

Pensiero algoritmico e insegnamento

Relazione sulla «Rencontre internationale de professeurs de mathématique», organizzata dalla CIEAEM a Morlanwelz (Belgio) dal 20 al 26 agosto 1972.

La CIEAEM (Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques) è aperta a tutti gli insegnanti e cultori della matematica che si interessano alla ricerca pedagogica tendente a migliorare costantemente l'insegnamento della materia in tutti gli ordini di scuola.

Ha solo un presidente (la signora Krygowska, matematica e pedagogista polacca) e un segretario (il prof. Willy Servais, direttore dell'Athénée provincial du Centre di Morlanwelz), ma solo sulla carta; infatti chiunque partecipi a uno di questi incontri si sente subito a suo agio, come se fosse uno dei membri fondatori.

Si badi bene che fra i fondatori vi sono nomi di fama mondiale, e che nei suoi 25 anni di vita la CIEAEM ha dato l'avvio e ha successivamente curato l'evoluzione del processo di rinnovamento dei programmi di matematica in tutti i livelli di scuola, coinvolgendo il mondo intero.

A Morlanwelz erano praticamente rappresentati tutti i paesi dell'Europa occidentale e orientale, oltre al Marocco, al Canada e a qualche altro paese che non ricordiamo.

Tema dell'incontro: «il pensiero algoritmico e l'insegnamento». In parole povere si tratta di questo: l'avvento dell'ordinatore elettronico ha rivoluzionato e condizionato molte attività dell'uomo. Anche la matematica ha contribuito a questa nuova conquista sviluppando ulteriormente la logica (algebra di Boole, dei circuiti) e creando nuove teorie come quelle sulla calcolabilità e sulla decidibilità, intese a cercare quali funzioni possono essere calcolate dalla macchina o quali teorie possono essere dimostrate da una macchina.

In questa direzione hanno lavorato parecchi matematici, grosso modo dal 1930 in poi, tra i quali vorremmo citare Kleene, Church, Gödel, Turing e Markov.

E' appunto di Turing la macchina più semplice, che sta alla base delle teorie citate sopra. Si compone di un foglio di carta con una finestrella, nella quale scorre una striscia di carta suddivisa in caselline contenenti ciascuna un simbolo di un determinato alfabeto (per esempio «0,1»). Le operazioni compiute dalla macchina sono le seguenti:

- 1) immobilità (il nastro di carta rimane nella posizione precedente),
- 2) spostamento di una casella verso destra,
- 3) spostamento di una casella verso sinistra,
- 4) cancellatura del simbolo letto (nella finestrella),

5) stampa (di una determinata successione di simboli nelle caselle del nastro).

Si può dimostrare che la macchina riesce a contare, quindi sa addizionare e di conseguenza moltiplicare, sottrarre, dividere, elevare a potenza, estrarre radici, calcolare logaritmi ecc. Questo però in teoria: nessuno ha mai adoperato la macchina di Turing per eseguire un calcolo, perchè il numero di operazioni da compiere è troppo grande. Ad esempio, per aggiungere uno a un numero dato si devono compiere undici operazioni fondamentali.

Ora, il risultato più appariscente in questo campo è che la macchina di Turing riesce a calcolare qualsiasi funzione calcolabile con il più moderno e raffinato ordinatore elettronico. In altre parole, la classe delle funzioni calcolabili con la macchina di Turing coincide esattamente con la classe delle funzioni calcolabili da qualunque macchina esistente.

L'ordinatore elettronico guadagna solo nel tempo d'esecuzione.

In questo aspetto della matematica è pure chiamata in causa la scuola. Essa può da un lato servirsi degli organigrammi (schemi logici che traducono un processo algoritmico) per chiarire e semplificare taluni argomenti d'insegnamento (e non solo in matematica), e dall'altro lato può contribuire all'avvicinamento dei giovani al mondo dei calcolatori. Ci sentiamo quindi di sostenere la seguente affermazione:

La scuola non può più ignorare la presenza dell'ordinatore e le sue implicazioni di ordine pratico e teorico.

Quali possono essere queste implicazioni? Prima di tutto occorre portare il giovane a convincersi che la macchina ha i suoi limiti e che compito dell'uomo è di mantenere un costante dominio su di essa. Ma per raggiungere questo scopo è assolutamente necessario insegnare al giovane come si fa lavorare una macchina e cosa si può pretendere da essa.

Inoltre, questione fondamentale, è necessario svolgere questa azione didattica già nella scuola dell'obbligo, per evitare che il futuro cittadino subisca in seguito il fascino del tecnocrate che comanda la macchina. L'uomo di domani dovrà essere pronto a contestare i risultati della macchina, attraverso la contestazione del pensiero degli specialisti, se necessario. Ma per raggiungere questo scopo è di nuovo necessario che tutti conoscano, almeno in forma elementare, i principi dell'informatica (cioè della programmazione degli ordinatori).

Ci sono poi implicazioni d'ordine pratico, che concernono l'insegnamento delle diverse materie, fra le quali anche la matematica. In particolare, la presenza del calcolatore modifica sensibilmente certi obiettivi dell'insegnamento. Essa ci offre una memoria perfetta e molto capace ed un'abilità e velocità di calcolo che nessun

uomo potrebbe mai raggiungere. In compenso esige dall'uomo un'analisi di procedimenti, di automatismi, di situazioni sempre nuove. In altre parole esegue tutto il lavoro mnemonico e lascia all'uomo la creatività.

Per spiegare come cambino veramente le cose in questo senso, vogliamo presentare uno fra i tanti esempi discussi in Belgio: la moltiplicazione scritta.

Facciamo eseguire ad un allievo di scuola elementare la seguente moltiplicazione:

$$\begin{array}{r} 1849 \times \\ 581 \\ \hline 1849 \\ 14792 \\ 9245 \\ \hline 1074269 \end{array}$$

Egli procede nel modo indicato a lato. Quali difficoltà incontra?

- 1) deve sapere bene le caselline, perchè i prodotti parziali si susseguono sistematicamente secondo un ordine stabilito,
- 2) deve ricordare il riporto intanto che pensa al prodotto parziale,
- 3) deve eseguire i prodotti parziali (con memorizzazione momentanea dei riporti) per ogni cifra del moltiplicatore, d'un fiato, perchè se si ferma perde il filo e deve ricominciare,
- 4) sotto le prime cifre a destra (dei prodotti parziali) deve mettere un misterioso trattino. Misterioso perchè difficilmente l'allievo si rende conto che quei trattini evitano di scrivere qualche zero in più, e basta. In realtà i tre prodotti parziali potrebbero essere scritti così:

1849
147920
924500

(scrittura che permetterebbe un'esecuzione più cosciente dell'operazione).

Nel XIII secolo, il matematico italiano Nicola Pisano, detto il Fibonacci, la stessa operazione la eseguiva così:

«Metodo per gelosia»

	1	8	4	9	
1	0	4	2	4	5
0	5	0	0	5	
0	0	6	3	7	8
7	8	4	2	2	
	0	0	0	0	1
	1	8	4	9	
	4	2	6	9	

Quali vantaggi e quali svantaggi offre il metodo «per gelosia»? Cominciamo dai vantaggi, e andiamo con ordine:

- 1) non è necessario possedere le caselline come un automa, perchè ogni prodotto parziale può essere eseguito indipendentemente dagli altri. Quindi si possono eseguire quelli sicuri (cioè che si sanno) e con calma completare gli altri.
- 2) Durante l'esecuzione dei prodotti parziali non si deve ricordare nessun riporto.
- 3) Ci si può riposare dove e quanto si vuole.
- 4) Si capisce facilmente la motivazione della regola, che non è altro che il normale prodotto di due polinomi:

(1000 + 800 + 40 + 9) . (500 + 80 + 1)
come del resto anche per la regola di prima, ma là, meno visibile.

Unico svantaggio (ancora da dimostrare): ci si impiega troppo. Questo è però compensato largamente dal fatto che, essendo molto meno affaticante, riduce sensibilmente la probabilità di sbagliare.

Ora, se volessimo dare un giudizio sui due metodi di moltiplicare, dovremmo distinguere due situazioni diverse:

a) non ci sono le macchine: dobbiamo dare all'allievo un metodo abbastanza veloce, cercando di ridurre al minimo gli errori, esercitando fin che è necessario per ottenere velocità e precisione. Adottiamo il primo metodo.

b) Ci sono le macchine che fanno i calcoli: ci interessa di più dare all'allievo il gusto di analizzare i procedimenti meccanici, piuttosto che farlo diventare un abile calcolatore.

Adotteremo il metodo «per gelosia» perché i suoi svantaggi non ci toccano. Al li-

mite, se la questione ci interessasse talmente, presenteremo i due (o più) metodi, non per usarli, ma per analizzarli. Esperienze notevoli, sull'introduzione dell'informatica nella scuola (dai lavori di codage e décodage alle elementari, alla costruzione di organigrammi, all'apprendimento dei linguaggi dei minicomputer e di linguaggi più raffinati) si stanno facendo principalmente in USA, Canada e Francia. Ma anche nei paesi dell'Est europeo si sta lavorando seriamente: a Morlanwelz abbiamo conosciuto un collega jugoslavo che ci ha illustrato le esperienze che lui portano avanti da qualche anno.

La conclusione di questa settimana di discussioni può essere sintetizzata nella seguente affermazione:

Il rinnovamento dell'insegnamento della matematica non si esaurisce con l'introduzione degli insiemi, ma evolve presentando nuovi aspetti che si rivelano altrettanto interessanti e non meno utili: uno di questi è l'introduzione dell'informatica, intesa

come modo di organizzare il pensiero e l'azione.

Tre sono i punti fondamentali che costituiscono la spina dorsale di questo insegnamento:

1) imparare a servirsi dell'informazione,
2) trattare l'informazione,
3) sviluppare strutture e tecniche della trasmissione dell'informazione.

Parallelamente alla teoria è necessaria l'attività pratica di utilizzazione delle macchine, che ha tre obiettivi principali:

1) perfezionamento del sapere matematico (approssimazioni, convergenza, ecc.);
2) risoluzioni di problemi ai quali senza la macchina non si oserebbe nemmeno pensare a causa dei calcoli proibitivi e da ripetere un numero elevato di volte (per esempio: calcoli di statistica);
3) presa di coscienza del giusto rapporto uomo-macchina.

Per i partecipanti ticinesi:

Gianfranco Arrigo

Delcò Silvio SA

Fabbrica di mobili

6500 Bellinzona - Telefono 092-255891

Rappresentante
per il Ticino
delle ditte:

Mobil-Werke U. Frei

9442 Berneck

Banchi e sedie
per aule scolastiche

Palor-Ecola AG

8753 Möllis

Lavagne «Emafer»

Plafoni
Pavimenti
Prefabbricati
scolastici

POTTI

Legnami
Materiali da
costruzione

SA
6911 Manno
(091) 59 10 33

TORPEDONE, AEREO, FERROVIA, NAVE

DANZAS

BELLINZONA CHIASSO LOCARNO LUGANO
Piazza Stazione Piazza Stazione Piazza Stazione Piazza Manzoni
Tel. 092-258950 Tel. 091-42903 Tel. 093-55773 Tel. 091-27782

Music-visiophon:

**la lavagna sonora,
un nuovo
mezzo didattico!**

Lavagna audiovisiva per l'insegnamento della musica e del canto.

Le note scritte sulla lavagna con un gesso normale emettono il suono corrispondente a quello della scala musicale quando sono toccate con la bacchetta.

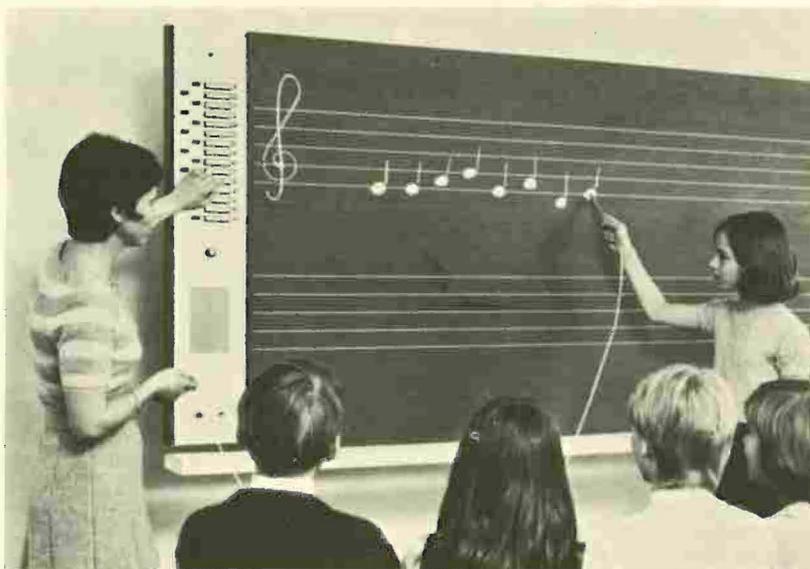
Telaio cromato su rotelle, con possibilità d'arresto.

Parte elettronica interamente transistorizzata, potenza 6.5 Watt. Altoparlante regolabile.

Dimensioni (222x112x200)

Documentazione, informazioni e dimostrazione sul posto, senza impegno.

Fr. 3.200.—



Distribuzione esclusiva nella Svizzera Italiana:

GEMETTI
ELETRONICA SA
LUGANO + CROCIFFISSO TEL. 2 8168