

Il calcolo mentale nella scuola elementare

Premessa

La competenza di un allievo nel calcolo mentale non si riduce agli aspetti tecnici e all'applicazione pura e semplice di automatismi. Essa richiede anche la messa in atto di strategie, la capacità di operare scomposizioni, la conoscenza delle proprietà del sistema di numerazione e delle operazioni, l'attuazione di procedure di controllo e di verifica, l'abilità nel cogliere regole e invarianti, la capacità di ragionare su dati numerici e su simboli, e altro ancora.

La padronanza di tali abilità conferisce all'allievo una particolare sensibilità nel campo dei numeri e delle loro relazioni, con riflessi positivi in altri ambiti della matematica e in altre discipline.

Al di là della funzione utilitaristica ancora assai presente in una realtà che pur potremmo definire elettronica (si pensi alla necessità di verificare velocemente un conto, di valutare una spesa, di controllare approssimativamente la pertinenza del risultato di un'operazione svolta con una calcolatrice,...), il calcolo mentale riveste anche un ruolo formativo non indifferente. Esso consente infatti lo sviluppo di funzioni cognitive importanti come la memoria, l'attenzione e la concentrazione; permette all'allievo di riutilizzare competenze e conoscenze nella messa a punto di

strategie personali efficaci, di sviluppare un'immaginazione numerica, un'elasticità mentale, ...

L'importanza del calcolo mentale nel quadro degli apprendimenti della scuola primaria ha indotto la costituzione, nell'autunno 1992, di un gruppo di lavoro¹⁾ interno alla Conferenza dei direttori didattici di scuola elementare del Canton Ticino, che ha elaborato, promosso ed analizzato l'indagine descritta nella presente relazione.

Finalità della ricerca

Il gruppo promotore si è proposto di:

- accertare la competenza degli allievi delle varie classi di scuola elementare nel calcolo mentale;
- consentire ai docenti di:
 - verificare il grado di automatismo o di padronanza raggiunto dai propri allievi nel settore;
 - analizzare i risultati della propria sezione in rapporto a quelli di altre;
 - intervenire prontamente, con attività di rimediazione o di consolidamento, nelle categorie di calcolo risultate più deficitarie.

Per consentire il raggiungimento di questi obiettivi e in particolare dell'ultimo, il gruppo ha operato in

modo da fornire a tutti i maestri interessati dalle prove, entro 2 o 3 settimane dalla somministrazione delle stesse, una prima documentazione comprendente i risultati generali delle varie sezioni, i risultati individuali degli allievi, le percentuali di riuscita dei singoli calcoli e delle loro categorie.

Un'analisi più approfondita dei dati raccolti (sintesi dei risultati, tipologia degli errori, ricerca delle cause, valutazione delle difficoltà, proposte di correzione di abitudini, suggerimenti didattici,...) è stata eseguita successivamente ed è confluita in un rapporto assai più esteso²⁾.

Elaborazione delle prove ed organizzazione della somministrazione

Per ogni classe sono state previste due prove, fondate sugli obiettivi indicati dai Programmi cantonali per l'anno precedente (in 5^a si sono misurati ad esempio gli obiettivi di fine 4^a, in 3^a quelli di fine 2^a, ...), fatta ovviamente eccezione per la 1^a dove sono stati presi in considerazione obiettivi intermedi dell'anno. La scelta dei calcoli è avvenuta secondo precisi criteri di gradualità e di rappresentatività. I contenuti delle singole prove sono riassunti nella tavola 1.

Per ogni prova (fatta eccezione per la Prova 2 di 5^a) il tempo massimo concesso agli allievi è stato fissato in 7 minuti, tempo scaturito da una serie di pre-test. La Prova 2 di 5^a è stata proposta in una forma inconsueta: presentazione alla lavagna di ogni calcolo singolarmente, con tempo di esposizione limitato a 15 secondi.

La somministrazione - eseguita direttamente dai direttori didattici e da alcuni ispettori secondo precise modalità comuni - è avvenuta sull'arco di tempo di una settimana per le sezioni di una stessa classe, nel mese di marzo 1993 dalla 2^a alla 5^a, dal 19 al 23 aprile per le sezioni di 1^a.

Nell'ultima parte dell'anno scolastico (dal 17 maggio al 4 giugno 1993) le prove sono state riproposte in alcune sezioni delle cinque classi: il confronto dei risultati ha permesso di accertare l'impatto avuto sui docenti dalla comunicazione dell'esito della prima tornata di prove, verificando quindi il grado di miglioramento sulla base di prevedibili attività di rimediazione e/o di consolidamento.

Tav. 1

- 1 ^a elementare	Prova 1:	30 addizioni entro 10
	Prova 2:	30 sottrazioni entro 10
- 2 ^a elementare	Prova 1:	50 addizioni entro 20
	Prova 2:	50 sottrazioni entro 20
- 3 ^a elementare	Prova 1:	50 addizioni entro 100
	Prova 2:	50 sottrazioni entro 100
- 4 ^a elementare	Prova 1:	50 tra addizioni e sottrazioni entro 1000 (casi da calcolo mentale)
	Prova 2:	50 moltiplicazioni (dalle semplici tabelline della tavola della moltiplicazione a calcoli tipo 4x50, 12x7, 200x5, 101x8,...)
- 5 ^a elementare	Prova 1:	50 tra moltiplicazioni, divisioni (tabelline delle tavole della moltiplicazione e della divisione; calcoli tipo 18x7, 15x40, 250x3, 400:5, 810:90, 220:20,...) e catene di calcoli tipo (3x8):6
	Prova 2:	30 calcoli, con numeri decimali e non, relativi alle quattro operazioni

Allievi interessati, loro rappresentatività, variabili influenti

Le prove hanno interessato complessivamente 4'266 allievi (il 31.5% dell'intera popolazione scolastica elementare dell'anno 1992/93), distribuiti in 253 sezioni (210 mono-classi e 43 pluriclassi) scelte secondo un criterio di opportunità (presenza di un direttore didattico) e non attraverso parametri scientifici. Gli allievi appartenevano infatti a 42 scuole diverse, per lo più di comuni urbani o appartenenti ad un'area urbana.

Attraverso l'applicazione di verifiche adeguate, è stato riscontrato che il complesso degli allievi interessato dalle prove, pur statisticamente significativo, non può essere considerato rappresentativo di tutta la popolazione scolastica cantonale, per cui i risultati non sono generalizzabili. Analizzando le varie caratteristiche considerate (regione, tipo di zona, nazionalità, numero allievi per classe, ...) si è appurato che il campione risulta rappresentativo solo per quanto riguarda il sesso e la classe frequentata.

Alcune delle variabili citate influenzano però i risultati. In particolare si è registrata una correlazione molto significativa per quanto concerne la *classe frequentata* (diminuzione della riuscita con il progredire delle classi) e il *numero di allievi per classe* (aumento delle prestazioni con il diminuire degli allievi, soglia critica attorno ai 22 allievi). Meno marcata l'incidenza delle variabili *regione in cui ha sede la scuola*, *sesso* (rendimento leggermente superiore dei maschi rispetto alle femmine) e *paese d'origine* (leggera prevalenza degli allievi provenienti dall'ex-Yugoslavia).

I risultati

Considerando i risultati complessivi (Prova 1+Prova 2) dei 4'266 allievi, indipendentemente dalla classe frequentata, e fissando la soglia di padronanza al 75%³⁾ si assiste alla seguente distribuzione:

- il 34.8% degli allievi supera la soglia di padronanza;
- il 46.9% ottiene una riuscita variabile dal 50 al 75%;
- il 15.7% presenta prestazioni dell'ordine del 25-50%;
- il 2.6% esegue correttamente meno del 25% dei calcoli.

Suddividendo i risultati secondo la classe frequentata e distribuendo gli allievi in 5 categorie di punteggio, si nota come la padronanza evolva negativamente dalla 1^a alla 5^a elementare (cfr. Tav. 2).

Se in 1^a il 77.8% degli allievi ottiene una riuscita superiore all'80% (cioè esegue correttamente più dell'80% dei calcoli), la percentuale degli allievi di tale categoria si abbassa al 51, rispettivamente al 53%, in 2^a e 3^a, e ancor maggiormente in 4^a (25%) e in 5^a (13%). In queste due ultime classi la categoria prevalente è addirittura quella che configura un rendimento tra il 60 e l'80%.

Inoltre fino alla 3^a il grafico evidenzia curve di padronanza, mentre per le due classi terminali tali curve assumono una forma più normalizzata (Gauss).

L'evoluzione negativa con il progredire della classe è messa in evidenza anche dalle percentuali generali di riuscita (cfr. Tav. 3).

Tali percentuali si abbassano progressivamente: da una riuscita media nelle due prove di 1^a dell'86.8% (92.37% nella Prova 1 e 81.33% nella Prova 2), si passa a valori medi attorno al 76% in 2^a e 3^a, per finire al 67.4% in 4^a e al 60.2% in 5^a.

Da notare inoltre, nelle prime tre classi, la differenza di rendimento tra le Prove 1 (addizioni) e 2 (sottrazioni), differenza particolarmente accentuata in 2^a (superiore al 20%).

La tendenza negativa illustrata in precedenza è messa ancor maggiormente in evidenza dal numero percentuale di allievi e di sezioni che raggiungono la padronanza, cioè un rendimento superiore al 75% (cfr. Tav. 4).

Se la situazione appare confortante in 1^a (l'obiettivo è raggiunto dal 92% degli allievi e dalla totalità delle sezioni nelle addizioni, da 3 allievi su 4 e dall'81% delle sezioni nelle sottrazioni), si assiste poi ad una prima, significativa flessione di tali tassi in 2^a e 3^a (soprattutto per quanto concerne le sottrazioni) e ad una successiva, più marcata diminuzione in 4^a e 5^a, dove solo una parte ridotta di allievi e di sezioni dimostrano di trovarsi in situazione di padronanza.

La stessa evoluzione negativa con il progredire della classe è rivelata anche dal numero degli allievi che terminano la prova prima dello scadere dei 7 minuti (l'88% degli allievi nel-

la Prova 1 di 1^a contro il 3% in quella di 5^a) e dalla percentuale di calcoli omessi (il 3% delle addizioni in 1^a rispetto al 31% delle moltiplicazioni e delle divisioni in 5^a).

Al di là dei risultati generali appena descritti, un altro aspetto merita di essere sottolineato: il divario di rendimento tra le sezioni di uno stesso grado di classe. Nonostante i Programmi cantonali descrivano in modo dettagliato, classe per classe e con esemplificazioni, gli obiettivi da raggiungere nel calcolo mentale, la differenza di rendimento tra le sezioni con le migliori e le peggiori prestazioni è risultata mediamente attorno ai 40-50 punti percentuali, con un massimo di 65 punti nella Prova 2 di 5^a (miglior riuscita: 86.1%; peggior riuscita: 21.7%). E generalmente le altre sezioni si distribuiscono, con regolare dispersione, su tutto l'arco di tale divario.

Per quanto riguarda le categorie di calcoli, le più problematiche (esecuzione corretta di meno del 75% dei calcoli) sono risultate le seguenti:

1^a elementare

- nessuna categoria;

2^a elementare

- sottrazioni con passaggio di decina (16-9);
- sottrazioni con minuendo e sottraendo > 10 (18-12);

3^a elementare

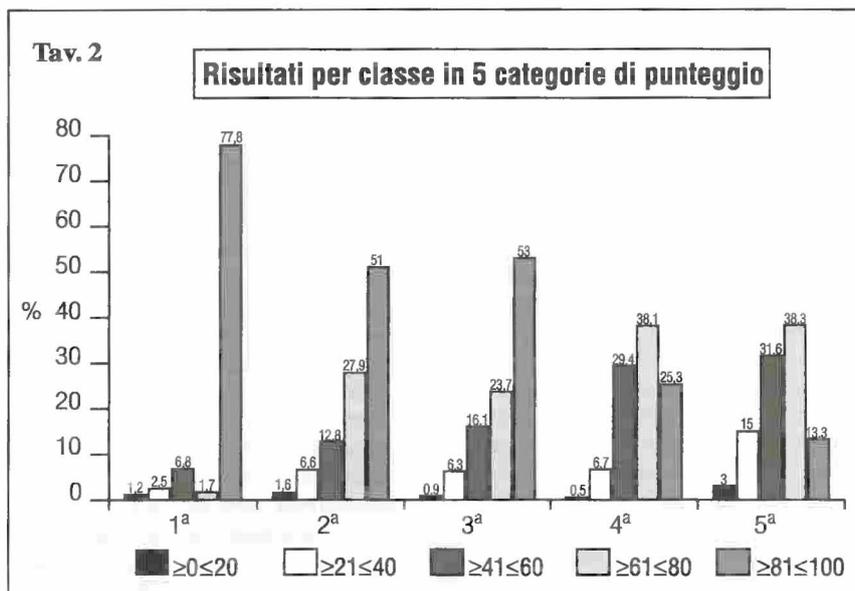
- sottrazioni tipo 46-24, 50-26, 100-37;
- sottrazioni con passaggio di decina (63-27);

4^a elementare

- addizioni tipo 190+150 e 580+190;
- sottrazioni tipo 770-70, 920-520;
- sottrazioni tipo 1000-660, 401-7, 880-790;
- moltiplicazioni tipo 12x7, 5x19, 410x2, 120x8, 101x8;

5^a elementare

- sottrazioni con numeri decimali tipo 7.3-5.5, 60-4.20;
- moltiplicazioni tipo 18x7, 9x30, 480x5, 60x70;
- moltiplicazioni di numeri decimali x10, x100, x1000;
- moltiplicazioni tipo 0.9x5, 10.4x2;
- divisioni tipo 600:8, 810:90, 81:4, 16.5:5;



- divisioni :10, :100, :1000;
- catene tipo (72:9)x5.

La Tavola 5, proposta a titolo esemplificativo per indicare il grado e la tipologia delle difficoltà incontrate dagli allievi, elenca i calcoli che hanno registrato le percentuali di riuscita più basse. Va però precisato che per tale elencazione sono stati presi in considerazione solo i calcoli figuranti nella colonna iniziale delle singole batterie, calcoli cioè verosimilmente affrontati da tutti gli allievi (altri calcoli, soprattutto quelli terminali, rivelano riuscite ancora inferiori, ma determinate in particolare dal fattore tempo).

L'analisi approfondita dei tipi di errore commessi in questi calcoli ha messo in evidenza le cause più comuni e ricorrenti: problemi di scomposizione nel passaggio di decina, limitata conoscenza delle proprietà delle operazioni, confusioni negli algoritmi e ignoranza di strategie particolari (a titolo d'esempio: «la metà della metà» per il:4«).

Nel periodo 17 maggio/4 giugno 1993 le prove sono state riproposte senza preavviso in 70 sezioni (15 di 1^a, 15 di 2^a, 16 di 3^a, 12 di 4^a e 12 di 5^a), allo scopo di accertare l'impatto avuto sui docenti dalla comunicazione immediata dei risultati della prima tornata (avvenuta nel periodo marzo/aprile).

I progressi medi registrati nelle sezioni considerate sono indicate nella tabella (cfr. Tav. 6).

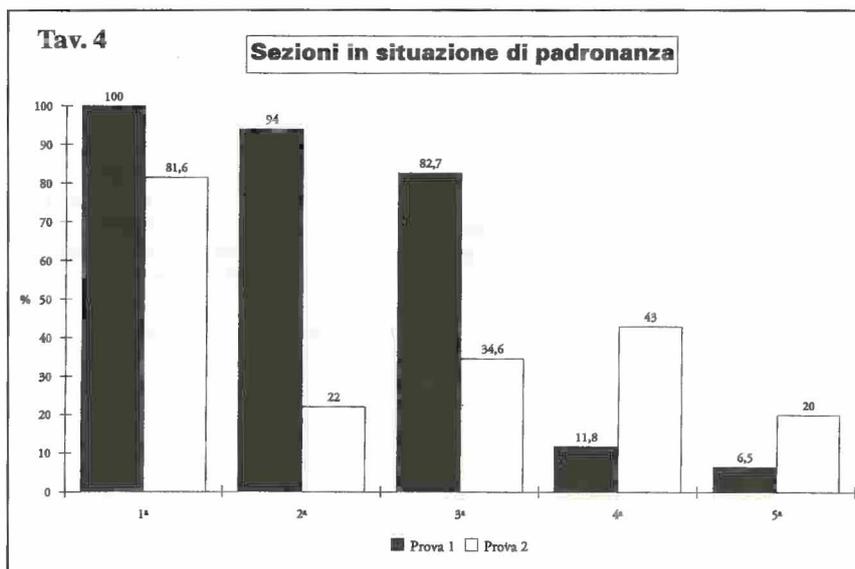
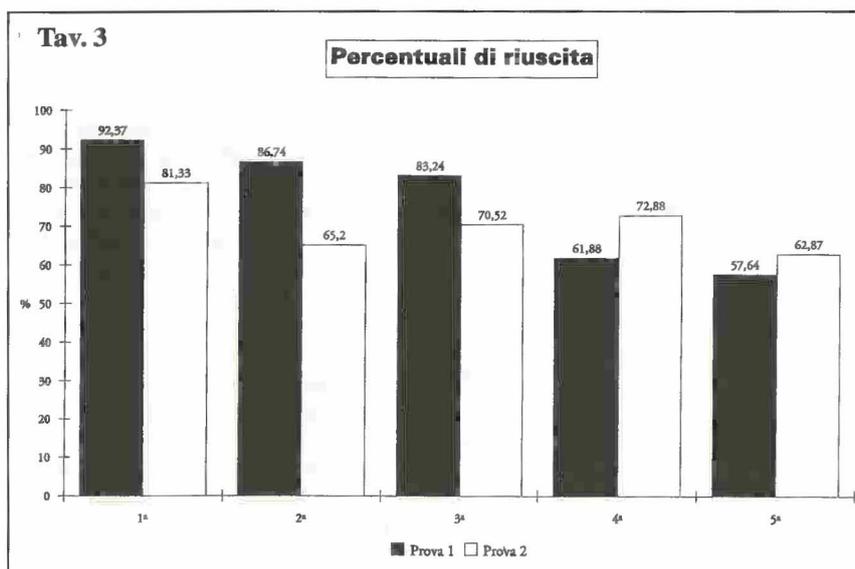
Come si può notare, le percentuali di riuscita di tutte le prove (fatta eccezione per la Prova 1 di 5^a) si sono portate oltre la soglia di padronanza.

Va inoltre segnalato che per alcune sezioni i miglioramenti sono risultati dell'ordine dei 30-38 punti percentuali.

Conclusioni

Le prove hanno messo in evidenza una progressiva diminuzione dei risultati dalla 1^a alla 5^a e un divario notevole di rendimento tra sezione e sezione pur appartenenti allo stesso grado di classe. Le ipotetiche cause di tale situazione potrebbero essere diverse e concomitanti:

- il differente grado di difficoltà delle prove stesse (anche se basate sul criterio uniformante degli obiettivi dell'anno precedente);



Tav. 5

Classe	Calcoli	Calcoli esatti	Calcoli sbagliati	Calcoli omessi
1 ^a	3+6	87.5%	9.3%	3.1%
	2+7	88.1%	8.7%	3.3%
	9-7	75.7%	19.7%	4.6%
	3-3	73.2%	18.4%	8.5%
2 ^a	6+11	88.1%	9.5%	2.4%
	6+7	85.7%	8.7%	5.6%
	18-12	62.0%	25.9%	12.1%
	16-9	66.2%	22.4%	11.4%
3 ^a	74+17	84.8%	8.4%	6.9%
	57+6	88.6%	7.4%	4.0%
	63-27	52.7%	28.5%	18.8%
	50-26	63.6%	22.9%	13.5%
4 ^a	580+190	50.5%	30.2%	19.3%
	920-520	66.9%	12.0%	21.2%
	5x19	49.3%	18.9%	31.7%
	120x8	34.1%	24.5%	41.4%
5 ^a	600:8	7.2%	17.3%	75.5%
	525:5	23.7%	19.0%	57.4%
	81:4	23.4%	43.5%	33.1%
	16.5:5	19.2%	40.9%	39.9%

Tav. 6

Percentuali generali di riuscita						
	Prova 1			Prova 2		
	Marzo	Maggio	Incremento	Marzo	Maggio	Incremento
1 ^a	92.7	95.9	+3.2	78.3	90.6	+12.3
2 ^a	88.8	95.0	+6.2	66.3	86.5	+20.2
3 ^a	81.4	89.7	+8.3	68.5	78.2	+9.7
4 ^a	61.4	75.6	+14.2	71.6	82.2	+10.6
5 ^a	58.8	72.4	+13.6	63.8	78.7	+14.9

- l'accumulo delle difficoltà di calcolo da classe a classe (estensione del campo numerico, introduzione dei decimali,...);
- una diversa considerazione e una differente interpretazione, da parte dei docenti, degli obiettivi da raggiungere nell'ambito del calcolo mentale (così come una diversa programmazione nel tempo delle attività);
- il progressivo calo d'attenzione degli insegnanti verso il calcolo mentale in generale, passando dalle prime classi del ciclo elementare a quelle successive;
- l'idea che il calcolo mentale si esaurisce con la padronanza delle tavole entro il 100 e che le altre strategie si acquisiscono spontaneamente;
- la mancata ideazione di un itinerario didattico strutturato che contempli, con la necessaria gradualità, tutte le strategie di calcolo esplicitamente citate dai Programmi;

- la mancanza di rigore e di sistematicità nelle esercitazioni;
- la limitata frequenza delle stesse, soprattutto nel secondo ciclo.

La comunicazione immediata dei risultati - ma forse già il fatto di aver proposto simili prove - ha avuto l'effetto di una sensibilizzazione sull'importanza del calcolo mentale e sui problemi connessi con la corretta pratica di tali attività. Tutto ciò ha prodotto negli insegnanti dapprima una presa di coscienza degli obiettivi fissati dai Programmi e dello stato generale della propria classe (vedi carenze evidenziate dalle prove), in seguito la consapevolezza della necessità di attività di rimediazione e di consolidamento che hanno investito anche quelle particolari strategie che non erano state trattate e approfondite in precedenza e che erano quindi alla base degli insuccessi riscontrati. I risultati sono stati immediati, come documentano gli incrementi di riuscita registrati nelle prove di fine

anno scolastico, nonostante il breve lasso di tempo intercorso tra le due somministrazioni (circa due mesi).

Come indicato in un documento interno di lavoro del Collegio degli Ispettori⁴⁾ in occasione delle prove di fine ciclo 1990/91, l'acquisizione delle competenze connesse con il calcolo mentale richiede «un lavoro che rispetti i principi della frequenza, della regolarità, della sistematicità e della varietà:

- **frequenza**, perchè solo la frequenza nelle attività di calcolo stimola a ricercare strategie sempre più efficaci e sviluppa la padronanza delle tecniche;
- **regolarità**, perchè una regolare e ponderata distribuzione delle attività di calcolo sull'arco della settimana permette all'allievo di trarre profitto dai risultati ottenuti, di acquisire sicurezza e fiducia, di evitare problemi di affaticamento;
- **sistematicità**, nella proposta di un itinerario di lavoro organico, perchè solo attività chiaramente strutturate e finalizzate permettono all'allievo di consolidare le proprie acquisizioni, di scoprire regole e regolarità, di impadronirsi delle strategie di risoluzione e delle strutture soggiacenti, di acquisire modalità di approccio al calcolo; in particolare non passare ad esercizi finalizzati all'acquisizione di automatismi prima di aver verificato un'effettiva comprensione (l'automatismo non deve infatti sostituire la comprensione);
- **varietà**, per evitare una rigidità mentale e l'applicazione di procedure di risoluzione stereotipate, ma anche per mantenere viva la motivazione».

E. Arigoni / A. Tomasini / R. Vicari
(per il gruppo dei direttori didattici)

Note

¹⁾ Il gruppo era formato dai direttori didattici: Enrico Arigoni, Kurt Buser, Pietro De Vittori, Alfonso Foglia, Michele Giovannari, Fabrizio Quadranti, Adolfo Tomasini, Flavio Varisco e Raffaele Vicari.

²⁾ CDD (Conferenza direttori didattici di scuola elementare del Ticino), Il calcolo mentale - Prove di verifica, Marzo-Aprile 1993

³⁾ Si è ritenuta l'esecuzione corretta del 75% dei calcoli proposti quale misura che indica il raggiungimento di una buona competenza nel calcolo mentale (soglia di padronanza).

⁴⁾ GRAP (Gruppo riflessione applicazione programmi), Il calcolo mentale - Documento di lavoro per il CISE, Aprile 1991.