

Esame di maturità professionale

Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Materia: **Matematica specifica** (secondo il PQ MP 2012)

Parte senza strumenti ausiliari

Sessione del 15 giugno 2022

Dati personali

Istituto scolastico:

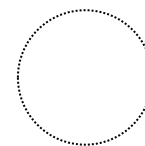
Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

- La durata della parte dell'esame senza strumenti ausiliari è di **90 minuti**.
- Non è ammesso l'uso della calcolatrice. L'uso del cellulare è proibito.
- Non è permesso consultare un formulario.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, ecc.).
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo in modo chiaro e comprensibile, in penna, supportati dai relativi calcoli e/o ragionamenti.
- La nota è calcolata considerando la somma dei punteggi della parte senza strumenti ausiliari (al massimo 35 punti) e con strumenti ausiliari (al massimo 35 punti).
- La nota **6** è assegnata con **66,5 punti**, la nota **4** è assegnata con **38,5 punti**.

Esercizio	1	2	3	4	5	Totale « senza strumenti »	Totale « con strumenti »	Totale complessivo
Punti massimi	7	7	7	7	7	35	35	70
Punti ottenuti								
							Nota	



Esercizio 1 (7 punti)

- a) Sia $a > 0$. Semplificare la seguente espressione ed esprimere il risultato con un'unica potenza. (2 punti)

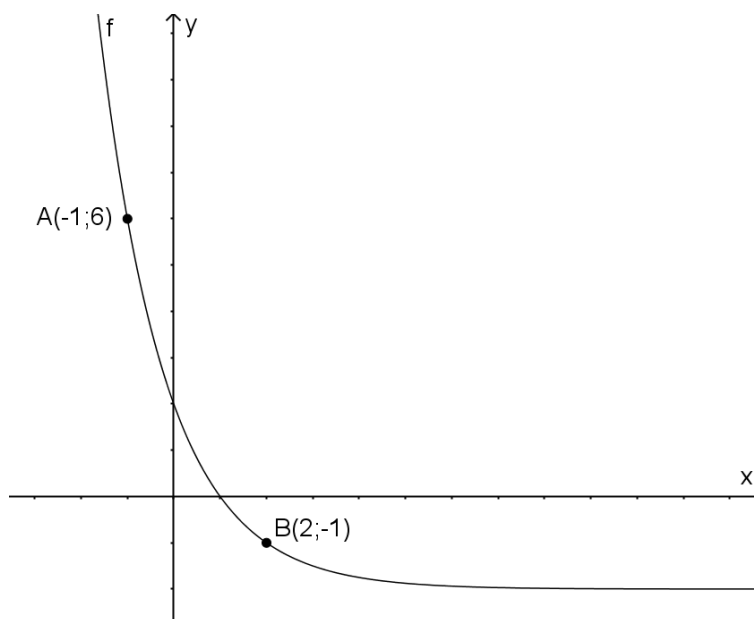
$$\frac{\sqrt[3]{a^4 \cdot \sqrt{a}}}{\sqrt[4]{a^{-3}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}}} =$$

- b) Determinare il valore di b . (2 punti)

$$2 \cdot \log_3(b) - \log_3\left(\sqrt[2]{b^3}\right) = -\frac{1}{2}$$

- c) È definita la funzione f ed è rappresentato il grafico:

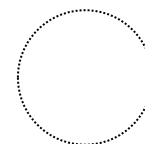
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = p \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + q, \quad \text{con } p, q \in \mathbb{R} \quad (3 \text{ punti})$$

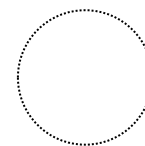


- i) Con i punti A e B indicati nel grafico determinare i valori di p e q .

Per le prossime domande utilizzare $p = 4$ e $q = -2$.

- ii) Determinare $f(-3)$.
iii) Determinare $f^{-1}\left(-\frac{31}{16}\right)$.





Esercizio 2 (7 punti)

È data la funzione f :

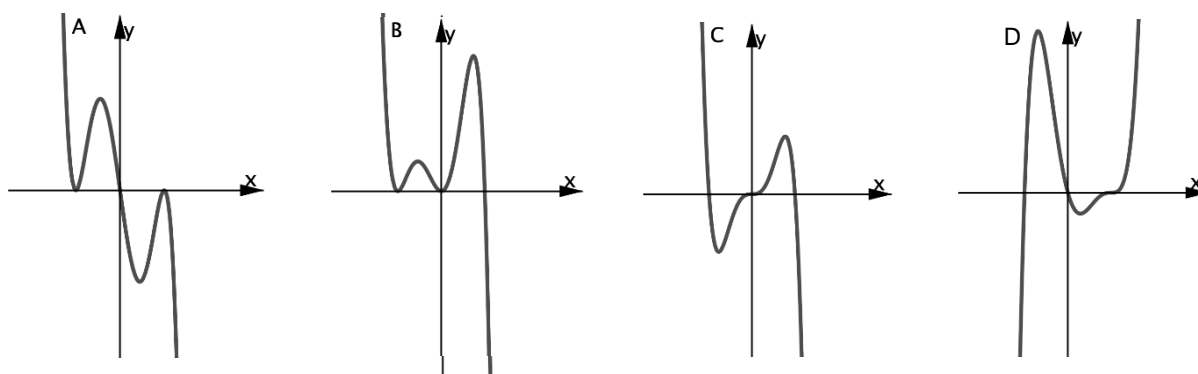
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = (x+2)(2-x^2)(2+x^2)$$

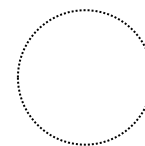
- a) Qual è il grado della funzione f ? (1 punto)
- b) Calcolare la coordinata mancante del punto $P(-1; y_P)$ sapendo che la rappresentazione grafica della funzione f passa per P . (1 punto)
- c) Verificare se la funzione f è pari, dispari o nessuna delle due. (1 punto)
- d) Determinare gli zeri della funzione f . (1 punto)
- e) Determinare il segno della funzione f nell'intervallo $x \in]-2; -\sqrt{2}[$. (1 punto)
- f) Sono date altre due funzioni in forma fattorizzata: (2 punti)

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = -x^3(x-2)(x+2)$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto h(x) = -x(x-2)^2(x+2)^2$$

Associare le funzioni g e h ad uno dei grafici sottostanti:





Esercizio 3 (7 punti)

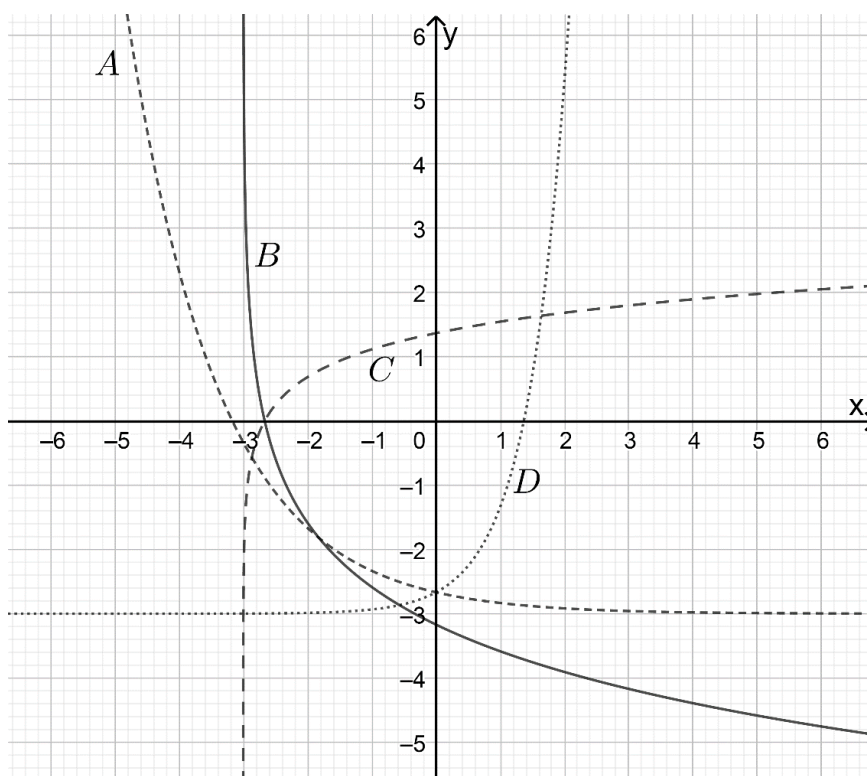
Sono date le seguenti funzioni:

$$f :]-3 ; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \log_5(3x + 9)$$

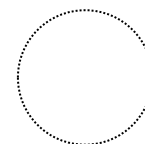
$$g : D_g \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto g(x) = \log_5(x + 3) + \log_5(x - 4)$$

Determinare:

- L'immagine di $x = -\frac{44}{15}$ rispetto alla funzione f (esprimere l'immagine come numero intero); (1 punto)
- Le coordinate del/i punto/i di intersezione tra la funzione f e l'asse delle ascisse (asse delle x); (1 punto)
- L'equazione della funzione inversa f^{-1} della funzione f ; (1 punto)
- Quale dei seguenti 4 grafici è il grafico di f e quale è quello di f^{-1} ? (1 punto)



- Il dominio D_g della funzione g ; (1 punto)
- Le coordinate del/i punto/i di intersezione tra le funzioni f e g (lasciare in forma esatta). (2 punti)



Esercizio 4 (7 punti)

a) Risolvere la seguente disequazione:

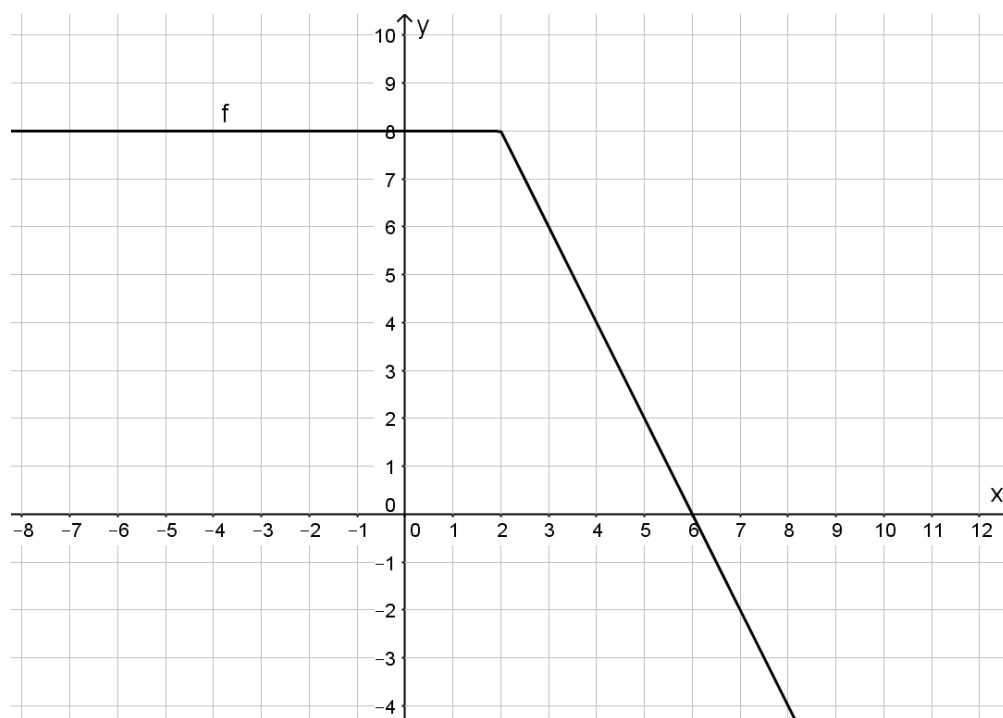
(2 punti)

$$x^2 \leq \frac{9}{x^2}$$

b) Sono definite le funzioni f e g ed è rappresentato il grafico di f :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = 10 - |2 - x| - x$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = |x - 5| - 4$$



i) Completare la legge della funzione f :

(1,5 punti)

$$f: x \mapsto f(x) = \begin{cases} \text{_____} & \text{per } x \in] - \infty; \text{_____}] \\ \text{_____} & \text{per } x \in] \text{_____}; +\infty[\end{cases}$$

ii) Rappresentare g nello stesso piano cartesiano di f .

(1 punto)

iii) Determinare il/i valore/i di x tale/i che $g(x) = 18$.

(1 punto)

iv) Risolvere graficamente la disequazione $f(x) < 5 - x$.

(1,5 punti)

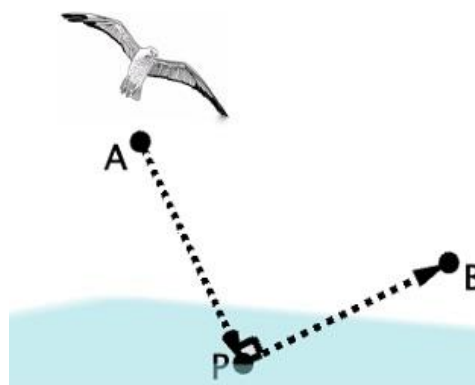


Esercizio 5 (7 punti)

Un pezzo di pane cade sulla superficie di un lago nel punto P che, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano (unità in metri), ha coordinate:

$$P(0; 1; -3).$$

Un gabbiano lo avvista dal punto $A(-6; 4; 3)$.



a) A che distanza si trova il gabbiano dal pezzo di pane? (1 punto)

Un secondo gabbiano (non indicato nel disegno) sta seguendo una traiettoria di equazione:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

b) Il secondo gabbiano potrebbe raggiungere il punto P dove è caduto il pezzo di pane senza cambiare traiettoria? (2 punti)

Il primo gabbiano parte dal punto A e vola verso il punto P muovendosi in linea retta.

c) I due gabbiani stanno viaggiando parallelamente? Motivare la risposta. (2 punti)

Il primo gabbiano ha preso il pane nel punto P e poi si allontana, volando in linea retta, per raggiungere il punto $B(5; y_B; 0)$ per poterselo mangiare.

d) Calcolare la coordinata mancante di B affinché le due traiettorie percorse dal primo gabbiano risultino perpendicolari. (2 punti)

