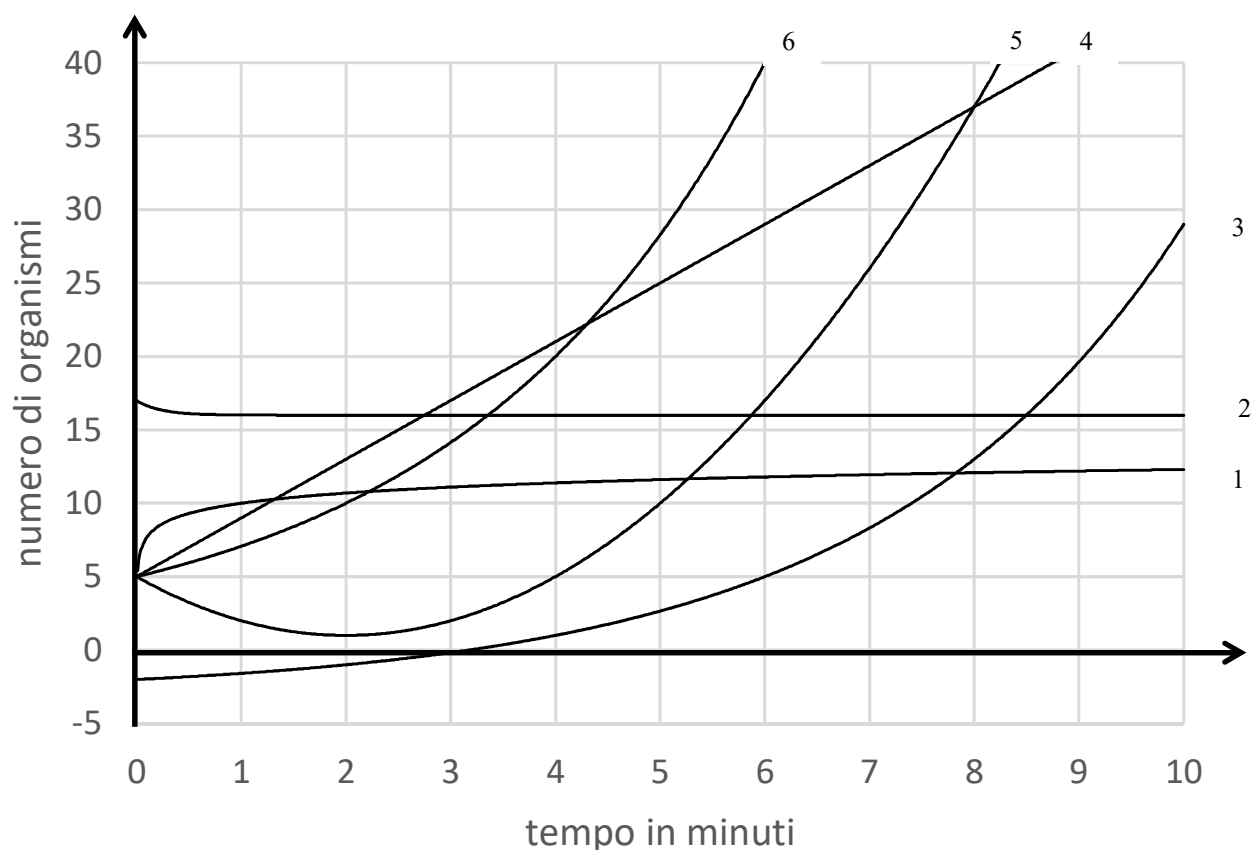
$U_0$  è il numero iniziale di microorganismi;

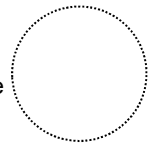
$t$  è il tempo espresso in minuti.

- a) In laboratorio si è riusciti ad isolare un numero  $U_0 = 5$  di microorganismi, e di essi si è costruita la curva di crescita.

Quale tra le curve riportate nel seguente sistema di assi cartesiani rappresenta la funzione di crescita del ceppo di microorganismi unicellulari U? Motivare la risposta.

(2 punti)





- b) Calcolare quale sarà il numero di microorganismi dopo 6 ore. Esprimere il risultato in notazione scientifica. (3 punti)

Ora si vuole studiare un nuovo ceppo di microorganismi, denominato V e che, analogamente a quelli del tipo U, si riproducono per duplicazione: riescono cioè a produrre una copia esatta di se stessi in un certo tempo. È dato che:

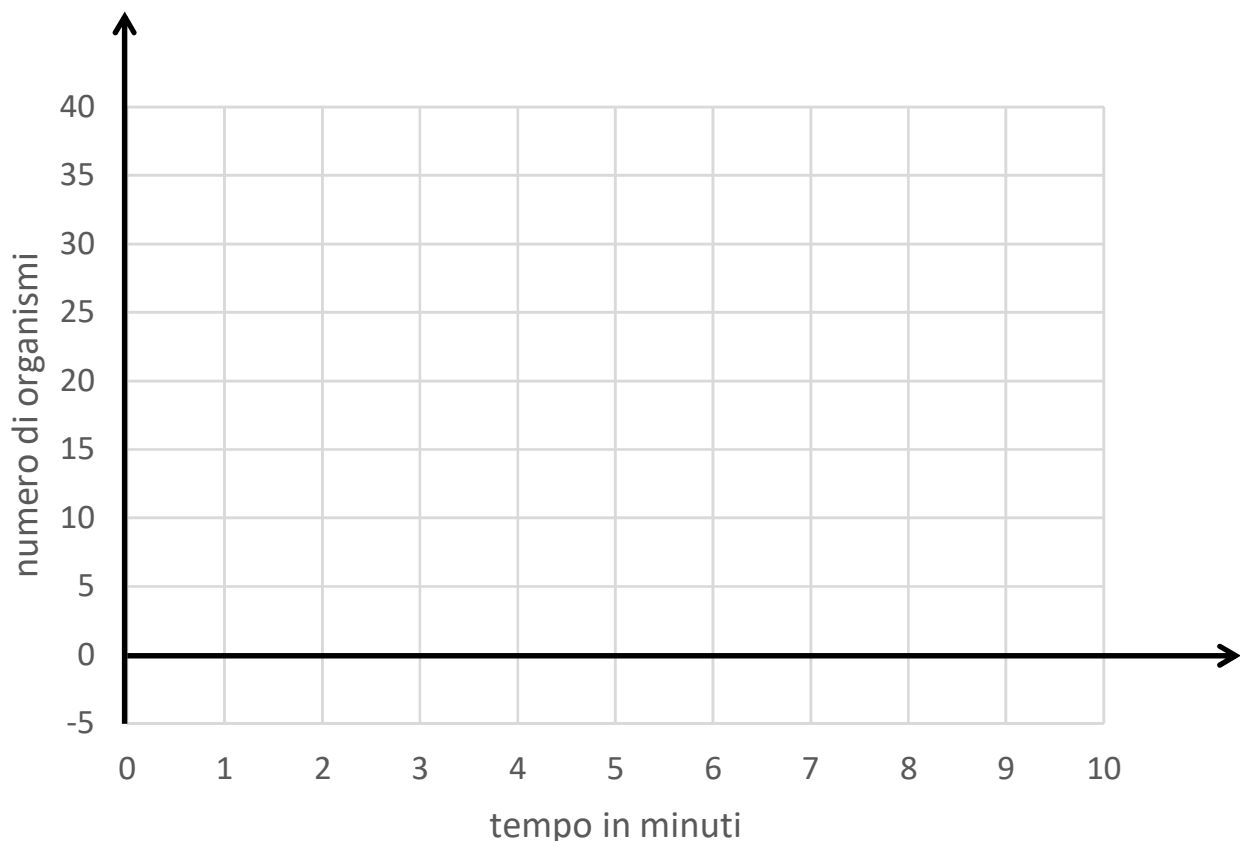
- la popolazione di questo nuovo ceppo raddoppia il numero di individui ogni 1,5 minuti (invece di 2 come per il ceppo U).
- in laboratorio sono stati inizialmente isolati 2 microorganismi del tipo V.

- c) Sia  $N_V(t) = V_0 \cdot A^{\frac{t}{k}}$  la funzione di crescita dei microorganismi di tipo V, determinare  $V_0$ ,  $A$  e  $k$ . (3 punti)

Chi non avesse trovato il risultato della domanda (c) utilizzi in seguito:

$$N_V(t) = 3 \cdot 4^{\frac{t}{2}}$$

- d) Rappresentare in un sistema di assi cartesiani il grafico della funzione di crescita  $N_V(t)$ . (3 punti)





- 
- e) Calcolare dopo quanto tempo le due colonie di microorganismi U e V avranno esattamente lo stesso numero di individui. Esprimere il risultato in minuti e secondi. (5 punti)





### Esercizio 4

Nel corso di un semestre 33 allievi hanno sostenuto 3 prove.

Prova 1. I risultati della prova 1 sono riassunti con la seguente tabella:

Punti ottenuti <b>prova 1</b> $x_j$	Frequenza assoluta $f_j$	Frequenza assoluta cumulata	Frequenza relativa cumulata	$=f_j \cdot x_j$
1	0	0	0,000	0
2	1	1	0,030	2
3	2	3	0,091	6
4	1	4	0,121	4
5	1	5	0,152	5
6	3	8	0,242	18
7	3	11	0,333	21
8	2	<b>A</b>	<b>B</b>	16
9	0	13	0,394	0
10	3	16	0,485	<b>C</b>
11	4	20	0,606	44
12	2	22	0,667	24
13	2	24	0,727	26
14	2	26	0,788	28
15	2	28	0,848	30
16	1	29	0,879	16
17	2	31	0,939	34
18	2	33	1,000	36
Totale	<b>D</b>			340

a) Determinare i valori delle lettere A, B, C e D.

(2 punti)

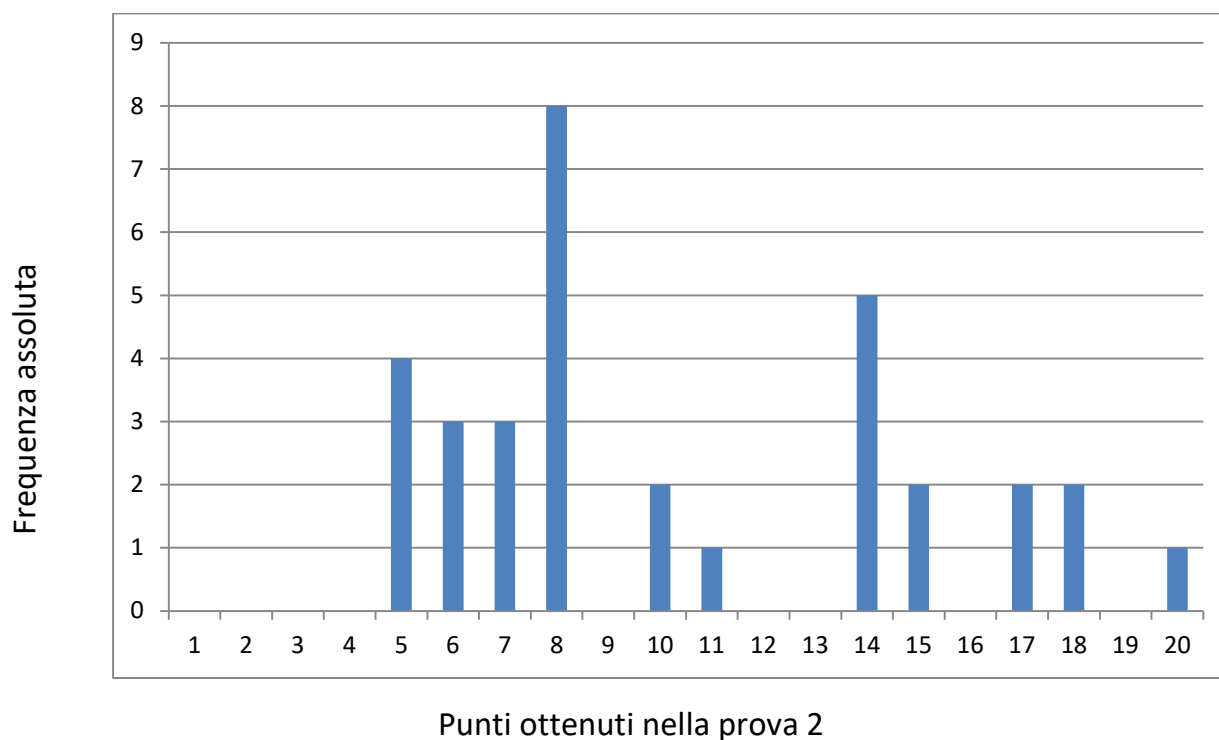


b) Completare la tabella relativa alla prova 1.

(5 punti)

	Prova 1
Il valore minimo è	
Il valore di Q1 è	
Il valore di Q2 è	
Il valore di Q3 è	
Il valore massimo è	
La media aritmetica è di	
Lo scarto quadratico medio è di	4,53

Prova 2. I risultati della prova 2 sono riassunti con il seguente grafico:





c) Completare la tabella relativa alla prova 2.

(5 punti)

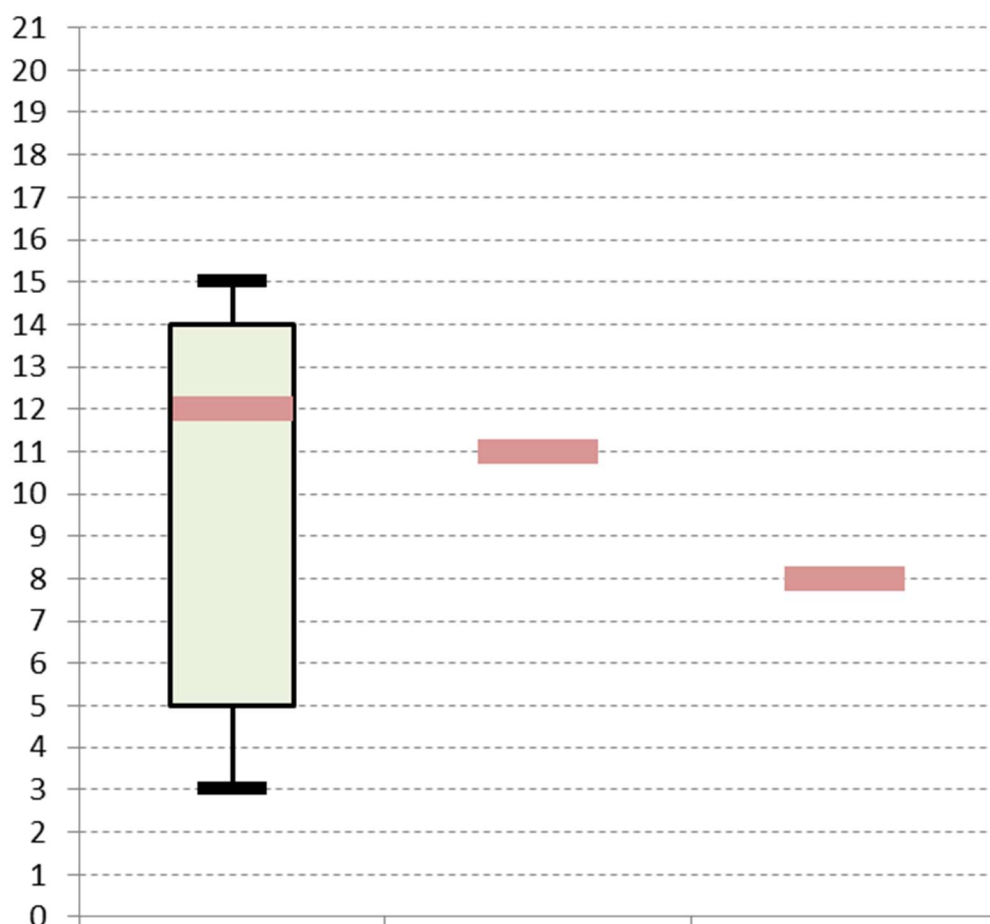
	Prova 2
Il valore minimo è	
Il valore di Q1 è	
Il valore di Q2 è	
Il valore di Q3 è	14
Il valore massimo è	20
La media aritmetica è di	10,42
Lo scarto quadratico medio è di	

Prova 3. Per la prova 3 sono date le seguenti informazioni.

	Prova 3
Il valore minimo è	3
Il valore di Q1 è	5
Il valore di Q2 è	12
Il valore di Q3 è	14
Il valore massimo è	15
La media aritmetica è di	11,39
Lo scarto quadratico medio è di	7,73



- d) Nel grafico si trovano i tratti corrispondenti alle mediane di due delle tre prove precedenti, mentre l'altra è già disegnata. Stabilire quali sono e completare i box-plot delle due prove mancanti. (4 punti)



**Esercizio 5**

Nella cittadina di Smartville (un paesino di 3500 abitanti) sono stati raccolti i dati inerenti il numero di abbonati alla nuova rivista “Smartnews” rispetto alla loro situazione lavorativa.

Si è visto che il 75% dei pensionati è abbonato alla rivista “Smartnews”.

- a) Completare la tabella. (4 punti)

	Abbonati	Non abbonati	Totali
Occupati			1550
Disoccupati		240	550
Pensionati			
Totali		1290	3500

Nelle risposte che seguono, i risultati devono essere forniti approssimati al secondo decimale.

- b) Calcolare la percentuale di abbonati. (3 punti)

Viene selezionata a caso una persona tra gli abitanti di Smartville, ognuna avente la stessa possibilità di essere scelta.

- c) Calcolare la probabilità (espressa in percentuale) dei seguenti eventi:  
(6 punti)

A=“la persona scelta è disoccupata”

B=“la persona scelta non è abbonata alla rivista”

C=“la persona scelta è disoccupata e non è abbonata alla rivista”

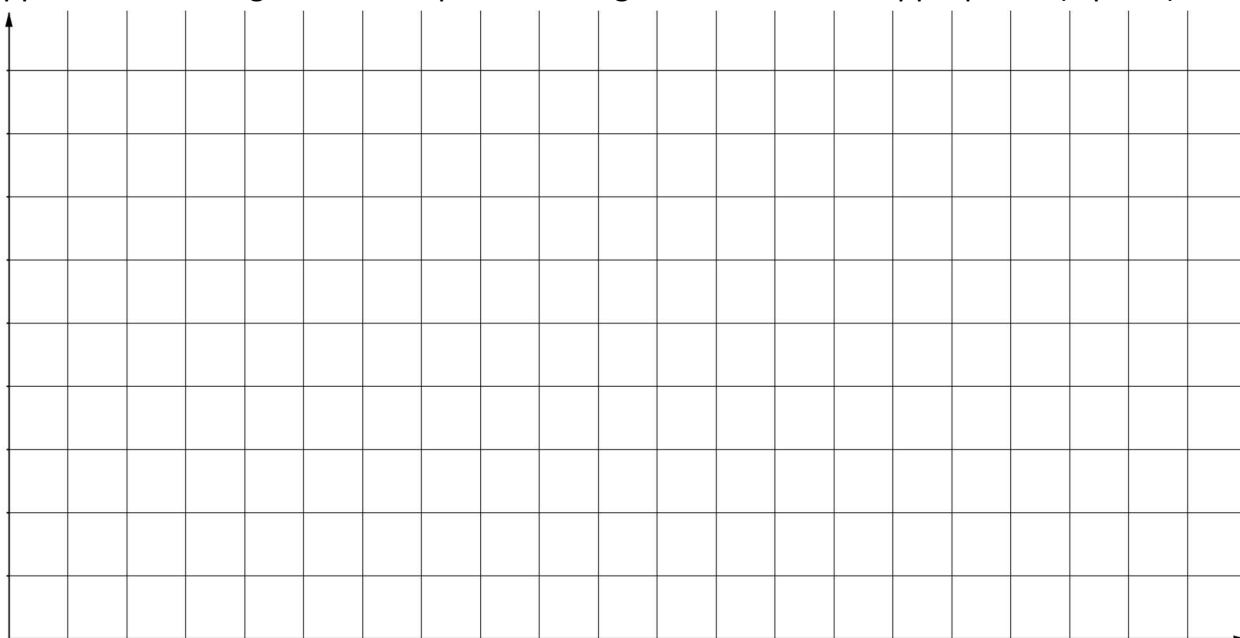
- d) I redattori della rivista decidono di estrarre a caso una persona tra i non abbonati, per regalare un abbonamento annuale. Calcolare la probabilità (in percentuale) che chi riceve questo regalo sia un disoccupato. (3 punti)

**Esercizio 6**

In un gruppo di persone si è osservato il numero di ore di sonno per notte in funzione dell'età.

Età	Ore di sonno
35	8
20	9
68	4
55	6
40	7

a) Rappresentare il diagramma a dispersione scegliendo delle scale appropriate.(4 punti)





- b) Sono proposti una serie di valori per il coefficiente di correlazione. Completare la tabella motivando ogni risposta data. (4 punti)

Coefficiente r	È plausibile? Sì / No	Motivazione
0,986		
-0,986		
0,098		
-1,986		

- c) Sono proposte una serie di equazioni per la retta di regressione. Completare la tabella motivando ogni risposta data. (4 punti)

Equazione della retta	È plausibile? Sì / No	Motivazione
$y = -0,1025x + 2$		
$y = 0,1025x + 11,271$		
$y = -0,1025x + 11,271$		
$y = -0,1025x - 11,271$		

- d) Determinare quante ore di sonno dorme una persona che ha 45 anni. Indicare il risultato in ore e in minuti. (4 punti)