**Esame della Scuola Cantonale d'Arte****Sessione 6 giugno 2017****Matematica****Dati personali**

Istituto scolastico:

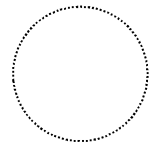
Nome e cognome:

Classe: 3SCA.....

Disposizioni generali

- La durata dell'esame è di **150 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice non grafica, senza connessione in rete. L'uso del cellulare come calcolatrice non è consentito.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, calcolatrice, ecc.).
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo delle risposte in modo chiaro e comprensibile, supportati dai relativi calcoli o ragionamenti.
- Punteggi e nota: la nota 6 è assegnata con il 90% dei punti massimi.

Esercizio	1	2	3	4	5	6	Totale
Punti massimi	9	9	10	8	7	7	50
Punti ottenuti							
						NOTA	



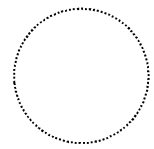
Esercizio 1 (9 punti)

Nello spazio sono dati:

- la retta r di equazione
$$r: \begin{cases} x = 2 + \mu \\ y = 1 + 2\mu \\ z = -3 \end{cases}$$
- i punti $A(5,3,1)$, $B(10,9,5)$ e $C(-3,-4,2)$

Determinare:

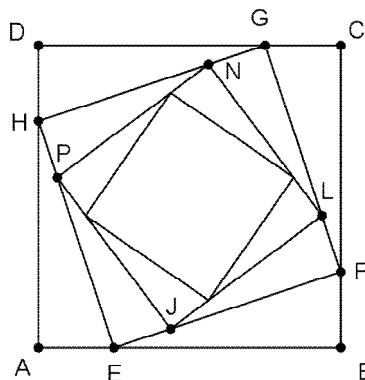
- a) L'ampiezza dell'angolo α relativo al vertice A del triangolo ABC . (3 punti)
- b) L'equazione parametrica della retta s passante per i punti A e B . (1 punto)
- c) La posizione reciproca della retta r e s e le coordinate dell'eventuale punto d'intersezione P . (3 punti)
- d) Sia dato il punto $D(5; 4; 2k)$. Determinare il valore del parametro k in modo che i punti A , B , C e D siano complanari. (2 punti)

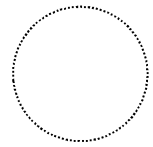


Esercizio 2 (9 punti)

Dato un quadrato ABCD di lato a , si considerino i punti E, F, G e H in modo che AE sia la quarta parte del segmento AB, BF sia la quarta parte del segmento BC, ecc. Unendo i punti si ottiene così un secondo quadrato EFGH. Si procede analogamente e si ottiene un terzo quadrato JLNP e così via indefinitamente.

- a) Calcolare la lunghezza del lato del secondo quadrato EFGH. (1 punto)
- b) Calcolare la lunghezza del lato del terzo quadrato JLNP. (2 punti)
- c) Di che tipo di progressione si tratta e qual è la ragione della progressione? (2 punti)
- d) Calcolare la lunghezza del lato del sesto quadrato. (2 punti)
- e) Calcolare la somma dei lati degli infiniti quadrati. (2 punti)





Esercizio 3 (10 punti)

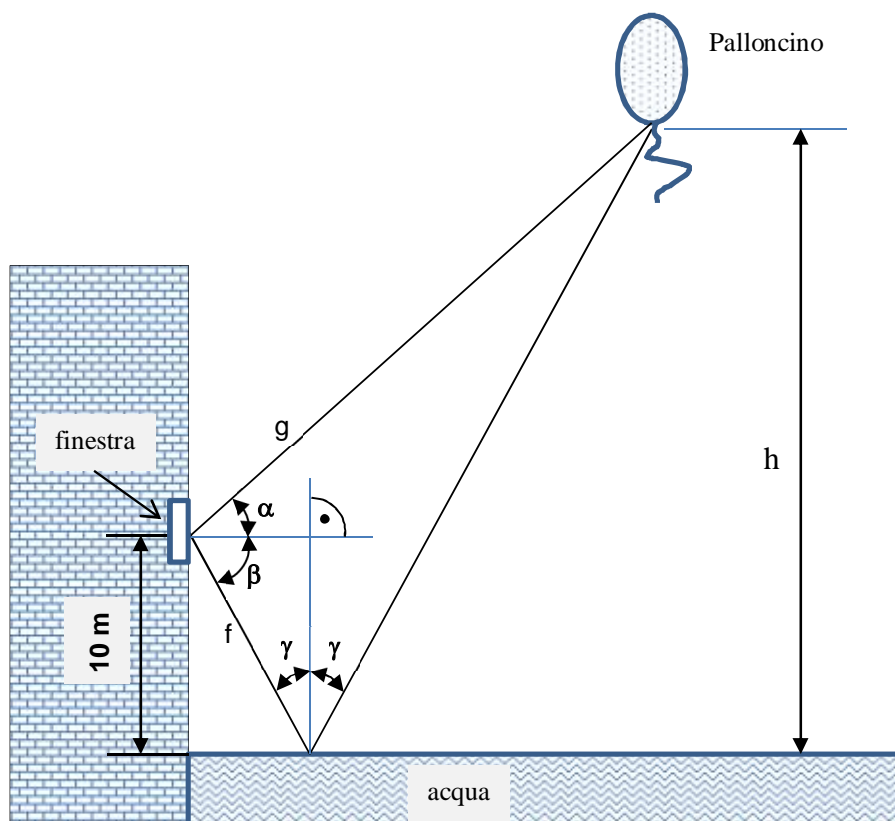
Osservando l'acqua da una finestra si vede il riflesso di un palloncino.

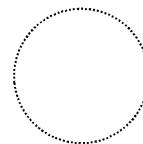
La finestra è situata a 10 m dal filo dell'acqua. Si conoscono gli angoli $\alpha = 52,4^\circ$ e $\beta = 58^\circ$.

Determinare:

- a) l'ampiezza dell'angolo γ ; (2 punti)
- b) la distanza f tra la finestra e lo specchio d'acqua; (2 punti)
- c) la distanza g dalla finestra al palloncino; (3 punti)
- d) l'altezza h del palloncino rispetto al filo dell'acqua. (3 punti)

(Il disegno non è in scala)





Esercizio 4 (8 punti)

1. Giovanni impiega in una banca un capitale C_0 al 1.7% composto annuo. Dopo quanto tempo (anni, mesi e giorni) il capitale sarà raddoppiato? (3 punti)
2. Risolvere la seguente equazione esponenziale: (3 punti)

$$(2^x)^{x+2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-x}}$$

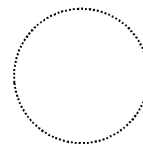
3. La quantità di nicotina presente nel corpo umano dopo aver fumato una sigaretta può essere modellizzata tramite una funzione esponenziale:

$$N(t) = 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^t$$

Dopo quanto tempo la quantità di nicotina nel fumatore è inferiore a 1 mg? (2 punti)

Esercizio 5 (7 punti)

- a) Determinare l'equazione generale della circonferenza C_1 passante per tre punti :
A(-1; 0), B(0; 1) e C(0; -2) (4 punti)
- b) Sia data la circonferenza $C_2 : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$. Determinare il centro, il raggio e scrivere l'equazione cartesiana della circonferenza C_2 . (3 punti)



Esercizio 6 (7 punti)

Nell'immagine sottostante si possono osservare gli assi x e y , una parte di parabola da A a B e la retta CD .

Sono dati i seguenti punti:

$$A(0; -42)$$

$$C(23; -42)$$

$$D(30; 0)$$

$$P(9; 0)$$

L'equazione della parabola è: $p: y = -\frac{1}{10}x^2 + 4x - 42$

Determinare:

- a) le coordinate del vertice V della parabola p ; (2 punti)
- b) l'equazione della retta r passante per i punti C e D ; (2 punti)

Nel caso non si fosse trovato il risultato della domanda b) utilizzare l'equazione della retta

$$r: y = 6x - 180$$

- c) le coordinate del punto B ; (3 punti)

(Il disegno non è in scala)

