Esame della Scuola cantonale d’arte SCA

Sessione 4 giugno 2018

Matematica

Soluzione dell’esame

ESAME 3SCA giugno 2018

Esercizio 1

$$g = 360° - 90° \times 2 - 35° = 145°$$

a) (2 punti)

$$\frac{145°}{x} = \frac{360°}{2p}$$

$$x = \frac{145° \times 2p}{360°} = \frac{29}{36}p\ @ 2,53\ rad$$

b) (2 punti)

$$AB^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 4 \times \cos 145°$$

$$AB\ @ 7,63\ cm$$

$$h = \sqrt{4^2 - (3,815)^2}\ @ 1,20\ cm$$

$$A = 7,63 \times 1,20 : 2 = 4,578\ cm^2$$

c) (2 punti)

$$\tan 72,5° = \frac{AP}{4}$$

$$AP = 4 \times \tan 72,5°\ @ 12,68\ cm$$

$$P = 4 + 4 + 12,68 + 12,68 = 41,36\ cm$$

d) Figure simili, stesso angolo. (2 punti)

ESERCIZIO 2

a) A(4,4,0) B(4,0,2) C(0,4,0) D(0,4,4) (2 punti)

b) $\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}\ e\ \overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ allora $\|\overrightarrow{PA}\| = \sqrt{16+16+1} = \sqrt{33}\ e\ \|\overrightarrow{PB}\| = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

$\cos\alpha = \frac{|16+0-1|}{\sqrt{33}.\sqrt{17}} = 0,6333\ \rightarrow \alpha = 50,71°$ (2 punti)

c) Area triangolo BPA = $\frac{\|\overrightarrow{PA}\ x\ \overrightarrow{PB}\|}{2} = \frac{\left\|\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}\right\|}{2} = \frac{\sqrt{16+64+256}}{2} = 9,17\ u^2$ (2 punti)

d) Retta r per $\overrightarrow{PB}$ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Intersezione con l`asse delle ascisse è un punto con coord. Z(x,0,0) quindi:

$\begin{cases} x = 4\mu \\ 0 = 0 \\ 0 = 1 + \mu \end{cases}$ segue $\mu = -1\ e\ dunque\ x = -4\ allora\ Z(-4,0,0)$ (2 punti)

e) $V = \frac{A_{base\ ACD}.h}{3} = \frac{8.4}{3} = 10,\overline{6}\ u^3$ (2 punti)

ESERCIZIO 3

a) A(0;0), r=5 (2 punti)

b) f: equazione retta passante per A(0;0) e M(1;2)

pendenza: a=2 **equazione della retta f: y=2x**

equazione retta passante per C e B pendenza: a=-1/2

$y = -\frac{1}{2}x + b \quad passa\ per\ M(1,2)$

$2 = -\frac{1}{2} \times 1 + b$

$b = \frac{5}{2}$ (3 punti)

Equazione della retta g: $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases}$

$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)^2 = 25$

$x^2 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 25$

$4x^2 + x^2 - 10x + 25 - 100 = 0$

$5x^2 - 10x - 75 = 0$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x_1 = 5 \qquad x_2 = -3 \qquad y_1 = -\frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{5}{2} = 0 \qquad y_2 = -\frac{1}{2} \cdot (-3) + \frac{5}{2} = 4$

B(5;0) C(-3;4) (3 punti)

d) $d_{BC} = \sqrt{\left((5+3)^2 + (0-4)^2\right.} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\left(4\sqrt{5}\right)^2 = 5^2 + 5^2 - 2.5.5.\cos\delta$

$\cos\delta = -0{,}6$

$\delta \cong 126{,}87°$

L`angolo in D misura 63,43° (2 punti)

ESERCIZIO 4

1) $3^{(x-1)(x+2)} \cdot 3^{3x} : 3^{2\cdot(x+2)} = 3^{-3}$
$x^2 + x - 2 + 3x - 2x - 4 = -3$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x-1)(x+3) = 0$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = -3 \qquad S = \{1; -3\}$ (3 punti)

2) $log_2(x-1) = 4$
$x - 1 = 2^4 \qquad CE\colon\ x - 1 > 0$

$x = 16 + 1 = 17 \qquad S = \{17\}$ (3 punti)

3) a) pH=-log(2,3.10^{-9})≅ 8,84 sostanza basica (2 punti)

b) -log(H^+)=3,3

H^+ = $10^{-3,3}$ ≅ 5,01.10^{-4}

ESERCIZIO 5

a) V(4,3) (2 punti)

b) Se x=0 allora y=-5 e segue A(0,-5)
Se y=0 allora $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5 = 0 \ \rightarrow \quad x^2 - 8x + 10 = 0$

$$\Delta = 64 - 40 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2} \quad \rightarrow \ x_1 = 6{,}45 \ e \quad x_2 = 1{,}55$$

C(6,45; 0) e D(1,55; 0) (2 punti)

c) y=a.x.(x+4), dal grafico f(-2)=-4, dunque a=1, quindi y=x^2+4x (2 punti)

d) g: a<0 (a=-1) Δ<0
h: a>0 (a=3) Δ=0
Il valore assoluto di a è maggiore per la retta h, infatti la curva è più stretta
(2 punti)

ESERCIZIO 6

a) $\ddot{\bar{\cdot}}$ 27 18 12 8 $5,\bar{3}$ ......

q= 18/27=2/3 (2 punti)

b) $\ddot{\bar{\cdot}}$ 729 324 144 64 $28,\overline{44}$ ......

q=324/729=4/9 (2 punti)

c) $a_{10} = 27.\left(\frac{2}{3}\right)^9 = 0{,}7023u$ (2 punti)

$A_{10} = (0{,}7023)^2 = 0{,}493u^2$

d) 18.18+18.9+12.6+8.4+$5,\bar{3}\,.\,2,\bar{6}$ = $316,\bar{2}$ (2 punti)

e) $S_\infty = 729.\frac{1}{1-\frac{4}{9}} = 729.\frac{9}{5} = 1312{,}20u^2$ (2 punti)