

**Esame della Scuola cantonale d'arte SCA**

**Sessione 4 giugno 2018**

**Matematica**

**Soluzione dell'esame**

**ESAME 3SCA giugno 2018**



### Esercizio 1

$$g = 360^\circ - 90^\circ \times 2 - 35^\circ = 145^\circ$$

a)  $\frac{145^\circ}{x} = \frac{360^\circ}{2\rho}$  (2 punti)  
 $x = \frac{145^\circ \times 2\rho}{360^\circ} = \frac{29}{36} \rho @ 2,53 \text{ rad}$

$$AB^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 4 \times \cos 145^\circ$$

b)  $AB @ 7,63 \text{ cm}$  (2 punti)  
 $h = \sqrt{4^2 - (3,815)^2} @ 1,20 \text{ cm}$   
 $A = 7,63 \times 1,20 : 2 = 4,578 \text{ cm}^2$

$$\tan 72,5^\circ = \frac{AP}{4}$$

c)  $AP = 4 \times \tan 72,5^\circ @ 12,68 \text{ cm}$  (2 punti)  
 $P = 4 + 4 + 12,68 + 12,68 = 41,36 \text{ cm}$

d) Figure simili, stesso angolo. (2 punti)

### ESERCIZIO 2

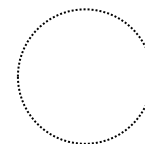
a) A(4,4,0) B(4,0,2) C(0,4,0) D(0,4,4) (2 punti)

b)  $\vec{PA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$  e  $\vec{PB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  allora  $\|\vec{PA}\| = \sqrt{16 + 16 + 1} = \sqrt{33}$  e  $\|\vec{PB}\| = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$   
 $\cos \alpha = \frac{|16+0-1|}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{17}} = 0,6333 \rightarrow \alpha = 50,71^\circ$  (2 punti)

c) Area triangolo BPA =  $\frac{\|\vec{PA} \times \vec{PB}\|}{2} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} \right\|}{2} = \frac{\sqrt{16+64+256}}{2} = 9,17 \text{ u}^2$  (2 punti)

d) Retta r per  $\vec{PB}$   $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$   
 Intersezione con l'asse delle ascisse è un punto con coord. Z(x,0,0) quindi:  
 $\begin{cases} x = 4\mu \\ 0 = 0 \\ 0 = 1 + \mu \end{cases}$  segue  $\mu = -1$  e dunque  $x = -4$  allora Z(-4,0,0) (2 punti)

e)  $V = \frac{A_{base ACD} \cdot h}{3} = \frac{8,4}{3} = 10,6 \text{ u}^3$  (2 punti)



**ESERCIZIO 3**

a)  $A(0;0)$ ,  $r=5$  (2 punti)

b) f: equazione retta passante per  $A(0;0)$  e  $M(1;2)$

pendenza:  $a=2$  **equazione della retta f:  $y=2x$**

equazione retta passante per C e B pendenza:  $a=-1/2$

$$y = -\frac{1}{2}x + b \quad \text{passa per } M(1,2)$$

$$2 = -\frac{1}{2} \times 1 + b$$

$$b = \frac{5}{2}$$

(3 punti)

**Equazione della retta g:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$**

c) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)^2 = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 25$$

$$4x^2 + x^2 - 10x + 25 - 100 = 0$$

$$5x^2 - 10x - 75 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x - 5)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -3 \quad y_1 = -\frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{5}{2} = 0$$

$$y_2 = -\frac{1}{2} \cdot (-3) + \frac{5}{2} = 4$$

$B(5;0)$   $C(-3;4)$

(3 punti)

d)  $d_{BC} = \sqrt{((5+3)^2 + (0-4)^2)} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

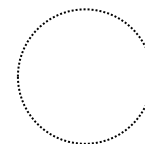
$$(4\sqrt{5})^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \delta$$

$$\cos \delta = -0,6$$

$$\delta \cong 126,87^\circ$$

L'angolo in D misura  **$63,43^\circ$**

(2 punti)



**ESERCIZIO 4**

1)  $3^{(x-1)(x+2)} \cdot 3^{3x} : 3^{2 \cdot (x+2)} = 3^{-3}$   
 $x^2 + x - 2 + 3x - 2x - 4 = -3$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -3$$

$$S = \{1; -3\}$$

(3 punti)

2)  $\log_2(x - 1) = 4$   
 $x - 1 = 2^4$       *CE:*  $x - 1 > 0$

$$x = 16 + 1 = 17$$

$$S = \{17\}$$

(3 punti)

3) a)  $\text{pH} = -\log(2,3 \cdot 10^{-9}) \cong 8,84$       sostanza basica

(2 punti)

b)  $-\log(\text{H}^+) = 3,3$

$$\text{H}^+ = 10^{-3,3} \cong 5,01 \cdot 10^{-4}$$

**ESERCIZIO 5**

a)  $V(4,3)$

(2 punti)

b) Se  $x=0$  allora  $y=-5$  e segue  $A(0,-5)$

Se  $y=0$  allora  $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 10 = 0$

$$\Delta = 64 - 40 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2} \rightarrow x_1 = 6,45 \text{ e } x_2 = 1,55$$

$$C(6,45; 0) \text{ e } D(1,55; 0)$$

(2 punti)

c)  $y = a \cdot x \cdot (x+4)$ , dal grafico  $f(-2) = -4$ , dunque  $a=1$ , quindi  $y = x^2 + 4x$

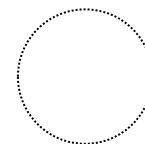
(2 punti)

d) g:  $a < 0$  ( $a = -1$ )  $\Delta < 0$

h:  $a > 0$  ( $a = 3$ )  $\Delta = 0$

Il valore assoluto di  $a$  è maggiore per la retta h, infatti la curva è più stretta

(2 punti)



**ESERCIZIO 6**

a)  $\ddot{\phantom{a}} \quad 27 \quad 18 \quad 12 \quad 8 \quad 5,\bar{3} \quad \dots$   
 $\phantom{a)} \quad \ddot{\phantom{a}}$

$$q = 18/27 = 2/3$$

(2 punti)

b)  $\ddot{\phantom{a}} \quad 729 \quad 324 \quad 144 \quad 64 \quad 28,\overline{44} \quad \dots$   
 $\phantom{b)} \quad \ddot{\phantom{a}}$

$$q = 324/729 = 4/9$$

(2 punti)

c)  $a_{10} = 27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 = 0,7023u$

(2 punti)

$$A_{10} = (0,7023)^2 = 0,493u^2$$

d)  $18.18 + 18.9 + 12.6 + 8.4 + 5,\bar{3} \cdot 2,\bar{6} = 316,\bar{2}$

(2 punti)

e)  $S_{\infty} = 729 \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{9}} = 729 \cdot \frac{9}{5} = 1312,20u^2$

(2 punti)