

Esame di maturità professionale

Indirizzo tecnica, architettura e scienze della vita

Materia: **Matematica specifica** (secondo il PQ MP 2012)

Parte con strumenti ausiliari

Sessione del 15 giugno 2022

Dati personali

Istituto scolastico:

Nome e cognome:

Classe:

Disposizioni generali

- La durata della parte dell'esame con strumenti ausiliari è di **90 minuti**.
- L'uso del cellulare non è consentito. Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, ecc.).
- È ammesso l'uso della calcolatrice grafica CAS. È permesso consultare il formulario, senza esempi o esercizi risolti.
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo in modo chiaro e comprensibile, in penna, supportati dai relativi calcoli e/o ragionamenti. Laddove è precisato **[CAS]** significa che la soluzione/ risultato può essere ripreso direttamente dalla calcolatrice.
- La nota è calcolata considerando la somma dei punteggi della parte senza strumenti ausiliari (al massimo 35 punti) e con strumenti ausiliari (al massimo 35 punti).
- La nota **6** è assegnata con **66,5 punti**, la nota **4** è assegnata con **38,5 punti**.

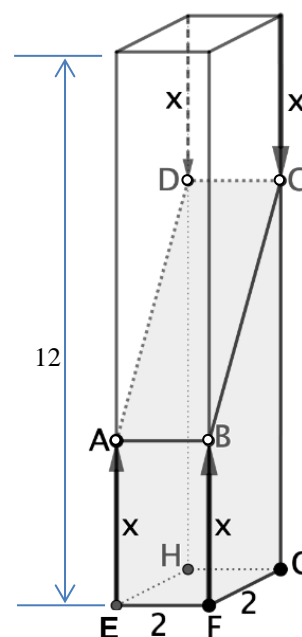
Esercizio	6	7	8	9	10	Totale « con strumenti »	
Punti massimi	7	7	7	7	7	35	Totale da riportare sulla copertina della parte "senza strumenti ausiliari".
Punti ottenuti							



Esercizio 6 (7 punti)

È dato il prisma retto di base quadrata in figura:
 (il disegno non è in scala):

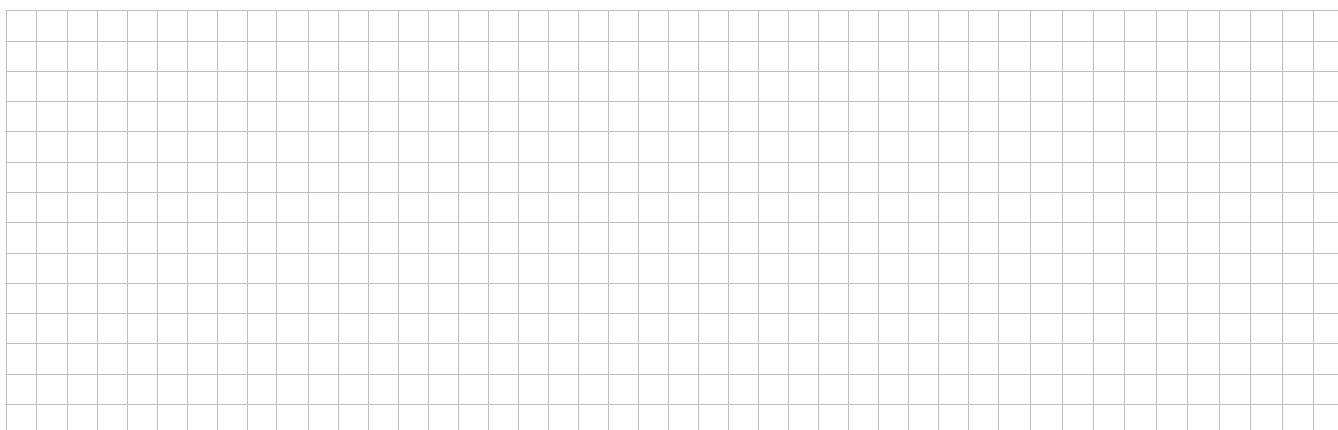
- Il lato della base quadrata misura 2 cm e l'altezza del prisma misura 12 cm;
- I punti A, B, C e D sono mobili e variano al variare di x con $x \in [0; 6]$

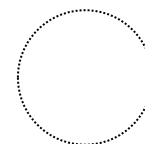


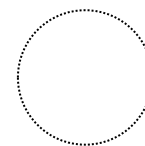
- Calcolare la lunghezza di \overline{BC} nel caso in cui $x = 2$ cm. (1 punto)
- Determinare la legge $f(x)$ della funzione f , che esprime la lunghezza di \overline{BC} in funzione di x . (2 punti)

Per le domande successive utilizzare $f(x) = 2\sqrt{x^2 - 12x + 37}$

- Determinare per quale valore di x la lunghezza di \overline{BC} vale $2\sqrt{5}$ cm, con $x \in [0; 6]$. (2 punti)
- All'interno del prisma precedente si definisce il solido $EFGHABCD$ (colorato in grigio). Determinare il volume del solido in funzione di x . (2 punti)



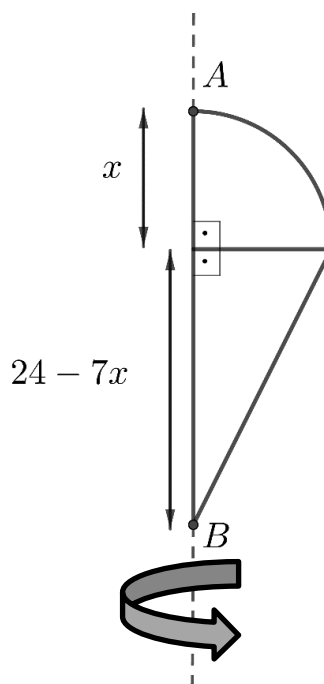




Esercizio 7 (7 punti)

Un solido è generato dalla rotazione di una figura (vedere immagine) composta da un quarto di cerchio ed da un triangolo rettangolo attorno all'asse passante per AB.

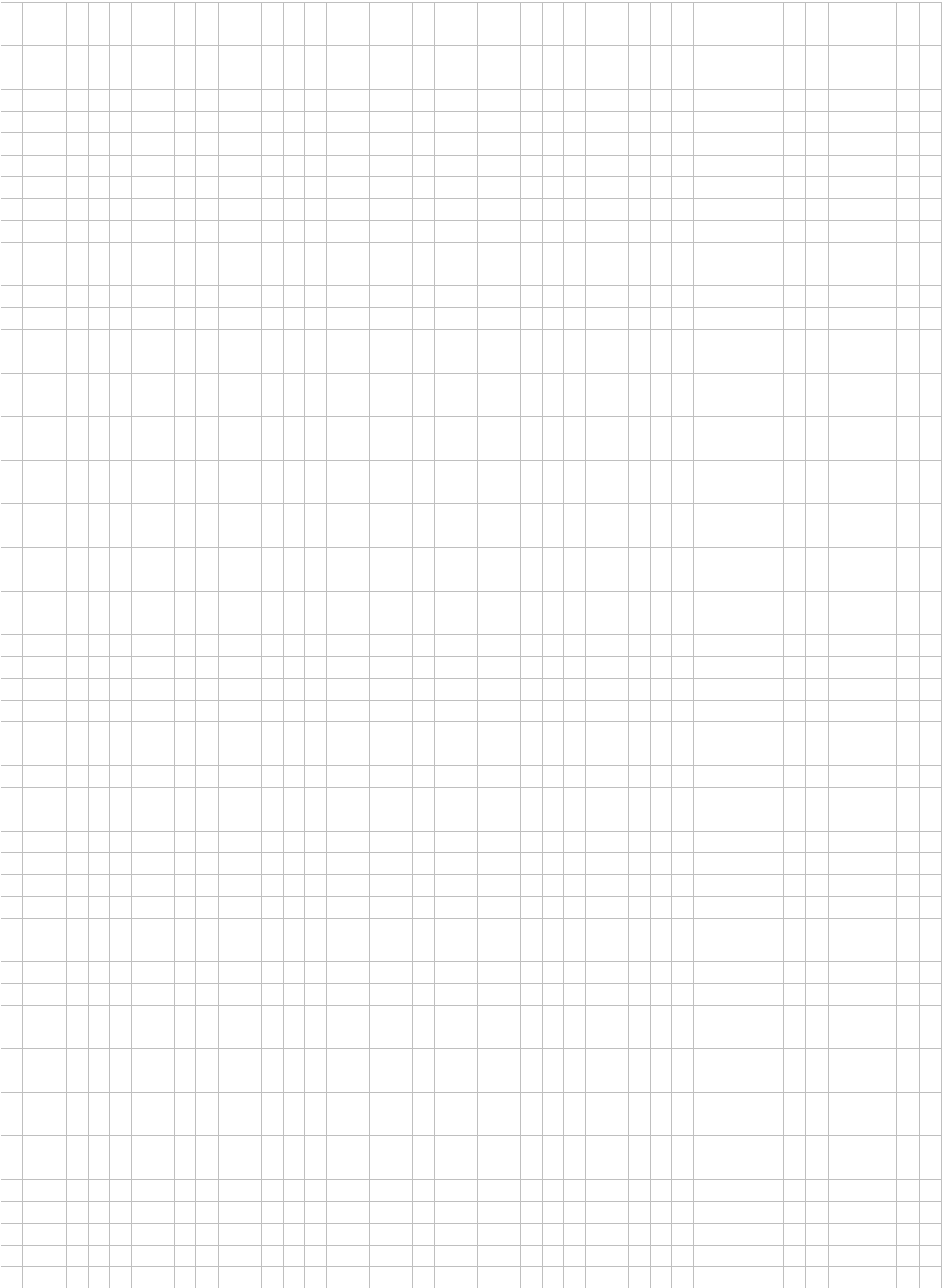
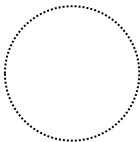
Le dimensioni sono in centimetri.

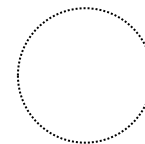


- a) Tra le varie possibilità proposte di seguito sottolineare il tipo di solido che si genera: (1 punto)
- piramide retta sormontata da semisfera
 - tronco di piramide sormontato da cilindro
 - cono sormontato da semisfera
- b) Esprimere con un intervallo i valori che può assumere x . (1 punto)
- c) Calcolare il volume V del solido se $x = 2$ cm. (2 punti)
- d) Determinare il volume $V(x)$ del solido in funzione di x e semplificare il risultato. (2 punti)

Per la prossima domanda utilizzare $V(x) = -\frac{5}{3}\pi x^3 + 8\pi x^2$.

- e) [CAS] Determinare il valore di x che massimizza il volume $V(x)$ del solido. (1 punto)





Esercizio 8 (7 punti)

Il numero di partecipanti ad un quiz che abitano a Basilea rispettivamente a Lucerna evolvono in funzione del tempo nei seguenti modi:

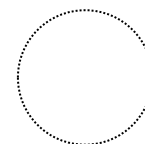
- per Basilea: $N_B(t) = 1'500 \cdot 1,14^{3t}$
- per Lucerna: $N_L(t) = 500 \cdot 1,72^t$

dove:

- t è il tempo espresso in giorni;
- $N_B(t)$ e $N_L(t)$ sono il numero di persone che hanno partecipato al quiz dopo t giorni;
- $t = 0$ corrisponde al giorno dell'inizio;

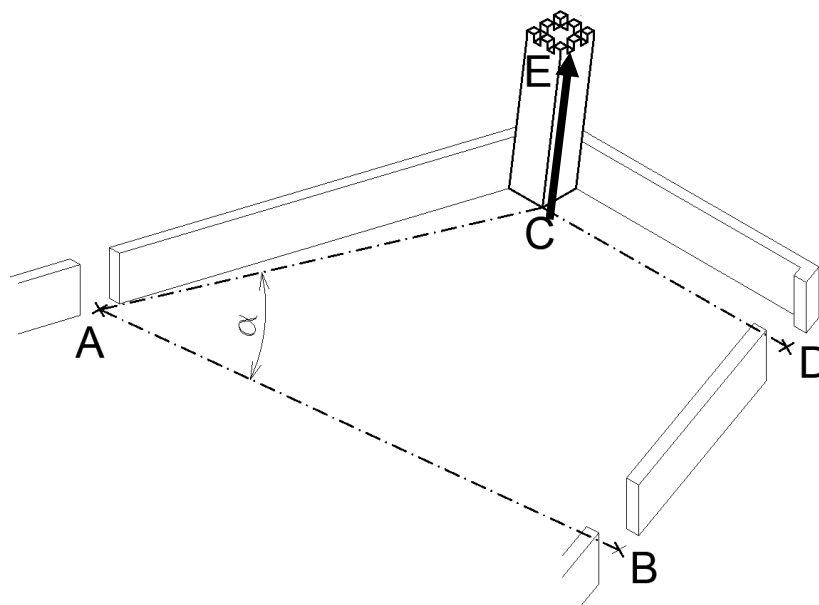
- a) Quante persone hanno partecipato al quiz a Basilea dopo 11 giorni?
(1 punto)
- b) Dopo quanti giorni 13'000 persone di Lucerna hanno partecipato al quiz?
(2 punti)
- c) Quale è la percentuale di crescita giornaliera del numero di persone che hanno partecipato al quiz a Basilea?
(2 punti)
- d) Quando si avrà lo stesso numero di partecipanti per entrambe le città?
(2 punti)





Esercizio 9 (7 punti)

Nel castello di Stortino sono stati chiamati dei tecnici per verificare alcune caratteristiche della torre e della piazza d'armi (disegno non in scala).



I tecnici rilevano alcune informazioni sulla piazza e sulla torre (misure in metri):

$$A(2; 34; -14) \text{ , } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 30 \\ -40 \\ 5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 30 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix}, \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -54 \\ w \\ k \end{pmatrix}$$

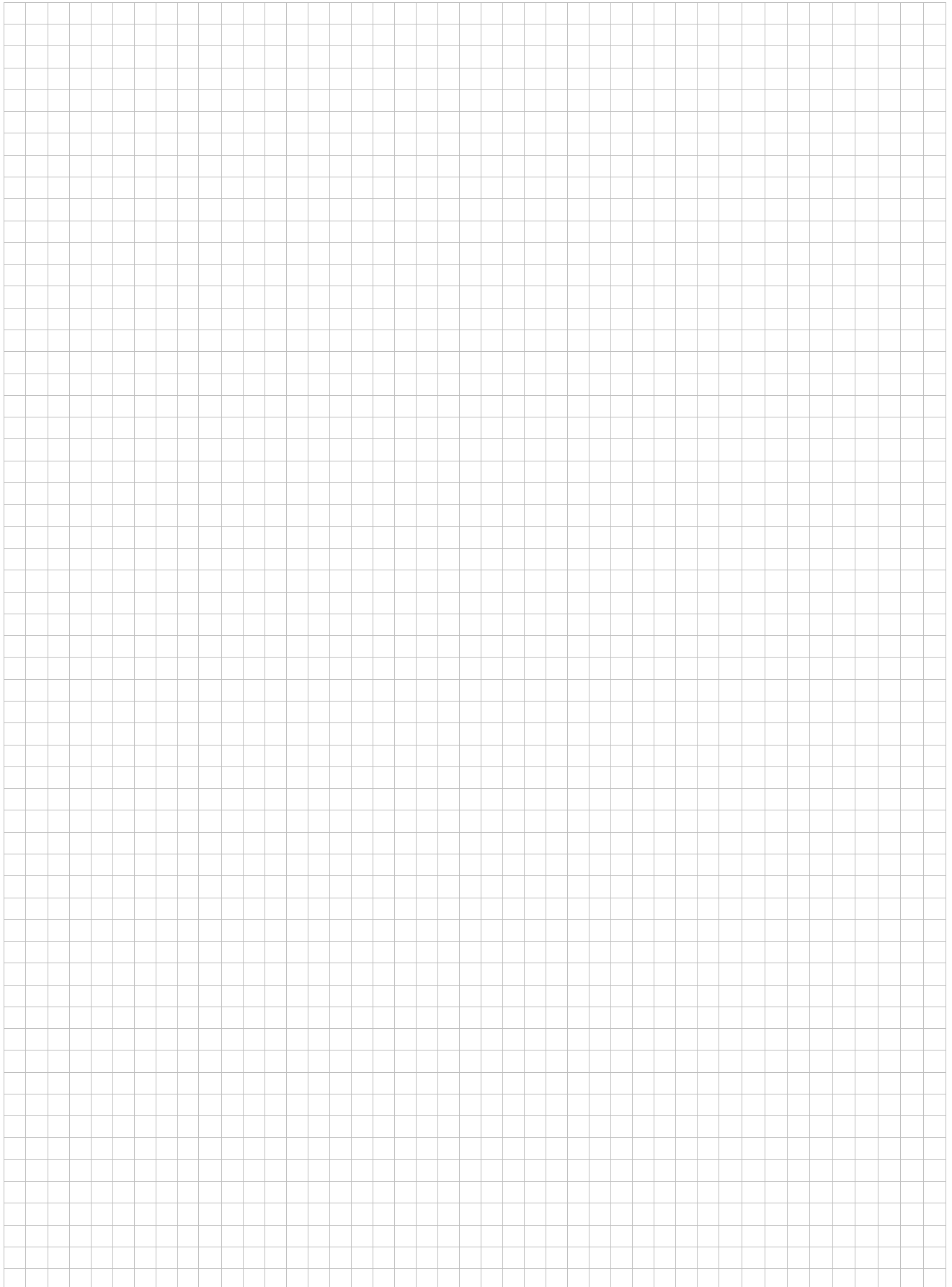
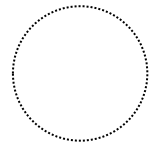
- a) Determinare le coordinate del punto B; (1 punto)
- b) Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\alpha = \widehat{BAC}$; (2 punti)
- c) Calcolare le componenti mancanti w e k di \overrightarrow{DC} , sapendo che \overrightarrow{DC} è collineare ad \overrightarrow{AB} ; (1 punto)

Per le prossime domande utilizzare $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -54 \\ 72 \\ -9 \end{pmatrix}$;

- d) Calcolare il vettore \overrightarrow{AD} ; (1 punto)

I tecnici rilevano anche il vettore $\overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix}$;

- e) Verificare se la torre è perpendicolare rispetto alla piazza. (2 punti)

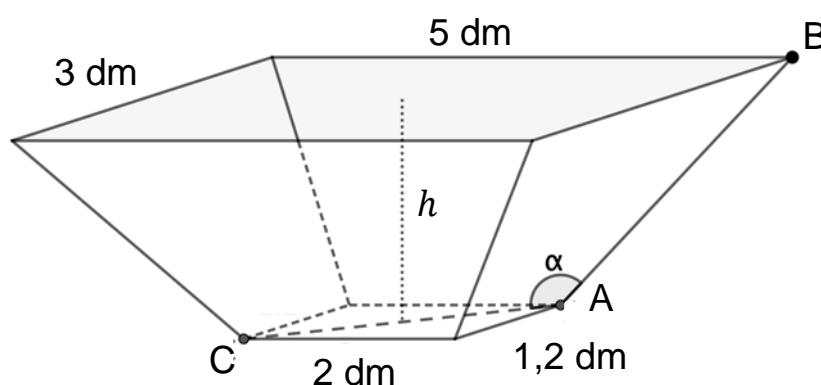




Esercizio 10 (7 punti)

Nella sala da bagno di una nuova casa si vuole installare un lavandino a forma di tronco di piramide retto con basi rettangolari.

Nella figura sono date le dimensioni delle superficie a contatto con l'acqua (sono quelle interne del lavandino).



Il disegno non è in scala.

- a) Calcolare la misura dell'altezza del lavandino h se si vuole che il volume del lavandino sia di 15 dm^3 . (1 punto)

Per le prossime domande utilizzare $h = 1,9 \text{ dm}$

- b) Calcolare l'area della superficie interna del lavandino a contatto con l'acqua. (2 punti)
- c) Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\alpha = \widehat{CAB}$. (2 punti)

Nella casa si vuole inserire nel bagno di servizio un lavandino simile ma con un volume di soli 8 dm^3 .

- d) Calcolare l'area della base maggiore del tronco di piramide nel lavandino più piccolo. (2 punti)

