

Rapporti tra lingua e matematica

Ogni anno, il segretariato della Conferenza dei Direttori della Pubblica Educazione organizza un «forum» per dibattere un tema concernente l'insegnamento della matematica. Vi partecipano delegati di tutti i cantoni ed è pertanto sede di preziosi scambi di considerazioni ed esperienze didattiche tra i partecipanti.

L'occasione riveste particolare importanza per il nostro cantone, poiché ci permette di avere un punto di riferimento, per valutare la pertinenza degli indirizzi che gli esperti della scuola media danno all'insegnamento della matematica.

Quest'anno il tema scelto è stato «matematica e lingua».

I partecipanti hanno condotto un lavoro di tipo seminariale, suddivisi in gruppi di lavoro, per affrontare più particolarmente temi quali: come gli allievi parlano di matematica tra loro; influsso della lingua materna nell'insegnamento della matematica; interazione tra la formulazione verbale dell'allievo e del docente; «lingua programmata» e pensiero matematico; la funzione che ha la lingua nella soluzione dei problemi; lezioni di matematica per allievi deboli; presenza della matematica nei testi correnti ecc.

Oltre a questo lavoro, i congressisti hanno potuto partecipare a tre conferenze delle quali una, ci sembra, meriti maggiore attenzione. Il conferenziere, professor Aebli, ha suddiviso il suo intervento proponendo dieci tesi che ci permettiamo di citare:

1. Dal profilo psicologico la matematica costituisce un *sistema di strutture cognitive*.
2. Le strutture matematiche (operazioni e concetti) hanno anch'esse i loro *precursori genetici* nelle strutture dell'azione, dell'intuizione della lingua.
3. Le «lingue matematiche» sono dei *sistemi di rappresentazione* elaborati, molto efficaci per le strutture matematiche.
4. Nel pensiero del bambino, dell'adolescente e anche dell'adulto persistono numerosi rapporti tra le strutture del pensiero matematico e le strutture dell'azione e della lingua.
5. Rappresentando dei calcoli mediante testi in lingua descriviamo azioni e contesti concreti.
6. A questo scopo l'allievo *deve applicare* le sue conoscenze matematiche alle strutture dell'azione e del contesto oggettivo; in tale procedimento le due strutture interagiscono e si chiariscono; la comprensione e l'utilizzazione della lingua si sviluppano ulteriormente.

7. Questi obiettivi saranno raggiunti nella misura in cui la «*cultura della risoluzione dei problemi*» sarà sviluppata nell'insegnamento della matematica.
8. I libri di testo dovrebbero contenere, oltre ai soliti esercizi formali, anche un numero sufficiente di problemi vicini alla vita pratica.
9. È necessario e possibile insegnare *metodi euristici* che favoriscano la risoluzione di problemi, sebbene questo ponga difficili problemi di transfert e di disponibilità all'applicazione.
10. Nella misura in cui questi postulati saranno soddisfatti, la matematica diverrà uno strumento dell'azione e della risoluzione di problemi concreti, invece di costituire un gioco formale per qualche allievo «dotato in matematica». Anche questi troveranno la risoluzione dei problemi di matematica applicata altret-

tanto attraente di quella dei problemi formali.

* * *

Desideriamo ora rivolgere l'attenzione all'attività svolta nei gruppi coi quali abbiamo collaborato.

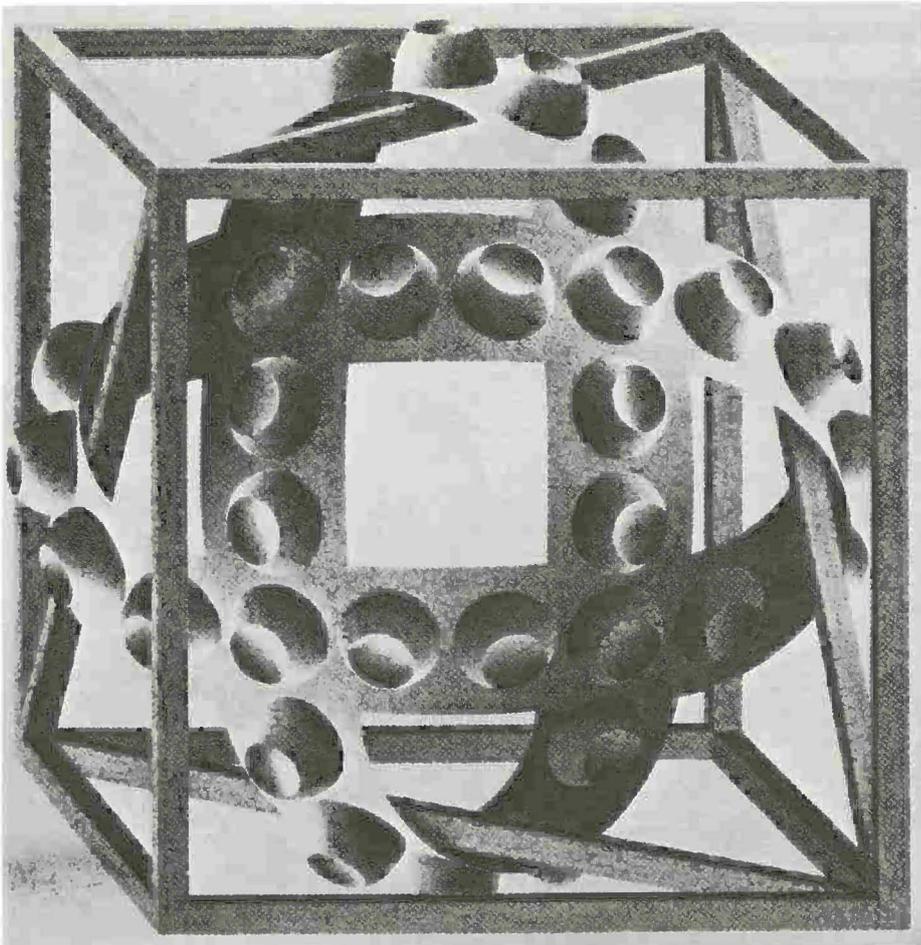
Tema del gruppo 2: influenza dei testi matematici, redatti dal docente, sulla riuscita dell'allievo.

Introduzione: Il gruppo dapprima ha scelto di considerare l'atteggiamento dell'«allievo medio» di fronte ad un testo di matematica, individuare nel limite del possibile le cause delle difficoltà che incontra, proporre qualche possibile miglioramento, considerare le abilità cognitive che esulano dall'appropriato uso delle tecniche di calcolo.

a) Comportamenti dell'allievo in difficoltà nella risoluzione di un problema: si sono considerati in particolare i seguenti aspetti;

- l'allievo non sa «entrare» nel problema;
- pur conoscendo qualche schema risolutivo, non vede come adattarlo al problema proposto, poiché non ha capito compiutamente gli schemi;
- si sofferma su termini poco rilevanti ai fini della risoluzione e non sa individuare chiaramente ciò che è dato e ciò che si cerca;
- si rappresenta una situazione diversa da quella proposta dal problema;
- è indotto in errore da un linguaggio impreciso o inutilmente complicato;

Cubo con nastri magici (litografia di Escher del 1957): si avvale di strisce con piccole «protuberanze a forma di bottone» per analizzare le «inversioni» di concavo e convesso.



- non ritrova automatismi disciplinari utili alla soluzione;
- non sa riporre il risultato nel contesto del problema, né valutare l'attendibilità dello stesso.

b) Cause possibili di tale comportamento

- l'insegnante si esprime con lo stesso linguaggio in tutte le classi in cui lavora, non adatta il linguaggio all'età dell'allievo forse perché reputa tale linguaggio comprensibile per tutti gli allievi;
- l'allievo sente docenti di materie diverse usare gli stessi termini con accezioni diverse, o per descrivere concetti e situazioni diversi;
- il docente crede di semplificare l'esposto usando un linguaggio «popolare» non preciso, si accontenta di risposte approssimative dell'allievo, non ricerca la chiarezza;
- il docente utilizza, a volte, il simbolismo in un enunciato in lingua, rendendo così il concetto più arduo per la mente dell'allievo;
- la presenza nella classe di allievi che, oltre alle difficoltà di comprensione, hanno una lingua materna diversa dall'italiana;
- il docente appoggia il proprio insegnamento su concetti insegnati precedentemente che reputa sempre presenti in modo chiaro all'allievo.

c) Possibili miglioramenti didattici

Ne elenchiamo alcuni, senza la pretesa di essere esaustivi;

- utilizzare una lingua e una struttura di frase adatta all'età dell'allievo;
- utilizzare frasi brevi, chiare, precise evitando perifrasi, incisi o altri elementi che possono

introdurre altre difficoltà, segnatamente per l'allievo debole o che non lavora nella propria lingua materna;

- cercare, quando è possibile, di associare al concetto matematico un'immagine;
- preparare progressivamente l'allievo a saper «leggere un problema» individuando, in particolare, i dati e ciò che si cerca; abituarli ad enunciare un ragionamento che porta dai dati al «ciò che si cerca» (soluzione), così da giungere a strutturare un ragionamento di tipo logico-deduttivo.

Nella sua attività didattica il docente è chiamato sovente a redigere dei testi di teoria, degli esercizi, dei riassunti, delle prove di verifica. Il gruppo ha ritenuto di dover suggerire, per ognuno di queste attività, che il docente stabilisca ogni volta, in modo preciso, i contenuti e gli obiettivi, curi la precisione e la semplicità del testo in funzione degli obiettivi stessi, si esprima in una lingua che non introduca inutili difficoltà, crei testi con le opportune illustrazioni (ad esempio geometriche), si premuri di proporre esercizi graduati nella difficoltà, faccia in modo che l'allievo veda tradursi in linguaggio matematico un testo in lingua, segnali i concetti che stanno a monte delle richieste, chiarisca le ipotesi di partenza.

Il gruppo ha voluto mettere in risalto il comportamento dell'allievo e l'abilità che gli è richiesta nella soluzione di problemi.

Si è pensato di suddividere la presentazione in quattro momenti successivi:

a) fase di analisi del testo del problema. In essa l'allievo:

- legge e analizza il testo, individua qualche concetto noto o qualche termine che gli è familiare;

- associa, quando le trova, situazioni analoghe precedentemente incontrate;
- individua qualche concetto chiave, riconsidera le definizioni utili alla soluzione del problema.

b) fase operativa. In essa l'allievo:

- individua la chiave del problema, separa i dati da ciò che si cerca;
- matematizza il testo, formula ipotesi, tesi e definisce una strategia risolutiva, si aiuta a volte con uno schizzo;
- esprime le grandezze in un sistema coerente.

c) fase risolutiva. Essa implica automatismi di calcolo, automatismi disciplinari, il ricorrere a procedimenti noti...

d) fase conclusiva. In essa si considera il risultato nel contesto del problema, si verifica, o si stima, quantitativamente il risultato. È opportuno rilevare che, sovente, il docente si preoccupa delle fasi c) e d) allorché è chiamato a valutare con un voto il lavoro dell'allievo.

Il docente considera allora come scontate le attività intellettuali (fase a).

È tuttavia necessario non sottovalutare l'importanza delle fasi iniziale e finale, poiché esse richiedono una consistente attività intellettuale, che non sempre emerge nell'elaborato dell'allievo (fase c).

Con ciò non si vuol dire che si debbano accettare soluzioni scorrette o presentazioni inadeguate. Non si deve nemmeno cadere nell'eccesso opposto, ossia di considerare soltanto le soluzioni ai fini della formulazione del giudizio.

Rileviamo ancora la connessione che esiste tra la formulazione in lingua dei problemi e gli aspetti sopra accennati, come l'influsso che la redazione del testo esercita sulla prestazione dell'allievo. Il docente deve comunque costantemente ricercare la chiarezza e la precisione poiché da esse dipende la qualità della risposta dell'allievo; pertanto egli deve pure esigere dall'allievo formulazioni orali e scritte corrette, chiare, precise.

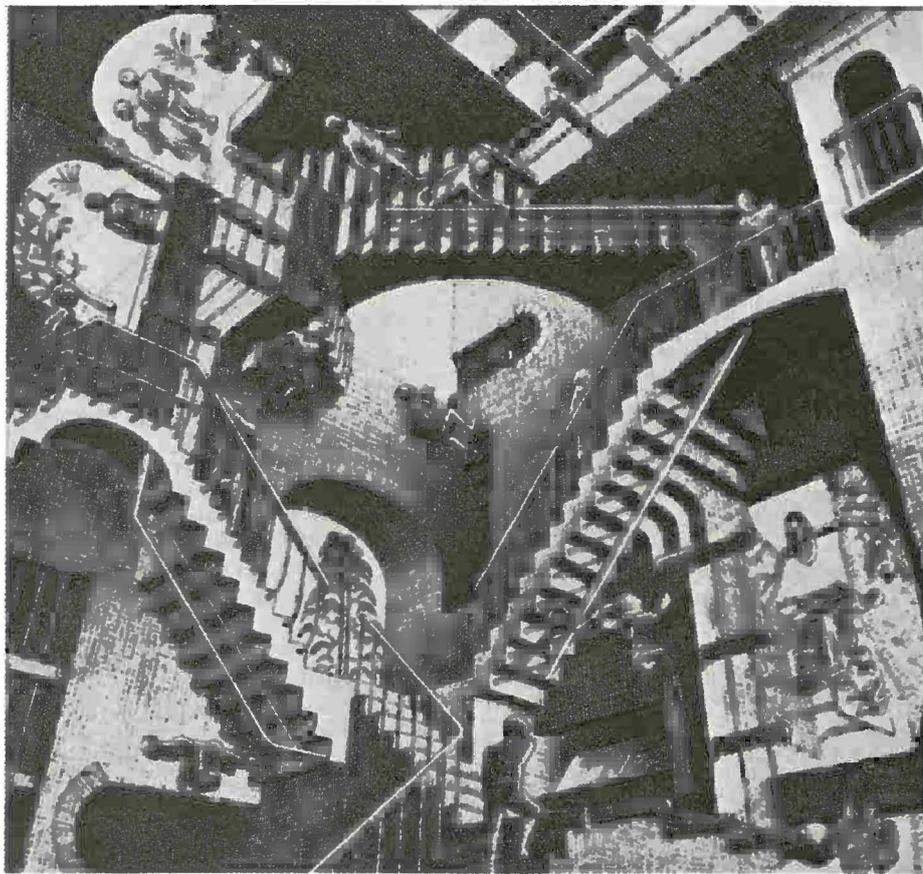
Tema del gruppo 5: funzione della lingua durante il processo di risoluzione di un problema.

Partendo da osservazioni condotte durante la risoluzione del problema noto come «torri di Hanoi», si è giunti alla formulazione di alcune tesi che sono qui riportate, assieme a qualche aggiunta.

Problema (Torri di Hanoi): «Una torre formata da una serie di dischi di raggio crescente dall'alto verso il basso deve essere smontata e ricostruita in una nuova posizione rispettando le seguenti regole:

- per ogni mossa può essere spostato un solo disco;
- oltre alle posizioni di partenza e di arrivo può essere usata una sola posizione intermedia;
- mai un dischetto può venire a trovarsi sopra uno più piccolo di lui (avente cioè raggio minore).

Relatività, litografia di Escher del 1953.



Domanda: determinare il numero minimo di mosse necessarie per spostare una torre, in funzione della sua altezza (numero di dischi che la compongono)».

Ecco le modalità dell'osservazione: i singoli componenti del gruppo che non conoscono ancora il problema si «sono prestati» come risolutori; a loro disposizione avevano dei dischetti di legno; il necessario per scrivere e dovevano «pensare ad alta voce». Ad ogni risolutore era associato un osservatore con il compito di notare ogni attività (manipolatoria, grafica, verbale). Lo scopo prefissato: osservare la funzione della «lingua interna» (cioè della lingua con la quale l'esecutore «parla a se stesso») durante il processo mentale che accompagna la risoluzione di un problema.

Tesi 1: la lingua è un medio che sostiene i processi mentali.

Altri medi sono la manipolazione e la percezione visiva...

Un processo mentale è spesso sostenuto da più medi.

Durante la fase manipolatoria la lingua serve come strumento di descrizione e d'analisi. Si è osservato come, assieme alla rappresentazione grafica, essa sia in grado di sostituire l'attività manipolatoria diventando strumento di simulazione.

Tesi 2: la lingua parlata è temporalmente sequenziale.

Ad essa si può far ricorso per ordinare, in forma lineare tutti gli elementi di una situazione che vuole essere ricondotta ad un'altra forma.

La lingua diventa un «ponte» tra il cantiere delle torri e il luogo di rappresentazione delle idee ossia il foglio; nel momento, ad esempio, in cui la mano controllava e manipolava dei dischetti e l'altra scriveva. Oltre che nei momenti di analisi, è stato evidente l'intervento della lingua nel momento della sintesi.

A questo punto ci sembra opportuno almeno citare alcune ipotesi riguardanti la differenziazione delle funzioni svolte dai due emisferi cerebrali.

Sembra che la parte sinistra del nostro cervello lavora prettamente in modo digitale e sequenziale, mentre la parte destra elabora informazioni nella loro globalità e interdipendenza.

La lingua parlata è una tipica prestazione della parte sinistra del nostro cervello; la parte destra è piuttosto responsabile di idee, modelli e forme complesse che implicano una presenza contemporanea su più fronti. L'interazione fra i due emisferi assume grande importanza durante il processo di risoluzione di un problema. Probabilmente l'emisfero destro è il principale artefice dell'intuizione, poi lasciata alla verifica e al controllo dell'emisfero sinistro.

Tesi 3: si può far ricorso alla lingua parlata, per dare forma al pensiero.

Formulare un pensiero verbalmente può servire a regolare il flusso, impedendogli di inaridirsi o di diventare troppo impetuoso. Un processo mentale accompagnato da parole è spesso autofecondo e in grado di rigenerarsi per associazioni.

Tesi 4: la lingua permette di osservare dall'esterno il processo di risoluzione di un problema ed eventualmente di influenzarlo.

È così messa in evidenza tutta quella attività funzionale indiretta della lingua, che non si occupa in modo specifico del problema, bensì della gestione di tutto il processo. Si possono citare:

- gli interventi verbali allo scopo di inserire pause di riflessione per la verifica e la scelta degli itinerari;
- l'uso della lingua per regolare il procedimento (interrompere, riattivare, modificare), o per richiamare e fare spazio a elementi esterni ritenuti utili (linguaggi e tecniche specifiche, concetti e strutture note).

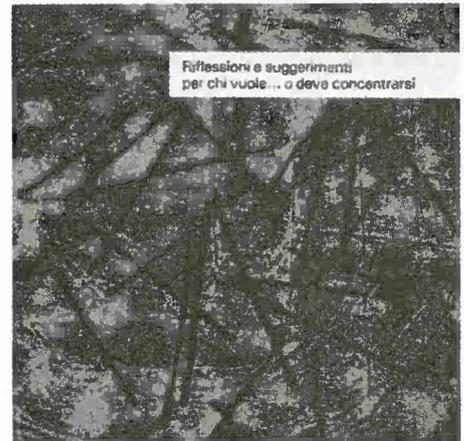
Tesi 5: le funzioni citate possono essere espletate dalla lingua comune. Un linguaggio formale simbolico è, in talune circostanze, più efficiente, anche se non necessario. Linguaggi specifici, in particolare il linguaggio matematico ricco di simboli e formule, si distinguono per l'alta specializzazione dei termini, come pure il loro vocabolario e la loro sintassi molto rigorosa. Essi si manifestano tanto più, quanto più spinto è il processo di astrazione.

Il tipo di lingua con la quale un individuo parla con se stesso influenza lo stile del procedimento risolutivo.

Tesi 6: anche il modo e il tipo di approccio con il quale ci si avvicina a una situazione problematica, può essere influenzato in modo sostanziale dal linguaggio.

La lingua non è soltanto un media per i processi di analisi e di sintesi di un problema,

CONCENTRarsi... MA COME?



Riflessioni e suggerimenti
per chi vuole... o deve concentrarsi

DANILO CHIARUTTINI GIORGIO MOSSI
RENATO REGGIORI ANTON RAMON DIETER SCHÜRCH

Applicazione di un lavoro di ricerca iniziato nel 1983 e finanziato dal Fondo nazionale per la ricerca scientifica (programma EVA).

ma può diventare uno strumento di regolazione emotiva talvolta determinante per un esito positivo.

Conclusione

Una conclusione generale e abbastanza ovvia è la seguente: per un insegnamento che prevede fra l'altro l'educazione alla risoluzione

PROGRAMMA NAZIONALE DI RICERCA «Educazione e vita attiva» (programma EVA)

Titolo del progetto di ricerca:

Rappresentazione e realtà dei processi cognitivi nell'attualizzazione di progetti di attività da parte dell'apprendista e da parte del maestro di tirocinio

Un gruppo di ricercatori ticinesi diretti dal prof. Dieter Schürch ha presentato nel 1982 al Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica un progetto il cui scopo era l'individuazione di teorie «spontanee» sviluppate da docenti e da giovani al primo anno di apprendistato.

All'accettazione del progetto è seguita una fase sperimentale conclusasi nel 1985. I risultati della ricerca hanno suscitato a livello accademico unanimi consensi.

Lo studio perseguiva tra gli altri scopi un recupero di quelle «teorie del buon senso» o «teorie del quotidiano» che orientano, guidano e giustificano l'agire di persone che insegnano (insegnanti) e apprendono (apprendisti).

I risultati sono una ricostruzione fedele di un numero importante di mappe mentali. La struttura e i contenuti di tali rappresentazioni si discostano in modo significativo dai principi psicopedagogici elaborati partendo da ricerche di laboratorio.

La conoscenza dei modelli soggettivi oltre a rappresentare un recupero dell'identità del soggetto che insegna ed apprende, dovrebbe spingere il formatore a studiare sistemi che gli consentano di adattare il proprio insegnamento alle caratteristiche di linguaggio e di pensiero di chi apprende.

I ricercatori hanno adottato la tecnica del prelievo sistematico di termini denominati parole chiave; la loro natura è quella di fornire un appiglio significativo per il recupero della complessità di ogni singola mappa personale.

La tecnica adottata potrebbe arricchire il bagaglio metodologico degli insegnanti di qualsiasi ordine di scuola.

Il rapporto di base e pubblicazioni divulgative possono essere richieste direttamente agli autori (presso l'Istituto Svizzero di Pedagogia annesso al Centro Professionale di Lugano-Trevano).

ne dei problemi è auspicabile che siano previste anche modalità e tecniche di lavoro in grado di stimolare e affinare le capacità espressive dell'allievo, con particolare cura e attenzione all'uso della lingua. Quindi «dare importanza alla competenza linguistica nell'attività matematica». Per il docente ciò significa essere consapevole e attento riguardo all'uso che egli fa della lingua (chiarezza, precisione, brevità ecc.).

Una particolare attenzione dev'essere accordata ai rapporti tra lingua naturale e linguaggi «artificiali» (matematica, chimica ecc.): occorre essere consapevoli che senza competenze linguistiche è estremamente difficile usare tali linguaggi.

Infine una segnalazione: se da un canto è vero che la lingua naturale gioca un ruolo

importante nel processo di insegnamento-apprendimento, d'altro canto ci sono altri aspetti che meritano attenzione. Uno di essi, ed è un aspetto nuovo, è quello della rappresentazione mentale che la persona (insegnante o allievo) si fa del proprio agire (insegnamento o apprendimento).

Questo aspetto ha fatto l'oggetto di una ricerca della quale diamo qualche informazione nella breve nota che precede (pag. 19).

Da notare, comunque, che lo studio è stato fatto nell'ambito dell'insegnamento professionale.

**Claudio Beretta
Aldo Frapollì
Renato Reggiori**

Applicazione dei nuovi programmi SE

Presentazione delle attività di controllo della lingua italiana

1. Introduzione

Nel corso del mese di ottobre l'Ufficio studi e ricerche ha pubblicato un rapporto nel quale sono raccolte tutte le attività di controllo, relative all'insegnamento dell'italiano, svolte durante l'anno scolastico 1984/85 nelle classi pilota di IV e nelle classi di II elementare.

La ragione di tali attività è la medesima che ha ispirato le indagini precedenti, cioè quella di fornire delle utili informazioni a tutti coloro che sono interessati ad accertare la conformità dei risultati raggiunti con gli obiettivi perseguiti dai programmi.

L'indagine effettuata nelle classi pilota ha avuto come oggetto l'analisi delle modalità d'apprendimento relative al raggiungimento dell'obiettivo «saper ricorrere al dizionario per sciogliere dubbi ortografici».

Le strategie messe in atto per tale verifica hanno poi permesso di ottenere dei dati interessanti circa il conseguimento di alcuni obiettivi intermedi del programma di riflessione sulla lingua.

Nelle classi di seconda elementare l'intervento è stato duplice: d'un canto si è proceduto al rilevamento della competenza posseduta nella lingua scritta dalla totalità degli allievi, dall'altro si è compiuta una ricerca – su un campione più ristretto – relativa ai comportamenti cognitivo-linguistici che garantiscono una soddisfacente comprensione e produzione testuale.

2. L'uso del dizionario nella scuola elementare

Accettato come postulato che il dizionario serve:

- per controllare l'esatta grafia delle parole
- per ricercare il significato delle parole e i sinonimi,

si è definita una serie di indicatori di apprendimento (valutati a seconda della loro complessità come obiettivi intermedi di padronanza o di sviluppo) e approntando per ognuno di essi una batteria di item.

Indicatori di apprendimento considerati¹⁾

a) *relativi alla capacità di controllare l'esatta grafia delle parole*

1. conoscenza dell'ordine alfabetico
2. conoscenza di nozioni grammaticali quali:
 - categorie variabili e invariabili del discorso
 - genere e numero
 - voce verbale e modo infinito
 - sostantivo e aggettivo alterato

b) *relativi alla capacità di ricercare il significato delle parole e i sinonimi*

¹⁾ È evidente che, per ragioni di chiarezza espositiva, abbiamo dovuto fare riferimento ad una precisa nomenclatura; naturalmente, in sede di realizzazione didattica, il docente doveva limitare al minimo indispensabile il ricorso alla terminologia linguistica quando presentava le nozioni elencate.

1. capacità di riflettere attorno ai seguenti concetti:

- sinonimia
- area lessicale
- accezione
- uso settoriale di un vocabolo

2. comprensione del modo in cui è organizzata la presentazione di un lemma.

Con questa verifica è stato possibile dimostrare che l'obiettivo di padronanza del secondo ciclo espresso dalla dicitura «saper ricorrere al dizionario per sciogliere dubbi ortografici» (pag. 90 del programma ufficiale per la scuola elementare) è perfettamente raggiungibile dagli allievi di quinta elementare visto che degli scolari di quarta opportunamente esercitati sanno servirsi del dizionario per assicurarsi sul modo di scrivere qualsiasi parola. Questa attività ha inoltre offerto la possibilità di constatare il conseguimento dei seguenti obiettivi del programma di riflessione sulla lingua previsto per il secondo ciclo:

- svolgere semplici attività che portino l'allievo alla scoperta di parole che variano e di parole che non variano
- riconoscere in casi semplici nomi e verbi e, in rapporto ad essi, riflettere sulla funzione degli aggettivi e degli avverbi
- classificare, in base alla variabilità, al significato, alla funzione e, per l'articolo, alla posizione, le seguenti parti del discorso: nome, verbo, aggettivo, avverbio, pronome, connettivo
- scoprire che le parole si compongono di parti dotate di significato (unità linguistiche che, combinate diversamente, permettono la composizione di vari termini (esempio: *bambin-ett-o*; *bambin-ai-a*; *bambin-on-e*).

Oltre a questi obiettivi non bisogna neppure dimenticare che la strategia seguita per la raccolta dei dati ha costretto molte volte gli insegnanti a portare gli allievi a riflettere in modo esplicito sul sistema lessicale.

Con ciò naturalmente non si vuole affermare che l'insegnamento del lessico debba ridursi a un censimento enciclopedico di vocaboli, visto che è ormai provato che l'ampliamento delle nostre conoscenze linguistiche va di pari passo con la comprensione testuale; ma piuttosto ricordare che il dizionario diventa uno strumento di primaria importanza allorché si incontra la necessità di vagliare l'esistenza di sinonimi, di omonimi o di comprendere degli usi figurati.

