

Esami di maturità specializzata Indirizzo sociosanitario

Sessione 8 giugno 2017

Matematica

Dati personali

Istituto scolastico: Scuola specializzata per le professioni sanitarie e sociali

Nome e cognome:

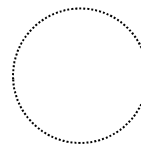
Classe:

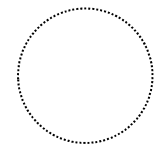
Disposizioni generali

- La durata dell'esame è di **150 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice non grafica e priva del modulo CAS.
- È permesso consultare il formulario appositamente consegnato dalla scuola.
- Ogni esercizio deve essere accompagnato dai relativi calcoli o ragionamenti: i calcoli devono essere svolti sul fascicolo delle risposte.

Punteggi e nota

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Totale	Nota
20	20	20	20	20	20		
						/120	





Esercizio 1

Risolvere sul fascicolo delle risposte mostrando i passaggi:

a) Semplificare l'espressione:

$$\left(-\frac{5}{2}s^2t\right)^2 : \left(\frac{25t^{-1}s^3}{8}\right) = \quad (2 \text{ punti})$$

b) Risolvere l'equazione:

$$\frac{1}{3}x - \frac{x+2}{2} = x - 2 \cdot \frac{x-1}{3} \quad (2 \text{ punti})$$

c) Trovare l'equazione della retta passante per i punti:
(2;3) e (-1;6).

(3 punti)

d) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} 3(x-1) < \frac{x}{2} \\ 2-9x \leq -4x-3 \end{cases} \quad (4 \text{ punti})$$

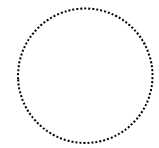
e) Risolvere rispetto ad x:

$$\log_2 \sqrt[4]{\frac{1}{64}} = x \quad (2 \text{ punti})$$

f) In una mensa scolastica 96 allievi consumano 4000 kg di pane in 200 giorni. (3 punti)
Quanti chili di pane consumano 120 allievi in 320 giorni?

g) Calcolare i punti d'intersezione della funzione

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = 5^{-x+3} - \frac{1}{5} \text{ con gli assi cartesiani.} \quad (4 \text{ punti})$$

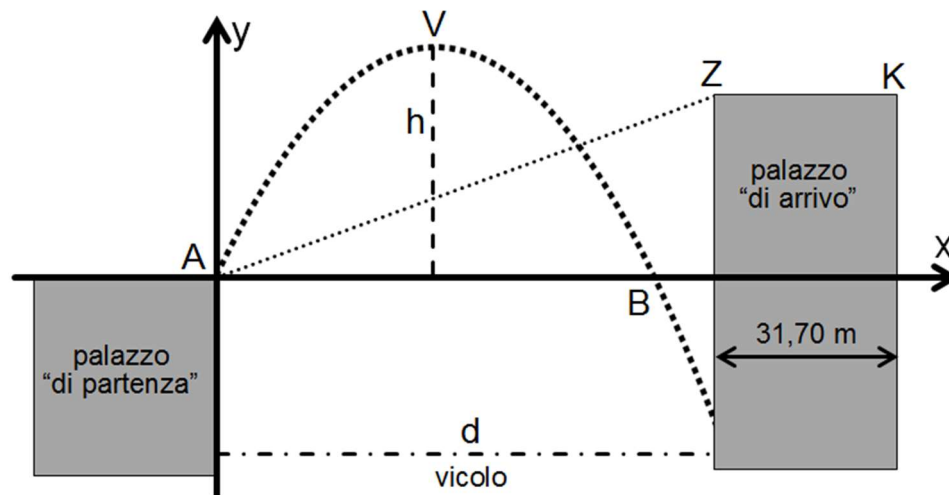


Esercizio 2

Batman nel corso dell'inseguimento di un malvivente si ritrova sul ciglio del tetto del palazzo "di partenza" (punto A nello schema).

- Il malvivente passa sulla passerella che congiunge i punti A e Z.
- Batman invece salta (la sua traiettoria è una parabola) verso il tetto del palazzo "di arrivo" dall'altra parte del vicolo: l'altezza massima (rispetto al punto di partenza) è pari a 4,86 metri (misura del segmento h). Durante il volo passa per il punto B, distante orizzontalmente 10,80 m da A.

Si sa inoltre che la larghezza del vicolo (segmento d) è pari a 11,10 metri, mentre la differenza di altezza fra i tetti dei due palazzi è di 1,35 metri.



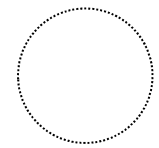
Osservazione: Il disegno non è in scala e potrebbe, nei dettagli, non corrispondere alla situazione reale.

- a) Determinare le coordinate, in metri, dei punti B, K, V e Z.

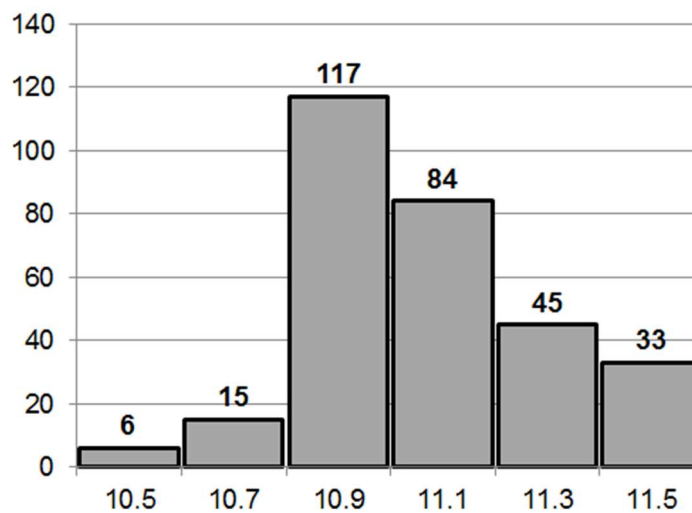
(4 punti)

- b) Calcolare la lunghezza della passerella utilizzata dal malvivente in fuga. Arrotondare il risultato al cm.

(3 punti)

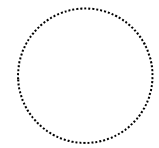


- c) Calcolare la pendenza della passerella utilizzata dal malvivente. Esprimere il risultato arrotondato a due decimali. (3 punti)
- d) Batman nel corso dei suoi numerosi allenamenti ha preso nota delle “lunghezze orizzontali” dei suoi salti. Il Grafico 1 riassume le misurazioni espresse in metri.



– Grafico 1 –

- È corretto affermare che Batman è in grado di effettuare un “salto orizzontale” lungo almeno 10,80 m (corrispondenti alla distanza fra i punti A e B dello schema) con una percentuale maggiore del 95%? Argomentare la risposta. (4 punti)
- e) Determinare l’equazione della parabola che descrive il salto di Batman. (4 punti)
- f) Quanti centimetri sotto il punto Z Batman impatta con la facciata del palazzo?(2 punti)



Esercizio 3

Di un particolare ceppo di microorganismi unicellulari, che chiameremo U, si può calcolare il numero di individui al variare del tempo utilizzando la seguente funzione di crescita:

$$N_U(t) = U_0 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$

Dove:

N_U è il numero di microorganismi del ceppo U in un dato istante;

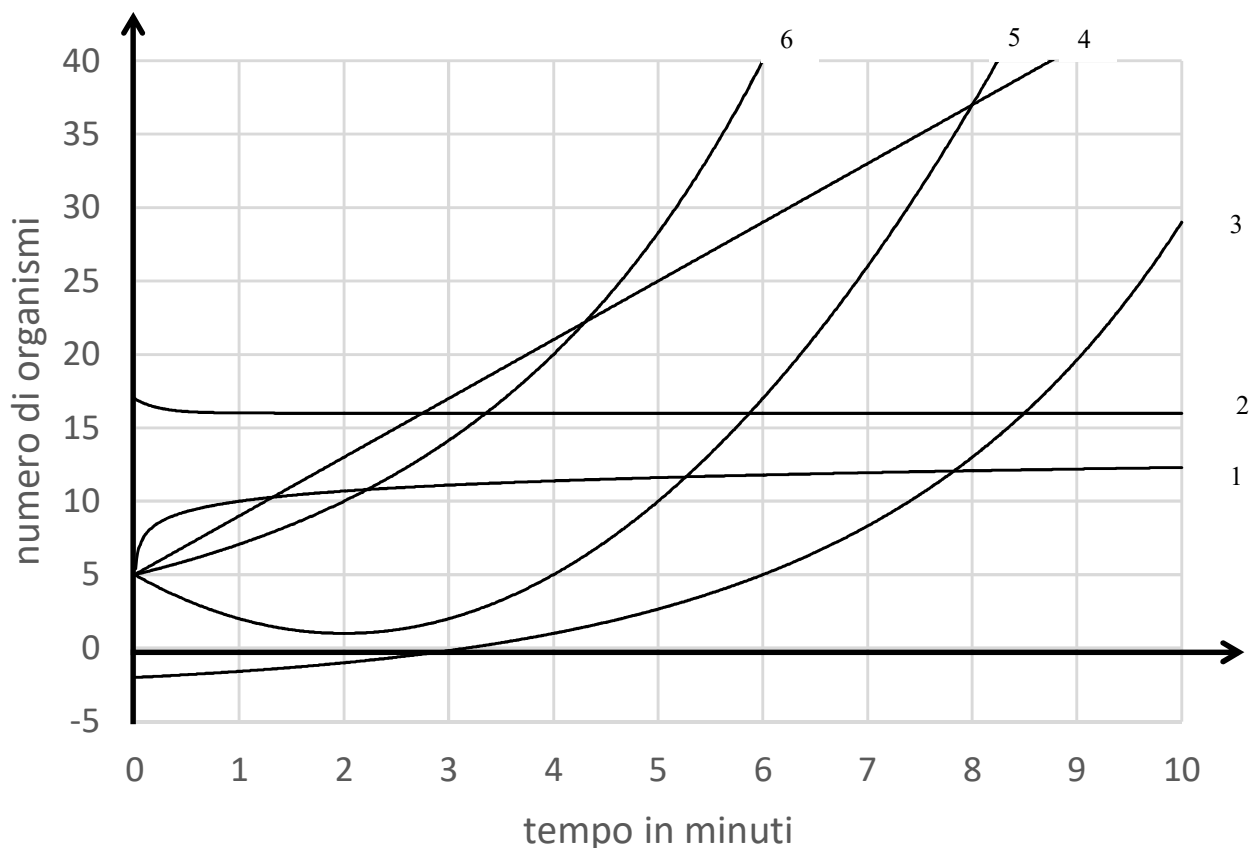
U_0 è il numero iniziale di microorganismi;

t è il tempo espresso in minuti.

- a) In laboratorio si è riusciti ad isolare un numero $U_0 = 5$ di microorganismi, e di essi si è costruita la curva di crescita.

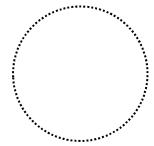
Quale tra le curve riportate nel seguente sistema di assi cartesiani rappresenta la funzione di crescita del ceppo di microorganismi unicellulari U? Motivare la risposta.

(2 punti)



- b) Calcolare quale sarà il numero di microorganismi dopo 6 ore. Esprimere il risultato in notazione scientifica.

(3 punti)



- c) Determinare quanto tempo dovrebbe passare affinché il numero di microorganismi diventi 100 volte quello iniziale. Esprimere il risultato in minuti. (4 punti)

Ora si vuole studiare un nuovo ceppo di microorganismi, denominato V e che, analogamente a quelli del tipo U, si riproducono per duplicazione: riescono cioè a produrre una copia esatta di se stessi in un certo tempo. È dato che:

- la popolazione di questo nuovo ceppo raddoppia il numero di individui ogni 1,5 minuti (invece di 2 come per il ceppo U).
- in laboratorio sono stati inizialmente isolati 2 microorganismi del tipo V.

- d) Sia $N_V(t) = V_0 \cdot A^{\frac{t}{k}}$ la funzione di crescita dei microorganismi di tipo V, determinare V_0 , A e k . (3 punti)

Chi non avesse trovato il risultato della domanda (d) utilizzi in seguito:

$$N_V(t) = 3 \cdot 4^{\frac{t}{2}}$$

- e) Rappresentare in un sistema di assi cartesiani (utilizzare quello presente nel fascicolo delle risposte) il grafico della funzione di crescita $N_V(t)$. (3 punti)
- f) Calcolare dopo quanto tempo le due colonie di microorganismi U e V avranno esattamente lo stesso numero di individui. Esprimere il risultato in minuti e secondi. (5 punti)



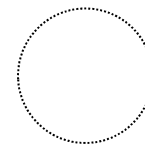
Esercizio 4

Nel corso di un semestre 33 allievi hanno sostenuto 3 prove.

Prova 1. I risultati della prova 1 sono riassunti con la seguente tabella:

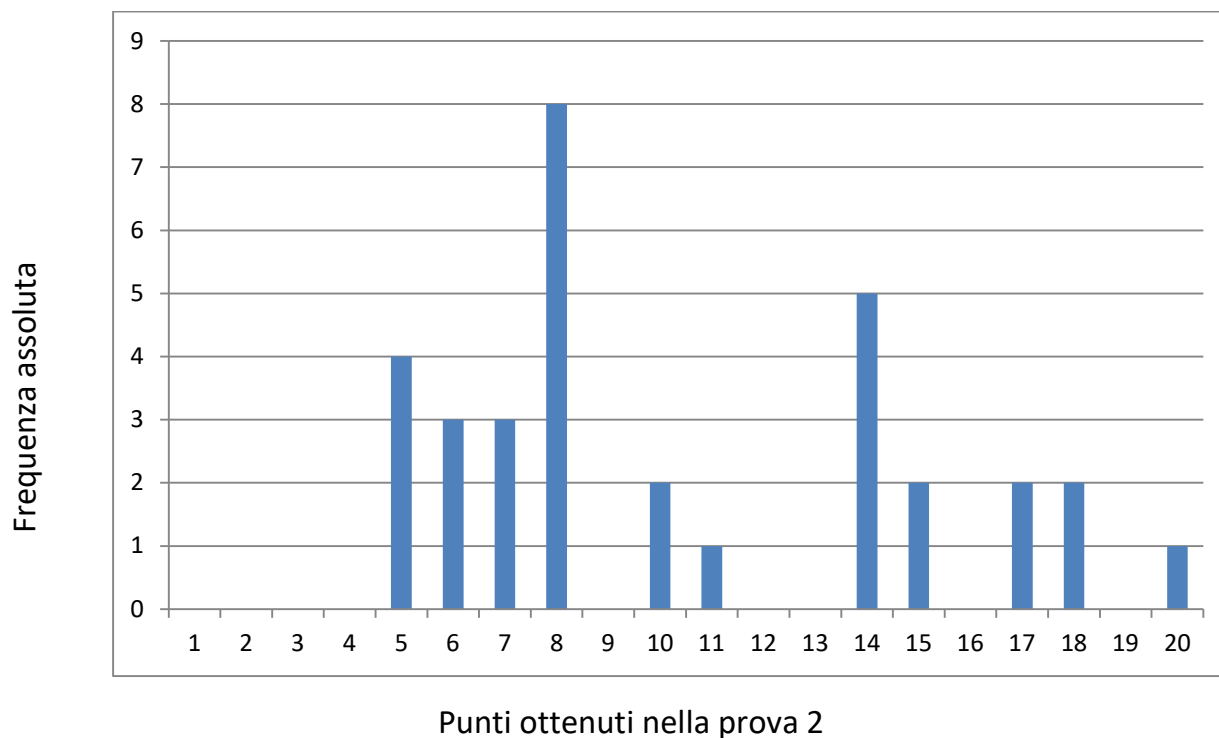
Punti ottenuti prova 1 x_j	Frequenza assoluta f_j	Frequenza assoluta cumulata	Frequenza relativa cumulata	$=f_j \cdot x_j$
1	0	0	0,000	0
2	1	1	0,030	2
3	2	3	0,091	6
4	1	4	0,121	4
5	1	5	0,152	5
6	3	8	0,242	18
7	3	11	0,333	21
8	2	A	B	16
9	0	13	0,394	0
10	3	16	0,485	C
11	4	20	0,606	44
12	2	22	0,667	24
13	2	24	0,727	26
14	2	26	0,788	28
15	2	28	0,848	30
16	1	29	0,879	16
17	2	31	0,939	34
18	2	33	1,000	36
Totale	D			340

- a) Determinare i valori delle lettere A, B, C e D. (2 punti)
- b) Qual è la moda della prima prova? (2 punti)

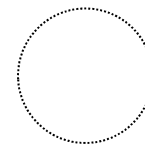


c) Completare la tabella relativa alla prova 1 (nel fascicolo delle risposte). (5 punti)

Prova 2. I risultati della prova 2 sono riassunti con il seguente grafico:



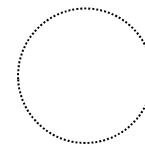
d) Completare la tabella relativa alla prova 2 (nel fascicolo delle risposte). (5 punti)



Prova 3. Per la prova 3 sono date le seguenti informazioni.

	Prova 3
Il valore minimo è	3
Il valore di Q1 è	5
Il valore di Q2 è	12
Il valore di Q3 è	14
Il valore massimo è	15
La media aritmetica è di	11,39
Lo scarto quadratico medio è di	7,73

- e) Nel grafico nel fascicolo delle risposte si trovano i tratti corrispondenti alle mediane di due delle tre prove precedenti, mentre l'altra è già disegnata. Stabilire quali sono e completare i box-plot delle due prove mancanti. (4 punti)
- f) In relazione ai risultati della classe nelle tre prove, tenendo conto che la sufficienza è posta a 12 punti, i risultati sono incoraggianti? Motivare la risposta. (2 punti)



Esercizio 5

Nella cittadina di Smartville (un paesino di 3500 abitanti) sono stati raccolti i dati inerenti il numero di abbonati alla nuova rivista “Smartnews” rispetto alla loro situazione lavorativa.

Si è visto che il 75% dei pensionati è abbonato alla rivista “Smartnews”.

- a) Completare la tabella nel fascicolo delle risposte. (4 punti)

Nelle risposte che seguono, i risultati devono essere forniti approssimati al secondo decimale.

- b) Calcolare la percentuale di abbonati. (3 punti)

Viene selezionata a caso una persona tra gli abitanti di Smartville, ognuna avente la stessa possibilità di essere scelta.

- c) Calcolare la probabilità (espressa in percentuale) dei seguenti eventi:
(6 punti)

A=“la persona scelta è disoccupata”

B=“la persona scelta non è abbonata alla rivista”

C=“la persona scelta è disoccupata e non è abbonata alla rivista”

- d) Calcolare la probabilità (in percentuale) di scegliere una persona disoccupata o che non sia abbonata alla rivista.

(4 punti)

- e) I redattori della rivista decidono di estrarre a caso una persona tra i non abbonati, per regalare un abbonamento annuale. Calcolare la probabilità (in percentuale) che chi riceve questo regalo sia un disoccupato.
(3 punti)



Esercizio 6

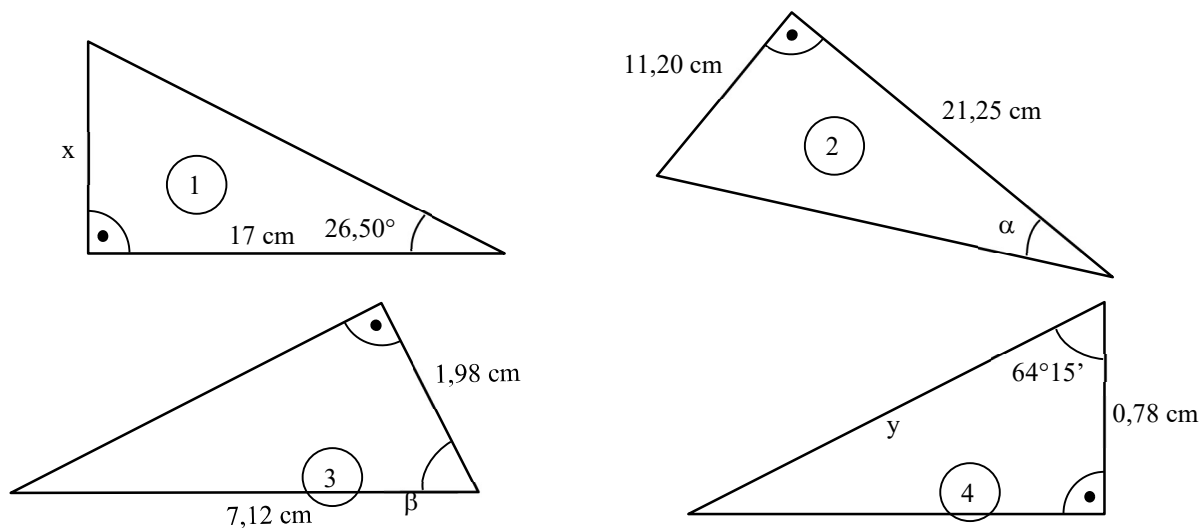
Parte 1

Calcolare per i triangoli rettangoli ① ② ③ ④ rappresentati qui sotto i valori delle lettere x , y , α e β .

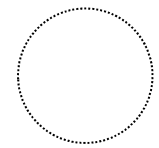
Indicare in modo chiaro i calcoli utilizzando unicamente i valori e le notazioni delle figure.

Arrotondare tutti i valori a due cifre decimali.

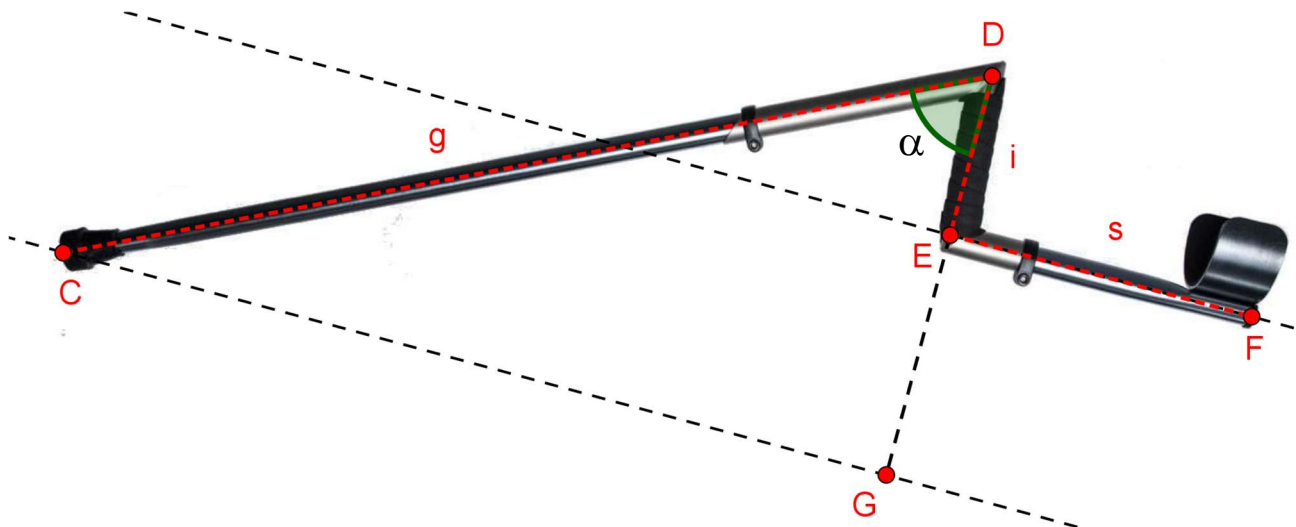
(I disegni non sono in scala)



(10 punti)



Parte 2



La figura sopra mostra la stampella Tampona ideata dall'italiano Renato Brignone. Disabile dalla nascita ed appassionato di montagna sin da bambino, Tampona ebbe diverse disavventure durante le sue escursioni (fra cui la rottura di una stampella durante l'ascensione del Monte Rosa). Decise quindi di ideare una stampella in titanio adattata all'escursionismo: solida, leggera e maneggevole.

Qui di seguito sono elencate alcune lunghezze riferite alla figura

$g = CD = 76,0$ cm (gamba)

$i = DE = 12,7$ cm (impugnatura)

$s = EF = 23,8$ cm (supporto avambraccio)

$\alpha = 68,8^\circ$

$\sphericalangle DEF = 90^\circ$

Arrotondare le lunghezze al millimetro.

Domande:

- Determinare la distanza fra la punta dell'impugnatura D e la cima del poggia-gomito F. (2 punti)
- Calcolare la lunghezza del segmento EG, sapendo che le rette passanti per EF e CG sono parallele. (4 punti)
- Determinare la lunghezza del segmento CF. (4 punti)