

Maturità professionale - Cantone Ticino



**Esami di maturità professionale
Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita**

Sessione 15 giugno 2022

Matematica specifica

(secondo il PQ MP 2012)

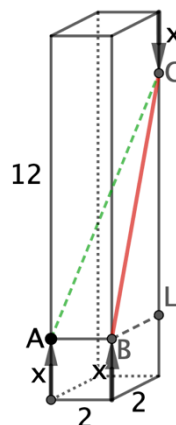
**Soluzione dell'esame:
Matematica specifica,
con strumenti ausiliari**



Esercizio 6 (7 punti) CON

a) $LC = 8 \text{ cm}$, $BC = \sqrt{BL^2 + LC^2} = \sqrt{4 + 64} = 2\sqrt{17} \cong 8.25 \text{ cm}$

(1 punto)



b) $HC = 12 - 2x$,

$$f(x) = BC = \sqrt{BL^2 + LC^2} = \sqrt{4 + (12 - 2x)^2} = 2\sqrt{x^2 - 12x + 37}$$

(2 punti)

c) $2\sqrt{x^2 - 12x + 37} = 2\sqrt{5}$

$$4x^2 - 48x + 148 = 20$$

$$4x^2 - 48x + 128 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

(2 punti)

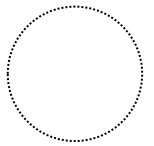
$$\Rightarrow x_1 = 4 \text{ cm} \text{ (ok, verifica e } < 6), x_2 = 8 \text{ cm} \text{ (ko verifica in quanto } < 6)$$

d) Area del trapezio $FGCB = \frac{[(12-x)+x] \cdot 2}{2} = 12 \text{ cm}^2$,

Volume del prisma:

$$V = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^3, \text{ ne segue che il volume non dipende da } x$$

(2 punti)

**Esercizio 7 (7 punti) CON**a) **Cono sormontato da semisfera.**

(1 punto)

b) $x \in \left] 0 \text{ cm} ; \frac{24}{7} \text{ cm} \right[$

(1 punto)

c) $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi \cdot (24 - 7 \cdot 2) = \frac{56}{3} \cdot \pi \cong 58,64 \text{ cm}^3$

(2 punti)

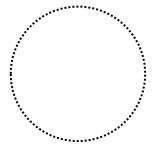
d) $V(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot x^3 + \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \pi \cdot (24 - 7 \cdot x)$

(2 punti)

$$= \frac{2}{3} \pi x^3 + 8 \pi x^2 - \frac{7}{3} \pi x^3 = -\frac{5}{3} \pi x^3 + 8 \pi x^2 \text{ cm}^3$$

e) $x = 3,2 \text{ cm}$

(1 punto)



Esercizio 8 (7 punti) CON

a) $N_B(11) = 1'500 \cdot 1,14^{3 \cdot 11} \cong 113'227 \text{ persone}$ (1 punto)

b) $13'000 = 500 \cdot 1,72^t \Leftrightarrow 26 = 1,72^t \Leftrightarrow t = \log_{1,72}(26) \cong 6 \text{ giorni}$ (2 punti)

c) Fattore di crescita giornaliero $= 1,14^3 \cong 1,4815$ (2 punti)

Percentuale di crescita giornaliera $= 1,4815 - 1 = 0,4815 = 48,15\%$

d) $1'500 \cdot 1,14^{3t} = 500 \cdot 1,72^t \Leftrightarrow 3 \cdot 1,14^{3t} = 1,72^t$ (2 punti)

$$\Leftrightarrow \log(3 \cdot 1,14^{3t}) = \log(1,72^t) \Leftrightarrow \log(3) + \log(1,14^{3t}) = \log(1,72^t)$$

$$\Leftrightarrow \log(3) + 3t \cdot \log(1,14) = t \cdot \log(1,72)$$

$$\Leftrightarrow t \cdot (3 \cdot \log(1,14) - \log(1,72)) = -\log(3)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-\log(3)}{(3 \cdot \log(1,14) - \log(1,72))} \cong 7,36$$

Dunque si avrà lo stesso numero di persone che hanno partecipato al quiz a Basilea e a Lucerna dopo 7,36 giorni.

**Esercizio 9 (7 punti) CON**

a) Coordinate di B: (1 punto)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - 2 \\ y_B - 34 \\ z_B - (-14) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -40 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow x_B = 32; y_B = -6; z_B = -9 \rightarrow \boxed{B(32; -6; -9)}$$

b) Angolo α : (2 punti)

$$AB = \sqrt[2]{30^2 + (-40)^2 + 25^2} = \sqrt[2]{2525};$$

$$AC = \sqrt[2]{30^2 + (-10)^2 + 20^2} = \sqrt[2]{1400}$$

$$P = \sqrt[2]{2600} \cdot \sqrt[2]{1400} \cdot \cos(\alpha) = 30 \cdot 30 + (-40) \cdot (-10) + 20 \cdot 5 = 1400$$

$$\cos(\alpha) = \frac{1400}{\sqrt[2]{2525} \cdot \sqrt[2]{1400}} = 0.738 \rightarrow \boxed{\alpha = 41.87^\circ}$$

c) Componente mancante di D: (1 punto)

$$\overrightarrow{DC} = m \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\begin{pmatrix} -54 \\ w \\ k \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ -40 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow m = \frac{-54}{30} = \frac{-9}{5} \rightarrow$$

$$\boxed{k = \frac{-9}{5} \cdot 5 = -9; \quad w = \frac{-9}{5} \cdot (-40) = 72}$$

d) Vettore \overrightarrow{AD} (1 punto)

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 30 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 54 \\ -72 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 \\ -82 \\ 29 \end{pmatrix}$$

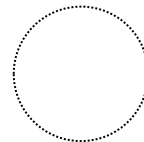
e) Verifica della perpendicolarità di CE rispetto al piazzale: (2 punti)

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CE} = 30 \cdot (-6) + (-10) \cdot (-5) + 20 \cdot 9 = -180 + 50 + 180 = 50 \neq 0$$

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{CE} = -54 \cdot (-6) + 72 \cdot (-5) + 9 \cdot (-9) = 324 - 360 - 81 = -117 \neq 0$$

(per considerare corretta la risposta è sufficiente che sia stato verificato che almeno un prodotto scalare non sia nullo)

La torre non è perpendicolare alla piazza



Esercizio 10 (7 punti) CON

a) Ricavo l'altezza del lavandino h : (1 punto)

$$V = \frac{(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}) \cdot h}{3} \Rightarrow \boxed{h =} = \frac{3V}{A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}} = \frac{3 \cdot 15}{15 + 2.4 + \sqrt{15 \cdot 2.4}} = \boxed{1.9 \text{ dm}}$$

b) Ricavo la superficie laterale: (2 punti)

$$\text{Altezza dei trapezi "lateral": } h_1 = \sqrt{\left(\frac{5-2}{2}\right)^2 + 1.9^2} = 2.4 \text{ dm}$$

$$\text{Area dei trapezi "lateral": } A_1 = \frac{(3+1.2) \cdot 2.4}{2} = 5.04 \text{ dm}^2$$

$$\text{Altezza dei trapezi "davanti-dietro": } h_2 = \sqrt{\left(\frac{3-1.2}{2}\right)^2 + 1.9^2} = 2.1 \text{ dm}$$

$$\text{Area dei trapezi "davanti-dietro": } A_2 = \frac{(5+2) \cdot 2.1}{2} = 7.35 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{tot} =} 2 \cdot (7.35 + 5.04) + 2 \cdot 1.2 = \boxed{27.18 \text{ dm}^2}$$

c) Ricavo l'angolo $\alpha = \widehat{CAB}$. (2 punti)

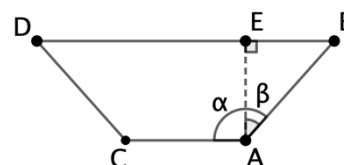
$$AC = \sqrt{2^2 + 1.2^2} = 2.33 \text{ dm}$$

$$BD = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5.83 \text{ dm}$$

$$EB = \frac{BD - AC}{2} = 1.75 \text{ dm}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{EB}{AE}\right) = \arctan\left(\frac{1.75}{1.9}\right) = 42.64^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha =} 90^\circ + \beta = \boxed{132.6^\circ}$$



d) Ricavo il rapporto di similitudine (2 punti)

$$\text{Rapporto di similitudine: } k^3 = \frac{V_p}{V_G} = \frac{8}{15} \Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{8}{15}}$$

$$\text{Area del lavandino piccolo: } A_p = k^2 \cdot A_G$$



$$\Rightarrow \boxed{A_p =} \left(\sqrt[3]{\frac{8}{15}} \right)^2 \cdot 15 = \boxed{9.9 \text{ dm}^2}$$