



Esame della Scuola cantonale d'arte SCA

Sessione 4 giugno 2018

Matematica

Dati personali

Istituto scolastico:

Nome e cognome:

Classe: 3SCA

Disposizioni generali

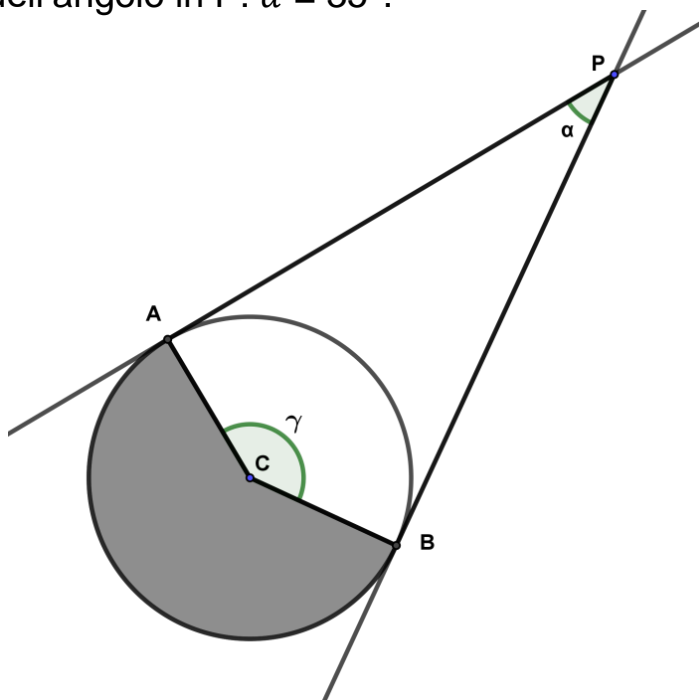
- La durata dell'esame è di **150 minuti**.
- È ammesso l'uso della calcolatrice non grafica, senza connessione in rete. L'uso del cellulare come calcolatrice non è consentito.
- Non sono ammessi scambi di materiale (penne, gomme, righe, calcolatrice, ecc.).
- Risolvere gli esercizi sul fascicolo delle risposte in modo chiaro e comprensibile, supportati dai relativi calcoli o ragionamenti.
- La Direttiva della DFP definisce la scala delle note.

Esercizio	1	2	3	4	5	6	Totale
Punti massimi	8	10	10	10	8	10	56
Punti ottenuti							
						NOTA	



Esercizio 1 (8 punti)

Nella figura è rappresentato un cerchio con raggio $r = 4$ cm. Tracciando le due tangenti alla circonferenza si forma il quadrilatero ACBP. Si conosce l'ampiezza dell'angolo in P: $\alpha = 35^\circ$.



(Il disegno non è in scala)

Calcolare:

- a) l'ampiezza dell'angolo γ in C in radianti. (2 punti)
- b) l'area del triangolo ACB. (2 punti)
- c) il perimetro del quadrilatero ACBP. (2 punti)

Sia data un'ulteriore circonferenza di 10 cm di raggio e di centro in F.

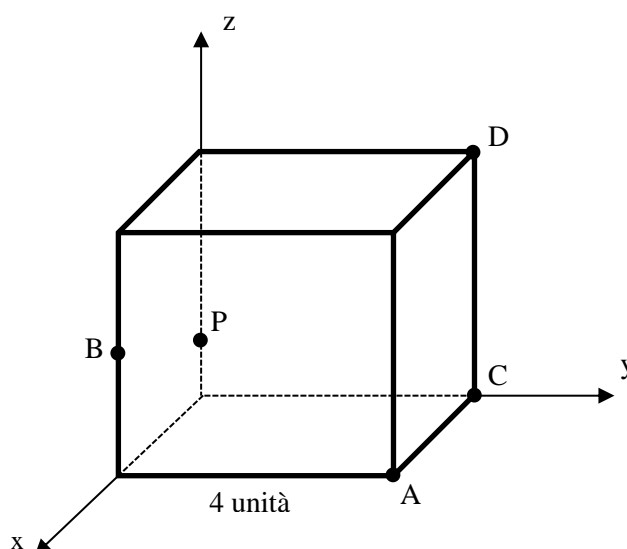
Siano D ed E i punti d'intersezione di questa circonferenza con le tangenti indicate nella figura.

- d) Qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{DFE} ? Motivare la risposta. (2 punti)



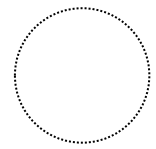
Esercizio 2 (10 punti)

È dato il cubo di lato 4 unità, ed è definito un sistema di coordinate cartesiane a 3 dimensioni. I punti A , C e D sono dei vertici del cubo, mentre B è il punto medio dello spigolo del cubo come da immagine sottostante. Le coordinate del punto P sono $P(0; 0; 1)$.



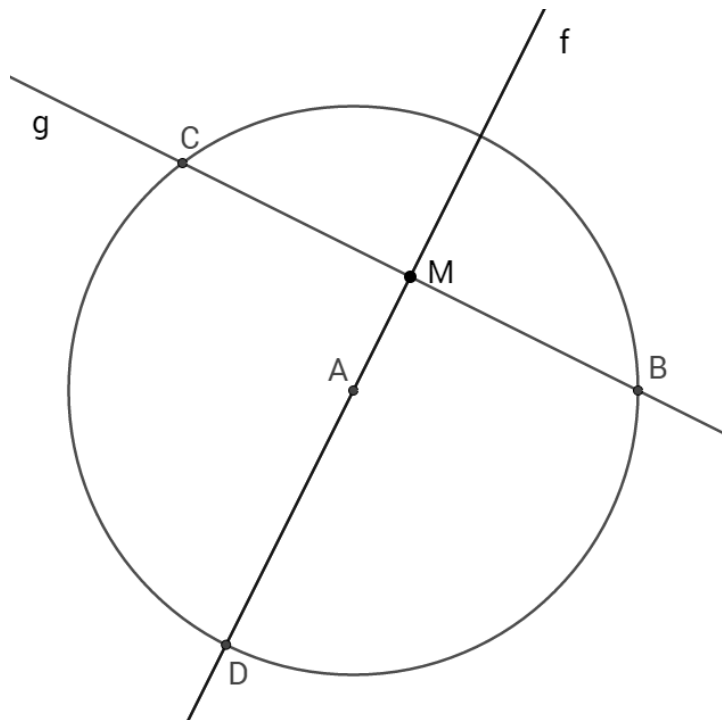
(Il disegno non è in scala)

- a) Determinare le coordinate dei punti A , B , C e D . (2 punti)
- b) Calcolare l'angolo tra i vettori \overrightarrow{PB} e \overrightarrow{PA} . (2 punti)
- c) Calcolare l'area del triangolo PBA . (2 punti)
- d) Scrivere l'equazione parametrica della retta r passante per P e B , e calcolare le coordinate del punto Q , intersezione tra la retta r e l'asse O_x . (2 punti)
- e) Calcolare il volume della piramide $ACDP$. (2 punti)



Esercizio 3 (10 punti)

È data una circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 25$, di centro A e raggio r.
Una retta g interseca la circonferenza nei punti C e B: il segmento CB è una corda della circonferenza, ed ha come punto medio M(1; 2). La retta f passa per i punti A e M.



(gli assi cartesiani non sono disegnati)

Calcolare :

- a) le coordinate del punto A e il raggio r della circonferenza. (2 punti)
- b) le equazioni delle rette f e g. (3 punti)
- c) le coordinate dei punti d'intersezione B e C. (3 punti)
- d) considerare il triangolo BCD. Calcolare l'ampiezza dell'angolo in D. (2 punti)



Esercizio 4 (10 punti)

1) Risolvere l'equazione esponenziale:

$$\frac{(3^{x-1})^{x+2} \cdot 27^x}{9^{x+2}} = \frac{1}{27} \quad (3 \text{ punti})$$

2) Risolvere l'equazione logaritmica:

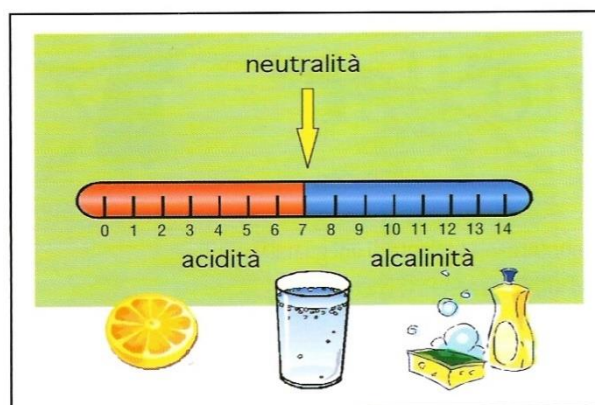
$$2 \cdot \log_2(x - 1) = 8 \quad (3 \text{ punti})$$

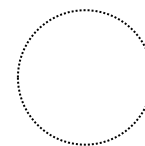
3) In chimica, al fine di quantificare la *basicità* (*alcalinità*) o l'*acidità* di una soluzione, si determina il **pH**: un numero reale relativo alla concentrazione degli ioni H^+ in essa presenti (in molecole/litro).

Il **pH** è definito dalla seguente relazione matematica:

$$pH = -\log(H^+)$$

- a) Calcolare il **pH** di una soluzione che contiene $H^+ = 2,3 \cdot 10^{-9} \text{ mol/l}$ e stabilire, consultando la tabella sottostante, se è una sostanza acida o basica. (2 punti)
- b) Sapendo che una sostanza acida ha $pH = 3,3$ stabilire quanti ioni sono presenti nella soluzione. (2 punti)





Esercizio 5 (8 punti)

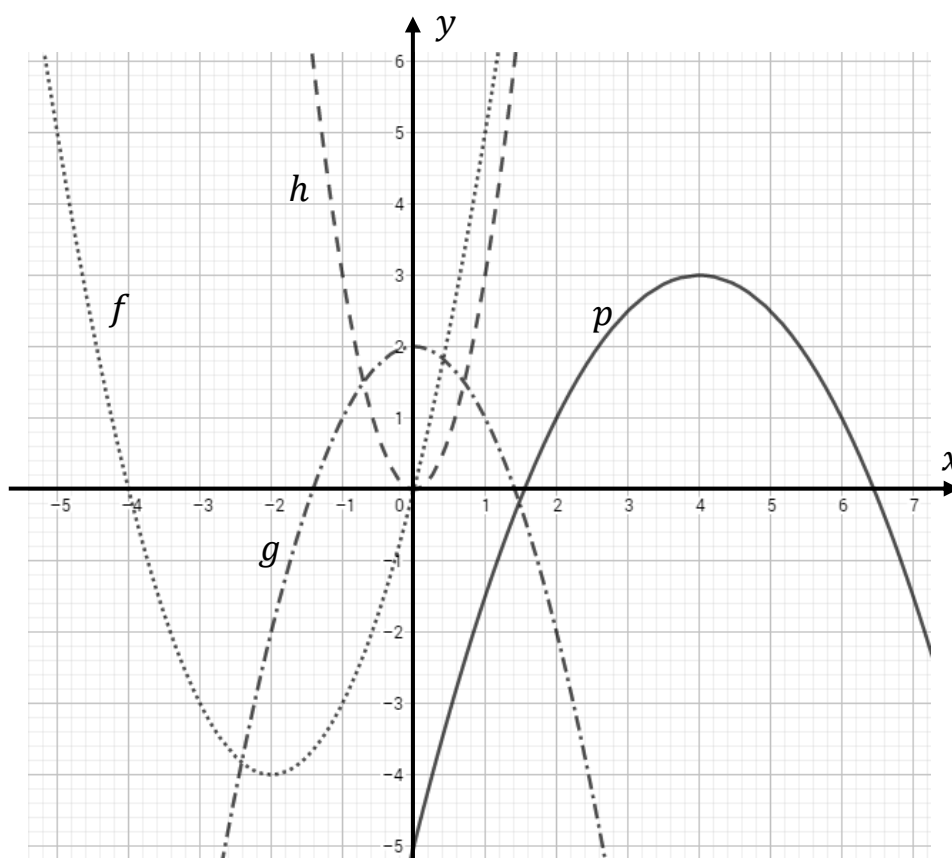
Nella figura sottostante sono rappresentate 4 parabole.

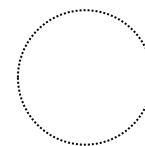
Sono date le seguenti funzioni:

$$p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$$

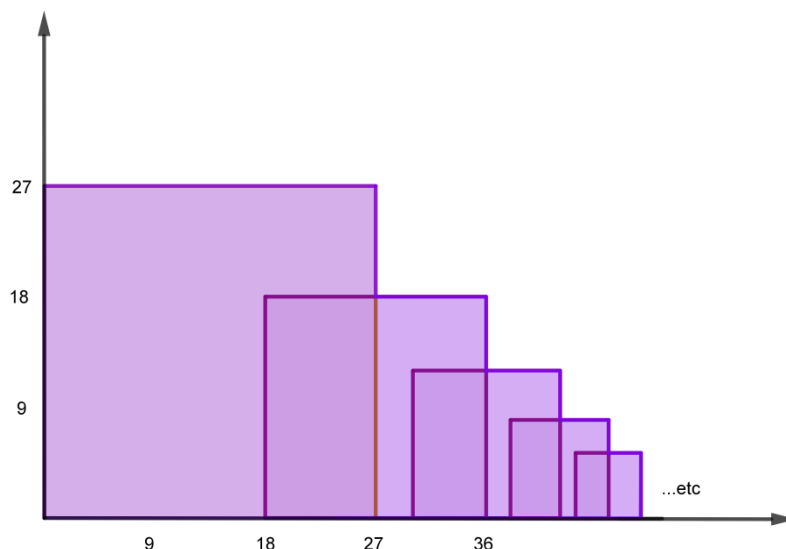
- a) Calcolare il vertice della parabola p . (2 punti)
- b) Calcolare le intersezioni di p con gli assi cartesiani. (2 punti)
- c) Rilevando i punti d'intersezione della parabola f con gli assi cartesiani, determinare la legge $f(x)$. (2 punti)
- d) Sia per la funzione h che per la funzione g : (2 punti)
 - specificare per ogni funzione il segno di a , coefficiente dominante, precisando quale dei due, in valore assoluto, è maggiore;
 - specificare se il discriminante è positivo, negativo oppure nullo.





Esercizio 6 (10 punti)

Nella figura sottostante (non in scala) è rappresentata una successione di quadrati sovrapposti per metà superficie. Le lunghezze dei lati dei singoli quadrati formano una progressione geometrica. Il lato del primo quadrato (quello più grande) misura 27 u. Il lato del secondo quadrato misura 18 u.



- Determinare la ragione della progressione relativa alla lunghezza dei lati dei singoli quadrati e scrivere i primi 5 termini della stessa. (2 punti)
- Verificare che le aree dei singoli quadrati siano in progressione geometrica scrivendo i primi 3 termini e stabilendone la ragione. (2 punti)

Chi non avesse risposto alla domanda b) utilizzi in seguito come ragione della progressione geometrica delle aree dei quadrati: $q = \frac{4}{9}$

- Calcolare l'area del 10° quadrato. (2 punti)
- Determinare l'area della figura colorata soprastante ottenuta dalla sovrapposizione dei primi 5 quadrati. (2 punti)
- Determinare l'area totale della figura formata dalla successione infinita dei singoli quadrati. (2 punti)