

Esami di maturità professionale
Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Sessione 12 giugno 2017

Matematica specifica

con strumenti ausiliari
(secondo il PQ MP 2012)

Dati personali

Istituto scolastico:

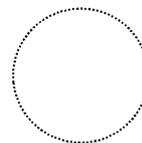
Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

- La durata dell'esame è di **90 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice grafica. L'uso del cellulare non è consentito.
- È permesso consultare il formulario, senza esempi o esercizi risolti.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, calcolatrice, ecc.).
- Risolvere sui fogli a parte gli esercizi in modo chiaro e comprensibile, supportati dai relativi calcoli o ragionamenti.
- Punteggi: la nota 6 è assegnata con il 90% dei punti massimi (somma dei punti della parte senza strumenti ausiliari e della parte con strumenti ausiliari).

Esercizio	1	2	3	4	5	Totale con strumenti	Totale senza strumenti	Totale complessivo
Punti massimi	8	8	8	8	8	40	40	80
Punti ottenuti								
							Nota	



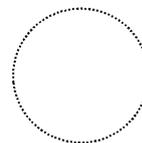
Esercizio 1 (8 punti)

È data la funzione $f: D_f \rightarrow Im_f$, con $f(x) = 2\sqrt{x-2} + 3$.

- a) Determinare il valore minimo che può assumere k affinché il dominio possa essere espresso nel seguente modo: $D_f = [k; 18]$ (2 punti)

Nel caso non si fosse trovato il risultato della domanda (a) utilizzare in seguito: $D_f = [6; 27]$.

- b) Determinare l'insieme delle immagini Im_f . (2 punti)
- c) Determinare il/i punto/i di intersezione tra la funzione f e la retta di equazione $g(x) = 2$ (2 punti)
- d) La funzione f è invertibile. Esprimere la funzione f^{-1} . (2 punti)



Esercizio 2 (8 punti)

Sono date le seguenti funzioni:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2(x - 2) - 4(x - 2) \quad \text{e} \quad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x^2 - 4x - 4.$$

Nel grafico sulla pagina seguente sono rappresentate le funzioni f e g .

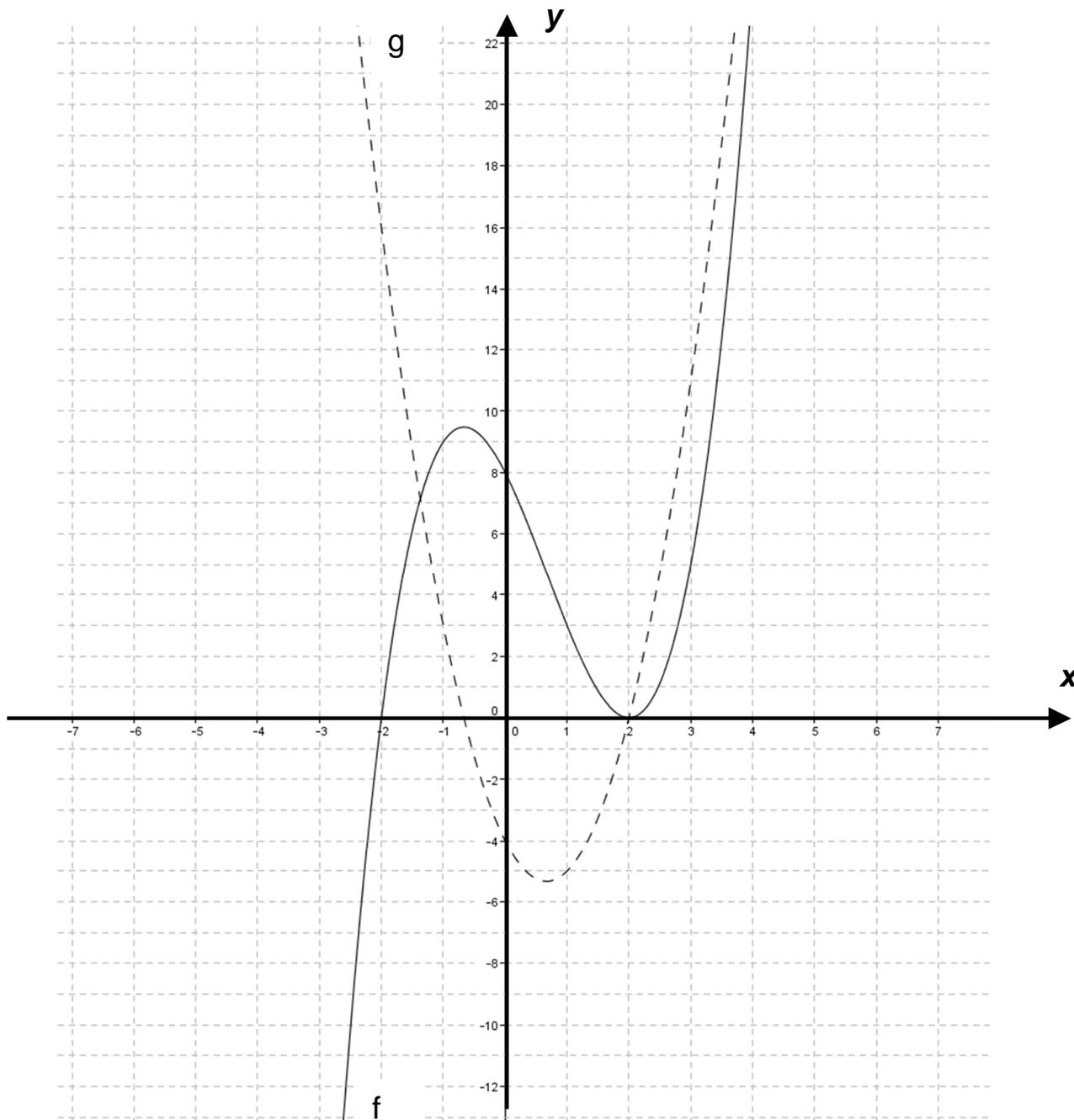
Domande:

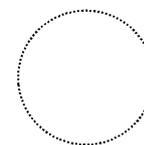
- a) Determinare gli zeri di f . (2 punti)
- b) Calcolare le controimmagini di 8 tramite f . (2 punti)
- c) La funzione g rappresenta il coefficiente angolare (pendenza) della funzione f per ogni x . Determinare le coordinate del massimo e del minimo locale di f . (2 punti)
- d) Utilizzando il grafico di f , stimare il risultato della disequazione:

$$|f(x)| \leq 4 \quad (2 \text{ punti})$$



Grafico per la domanda d) dell'esercizio 2.





Esercizio 3 (8 punti)

Durante il periodo dell'oro attorno alle miniere nascevano delle nuove città nelle quali la popolazione cresceva in modo "esponenziale".

Due città **Seeker Town** e **Gold Town** nacquero praticamente lo stesso giorno. Uno studioso dell'epoca stimò la crescita di popolazione delle due città arrivando ai seguenti risultati:

Seeker town: $N_S(t) = 20 \cdot e^{0,2t}$

Gold Town: $N_G(t) = 100 \cdot e^{0,05t}$

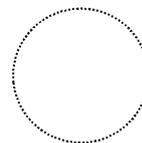
Dove:

t : il tempo trascorso in mesi ($t = 0$ mesi: istante in cui sono nate)

N_S il numero di abitanti **Seeker Town** e N_G numero di abitanti di **Gold Town**.

Calcolare:

- La popolazione iniziale di Seeker Town. (1 punto)
- La popolazione di Gold Town dopo 8 mesi. (1 punto)
- Dopo quanto tempo la popolazione di Seeker Town è raddoppiata? (2 punti)
- L'incremento percentuale di popolazione che avviene mensilmente per la città di Gold Town. (2 punti)
- Dopo quanto tempo la popolazione delle due città sarà la stessa. (2 punti)



Esercizio 4 (8 punti)

Sia ABCD un tetraedro, vedi immagine sotto (non in scala). In una base ortonormata, sono dati i punti:

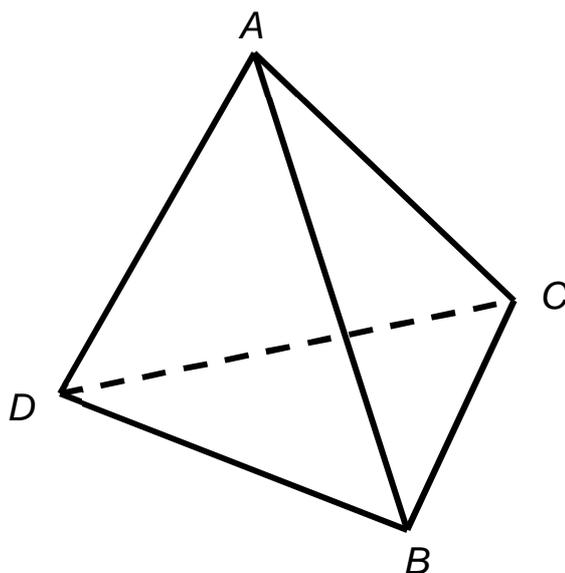
$$A(10 ; 20 ; 60) \quad B(20 ; 40 ; 0) \quad C(0 ; 60 ; 0)$$

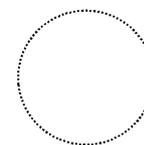
$$D(0 ; 0 ; 0)$$

Si sa inoltre che: $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{5} \cdot \overrightarrow{CA}$

Domande:

- Determinare se il triangolo BCD è rettangolo. (2 punti)
- Calcolare le coordinate dei punti F e G. (2 punti)
- Calcolare l'ampiezza dell'angolo \widehat{ABD} . (2 punti)
- Calcolare l'area del triangolo ABD . (2 punti)



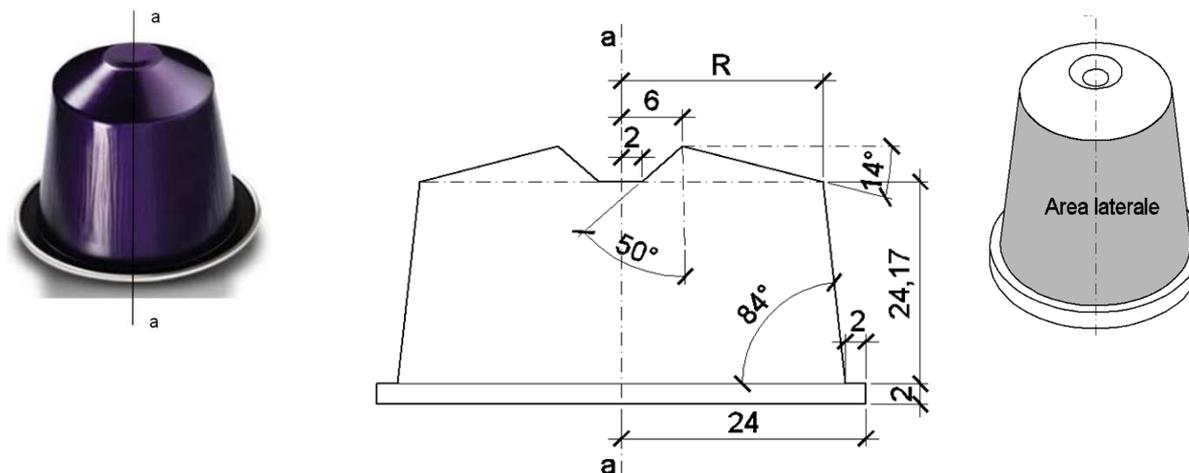


Esercizio 5 (8 punti)

Una nota marca di caffè vuole lanciare sul mercato una nuova capsula.

Essa è formata da:

- Una base cilindrica con raggio 24 mm ed altezza 2 mm;
- Una serie di 3 tronchi di cono di cui uno rovesciato.



Tutte le misure sono in millimetri, il disegno non è in scala.

Domande (indicare i risultati arrotondati al secondo decimale):

- a) Calcolare il raggio R. (1 punti)

Nel caso non si fosse trovato il risultato della domanda (a) utilizzare in seguito: $R=19,47$ mm.

- b) Il primo tronco di cono sarà rivestito esternamente con una scritta (vedere l'immagine di destra). Calcolare la superficie disponibile per la scritta. (2 punti)
- c) Calcolare il contenuto massimo di caffè possibile (volume V della capsula). (3 punti)
- d) Per un'esposizione si vuole costruire una capsula della stessa forma ma con un volume pari a 10 volte quella originale. Quanto sarà lungo il raggio R nella capsula dell'esposizione? (2 punti)