



Repubblica e Cantone
Ticino

Sessione ESAMI 2018

Sezione MP2 - Servizi

Materia Matematica

Serie 1

Luogo

Data

Numero candidato

Cognome

Nome

Tempo accordato 120 minuti

Punteggio massimo 100

Mezzi ausiliari Calcolatrice, formulario ufficiale distribuito con l'esame

Punti

Nota

Firme dei periti

.....

Esercizio 1.

$$a) \frac{a^3 + 2a^2 - 3a}{a(a^2 - 1)(b + 2)} =$$

$$\frac{a(a^2 + 2a - 3)}{a(a^2 - 1)(b + 2)} =$$

$$\frac{a(a + 3)(a - 1)}{a(a^2 - 1)(b + 2)} = \frac{a + 3}{(a + 1)(b + 2)}$$

$$b) 9^{x+2} \cdot \frac{1}{27^x} \cdot 3^{-2} - 1 = 0$$

$$\frac{9^x \cdot 9^2 \cdot 3^{-2}}{27^x} = 1$$

$$\frac{9^x}{27^x} = \frac{3^2}{9^2}$$

$$\left(\frac{9}{27}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ da cui } x = 2$$

$$\text{oppure } x = \frac{\log \frac{1}{9}}{\log \frac{1}{3}} = 2$$

Esercizio 2.

a)

$$\begin{cases} 5x + 20y \leq 200 \\ 8x + 8y \leq 96 \\ 11x + 8y \leq 120 \\ x, y \geq 0 \\ x \leq 10 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq \frac{1}{4}x + 10 & \text{NO}_x \\ y \leq -x + 12 & \text{CO} \\ y \leq -\frac{11}{8}x + 15 & \text{PM} \end{cases}$$

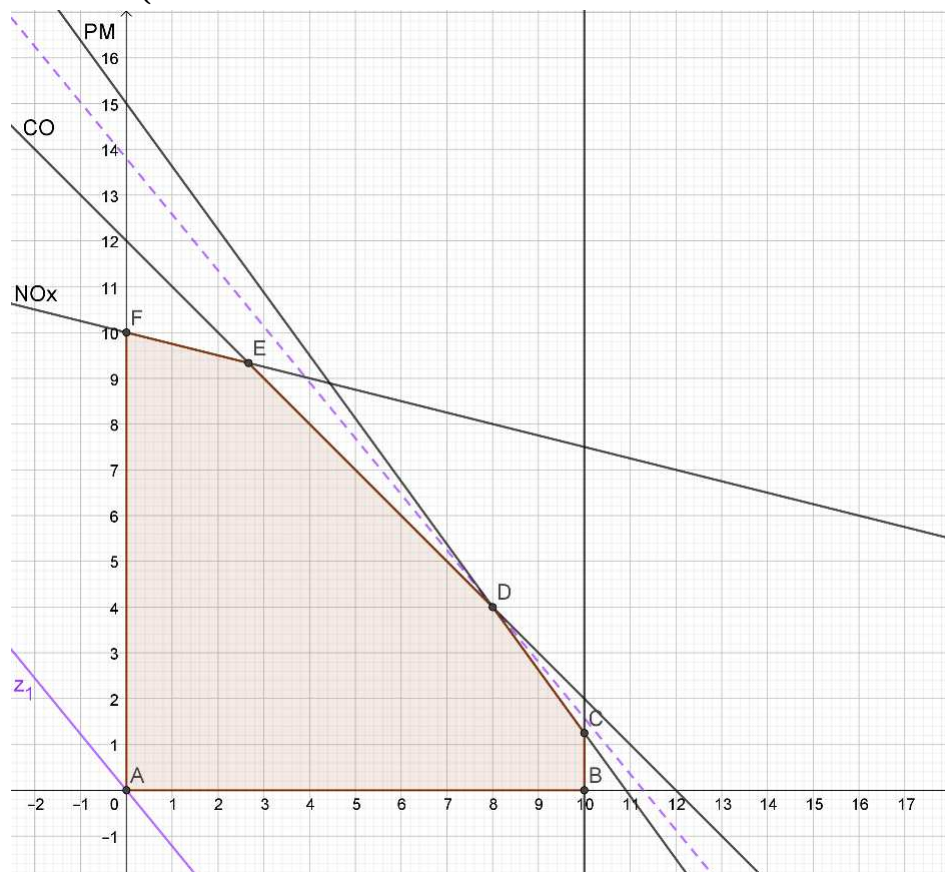


Figura 1. Area della soluzione

Funzione obiettivo: $z(x, y) = 1100x + 900y$ da cui $y = -\frac{1100}{900}x + k$

Vertici: $A(0;0)$, $B(10;0)$, $C(10; \frac{5}{4})$, $D(8;4)$, $E(\frac{8}{3}; \frac{28}{3})$, $F(0;10)$

Massimo in $D(8;4)$

$$z_{\max} = 1100 \cdot 8 + 900 \cdot 4 = 12'400 \text{kg}$$

- b) La combinazione $(1; 11)$ soddisfa tutti i vincoli tranne quello relativo alle emissioni di NO_x
- c) 5 è la quantità di NO_x emessa da un furgone BIG, 20 da un furgone SPRINT e 200 il limite massimo di emissioni totali.

Esercizio 3.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 52'727.35 \cdot \frac{3}{12} \cdot 0.005 = 65.90 \\
 I_2 &= 52'727.35 \cdot \frac{75}{360} \cdot 0.075 = 82.38 \\
 I_3 &= 36'927.35 \cdot \frac{105}{360} \cdot 0.0075 = 80.77 \\
 I_{\text{netti}} &= 37'091.23 - (52'727.35 - 15'800) = 163.88 \\
 I_{\text{lordi}} &= 163.88 \div 0.65 = 252.12 \\
 I_4 &= 252.12 - (65.90 + 82.38 + 89.77) = 23.07 \\
 36'927.35 \cdot \frac{3}{12} \cdot i &= 23.07 \\
 i &= 0.25\%
 \end{aligned}$$

Esercizio 4.

$$\begin{aligned}
 25'000 \cdot 1.01^8 &= 27'071.41 \\
 34'571.41 \cdot 1.01^2 &= 35'266.30 \\
 35'266.30 \cdot 1.002^4 &= 35'549.28 \\
 (35'549.28 - S) \cdot 1.002^{20} &= 26'590.90 \\
 S &= 10'000 \text{ CHF}
 \end{aligned}$$

Esercizio 5.

$$\text{a) } \begin{cases} 10 = 5a + b \\ 4 = 20a + b \end{cases} \text{ da cui}$$

$$\begin{aligned} 10 - 4 &= 5a - 20a \\ 6 &= -15a \\ a &= -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Per b

$$\begin{aligned} 10 &= 5 \cdot -\frac{2}{5} + b \\ b &= 12 \end{aligned}$$

La funzione della domanda é: $p = -\frac{2}{5}q + 12$

b)

$$\begin{aligned} 2q - 4p &= -12 \\ p &= \frac{1}{2}q + 3 \end{aligned}$$

Quindi

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5}q + 12 &= \frac{1}{2}q + 3 \\ -4q + 120 &= 5q + 30 \\ q &= 10 \\ p &= \frac{1}{2} \cdot 10 + 3 \\ p &= 8 \\ P_1 &= (10; 8) \end{aligned}$$

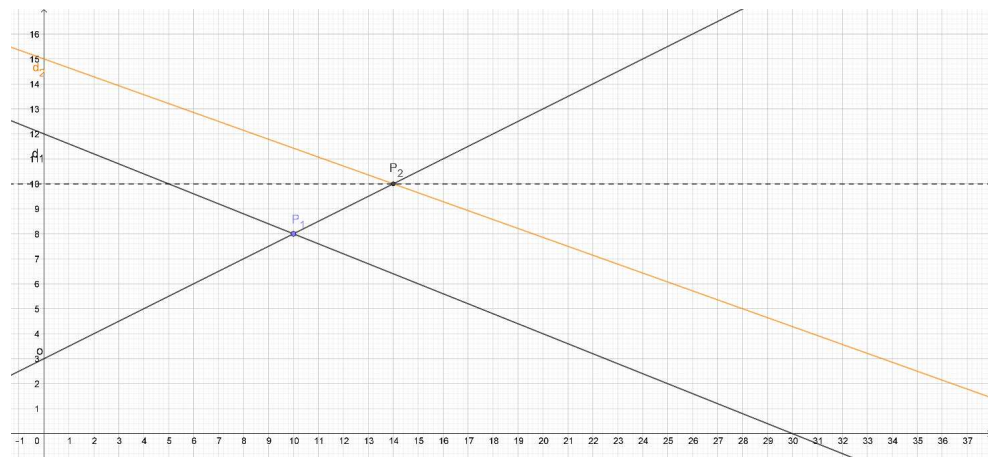


Figura 2. Funzioni domanda e offerta

c)

- Quantità offerta: 14
- Quantità domandata: 5
- Eccedenza di offerta → il prezzo scenderà

d) Il prezzo minimo a partire dal quale le imprese iniziano ad offrire il bene è 3, al di sotto di 3 sarebbero in perdita. La pendenza $\frac{1}{2}$ indica che quanto il prezzo aumenta di 1 unità l'offerta aumenta di 2 unità.

e)

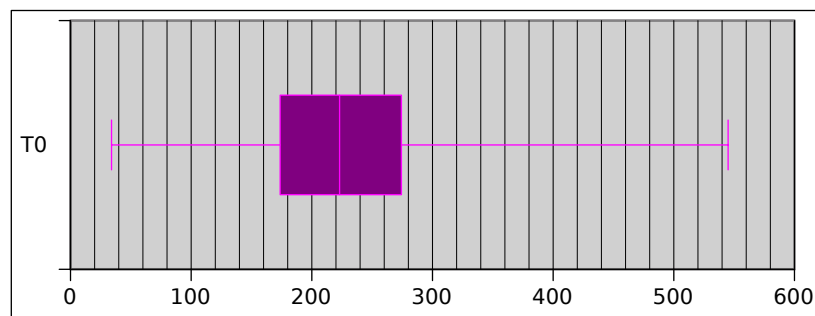
$$5q + 14p = 210$$

$$p = -\frac{5}{14}q + 15$$

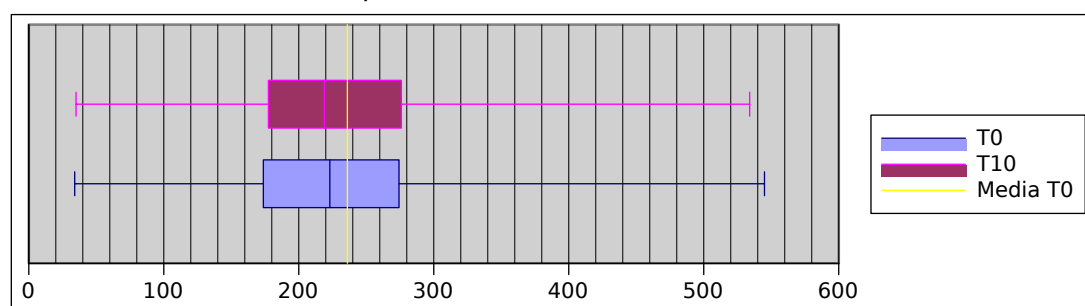
Nuovo punto di equilibrio: (14; 10)

Esercizio 6.

- a) Per il boxplot dei dati T_0 sono necessari i dati di mediana e quartili. Il calcolo manuale della mediana e dei quartili su 50 dati offre i seguenti risultati $Q_1 = 173$ (13 dato), $Q_2 = M = 223$ (media tra il 25 e il 26 dato) $Q_3 = 275$ (38 dato). Si presti attenzione al fatto che il boxplot tracciato qui sotto usa un'algoritmo dei quartili che fornisce valori leggermente differenti ($Q_1 = 173.75$, $Q_2 = M = 223$ (identico) e $Q_3 = 274.25$). A livello pratico la differenza non è percepibile ad occhio nudo sul grafico.

**Figura 3.** Boxplot per T_0

- b) La media per i dati T_0 è pari a 236. Si osservi la figura 4 sottostante con i due boxplot sovrapposti e la media sovrimpressa. Si nota come il baffo destro del boxplot è decisamente più lungo del baffo a sinistra. Ciò indica che la distribuzione dei dati non è simmetrica e ci sono alcuni valori alti che incidono sulla media che quindi non coincide con la mediana. Lo spostamento è tuttavia moderato. (La messa in evidenza degli outlier con l'apposita tecnica permetterebbe una ancor migliore visualizzazione di questo fatto).
- c) I due boxplot sono molto simili e non si evidenziano differenze sostanziali nelle misurazioni dei trombociti con questa tecnica di visualizzazione.

**Figura 4.** Confronto tra boxplot T_0 e T_{10} e media T_0

- d) Qui si trova una tabella delle frequenze e il relativo istogramma. Nel grafico proposto come soluzione sull'asse delle y è riportata la densità. Nel grafico proposto come soluzione sull'asse delle y è riportata la frequenza che è accettabile in quanto le classi hanno ampiezza omogenea. È accettato anche un istogramma che usa la densità sull'asse delle y .

Min	Max	Frequenza
from -20	to below -10	8
from -10	to below 0	16
from 0	to below 10	17
from 10	to below 20	5
from 20	to below 30	0
from 30	to below 40	1
from 40	to below 50	0
from 50	to below 60	1
from 60	to below 70	0
from 70	to below 80	0
from 80	to below 90	0
from 90	to below 100	0
from 100	to below 110	0
from 110	to below 120	2

Tabella 1. Tabella delle frequenze per le differenze

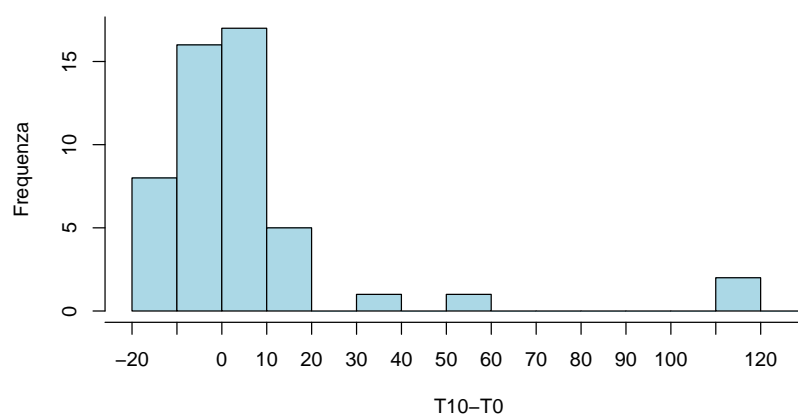


Figura 5. Istogramma delle differenze dei conteggi