

## Oltre il compasso: la geometria delle curve

Nella sala di Castelgrande, a Bellinzona, è aperta al pubblico fino al 19 novembre 1995 la mostra matematica «Oltre il compasso», allestita dalla Scuola Normale Superiore di Pisa per conto dei curatori professori Enrico Giusti e Franco Conti, giunta in Ticino grazie alla disponibilità della Divisione Scuola del Dipartimento dell'Istruzione e della Cultura, al contributo della Banca dello Stato e dell'Assicurazione Mobiliare Svizzera, Agenzia Generale di Bellinzona. La Divisione Scuola, il Laboratorio di Didattica della Matematica e il Centro Didattico Cantonale hanno assicurato l'appoggio scientifico, tecnico e organizzativo.

«Oltre il compasso» è una mostra in-

terattiva, più precisamente un itinerario che conduce lo spettatore nel mondo delle curve geometriche offrendogli, ad ogni stand, la possibilità di toccare con mano e di sperimentare alcune fra le più spettacolari creazioni dell'uomo in questo campo. Che cosa vuol significare il titolo? Come tutti sanno, è facile disegnare con precisione una circonferenza: basta disporre di un compasso, anche rudimentale, per esempio una cordicella avente un capo fissato su un piano e all'altro capo una punta tracciante. Ma, per disegnare un'ellisse, un'iperbole, una parabola, una cicloide, ecc. esistono strumenti altrettanto semplici?

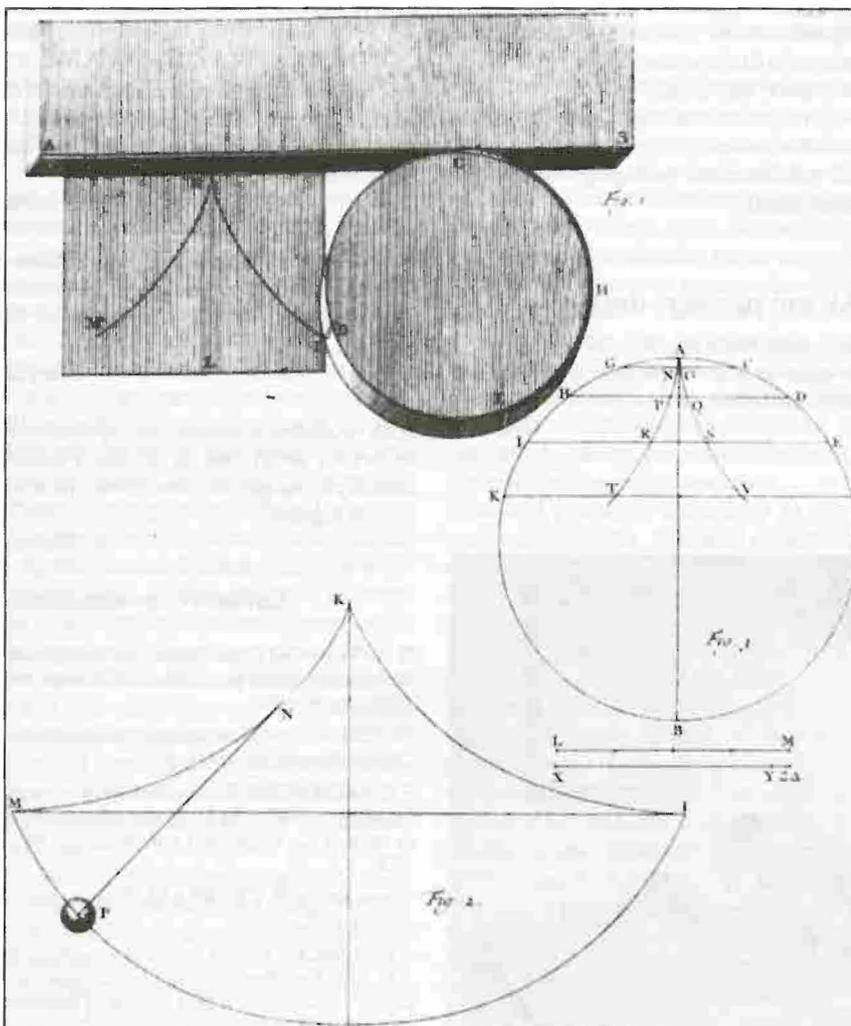
E ancora: tutti sanno che l'uomo ha

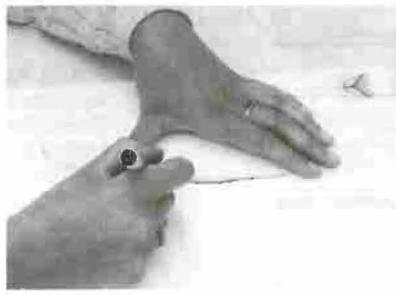
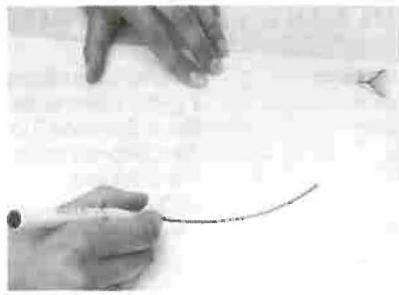
trovato molto presto il modo per ottenere oggetti rotondi: i vasai etruschi usavano già un tornio non dissimile da quelli moderni per modellare i loro vasi. Ma, gli stessi etruschi, sarebbero stati in grado di disegnare un segmento di retta? Pensate che si possa usare una cordicella tesa e fissata ai due capi? Nossignori: basta provare per rendersi conto che l'operazione non riesce per niente. Eppure oggi anche un allievo della scuola primaria riesce facilmente a disegnare un tratto rettilineo mediante una riga e una matita. Si può però obiettare che è facile disegnare un tratto rettilineo... solo se si possiede già un tratto rettilineo, cioè lo spigolo della riga (è come se si disegnasse una circonferenza, non col compasso, ma facendo scorrere la matita lungo il bordo di un disco). Già, ma lo spigolo della riga che si sta usando, com'è stato ottenuto? Sicuramente usando un'altra riga, la quale, a sua volta è stata realizzata usando un'altra riga ancora, e così via. Come avrà fatto, allora, colui che disegnò la prima riga? La rettificatrice, cioè la macchina che si usa per ottenere profili rettilinei deve avere «in proprio» una retta o un piano di riferimento il più possibile precisi. E questo viene ottenuto per approssimazioni successive usando per esempio la pialla, strumento del falegname apparso tardivamente nella storia.

Sembra incredibile, ma il problema consistente nel disegnare un tratto rettilineo ha severamente impegnato l'uomo, attraverso i secoli, e ha portato a mirabili realizzazioni tecniche. Nello stesso ordine di idee si inserisce il problema tecnico di trasformare un moto circolare in un moto rettilineo (problema risolto completamente da Peaucellier nel 1864) e le realizzazioni tecnologiche come il pantografo (per disegnare figure omotetiche), il meccanismo di Watt (applicato ancora oggi nelle sospensioni di vagoni ferroviari e di autocarri) o il meccanismo di Tchebycheff (sfruttato per guidare le lame di seghe per tagliare tronchi): tutte cose che la mostra fa conoscere al visitatore.

L'esposizione offre altri temi interessanti. Uno di questi è lo studio della riflessione di un raggio di luce o di un'onda sonora su superfici non piane, per esempio su un ellissoide di rotazione. L'ellisse, curva generatrice dell'ellissoide, ha la proprietà seguente: ogni raggio di luce che esce da uno dei fuochi e si riflette interna-

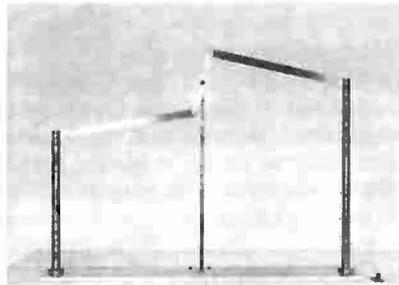
Uso dell'evolvente per la costruzione di un pendolo cicloidale.





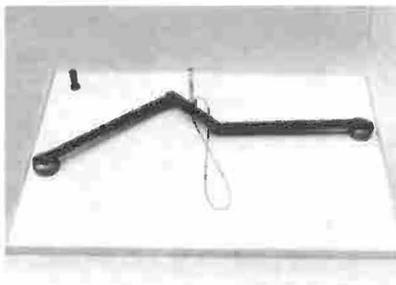
*Corda e pennarello*

Usando solamente uno spago, tracciare un buon arco di cerchio è facile, ma non altrettanto ottenere un accurato segmento di retta.



*Meccanismo di Watt (1784)*

Il punto centrale dell'asta più corta si muove approssimativamente in linea retta.



*Meccanismo di Watt completo*

Facendo compiere al meccanismo una rivoluzione completa, il punto centrale dell'asta più corta descrive una curva a forma di 8, un tratto della quale è sensibilmente rettilineo.

mente sulla curva passa per l'altro fuoco. Questo semplice principio può essere sfruttato anche per ottenere effetti «magici»: se un raggio di luce diretto verso un fuoco dell'ellisse viene riflesso esternamente sembrerà provenire dall'altro fuoco. E ancora: in una camera con la volta a forma di ellissoide di rotazione, se una persona parla stando in un fuoco a un ascoltatore situato nell'altro fuoco, costui riceve le onde sonore riflesse da tutti i punti della volta e udirà anche suoni molto deboli.

Un altro tema affascinante è quello delle curve geodetiche, cioè quelle curve che, su una data superficie rappresentano il percorso più breve fra due punti. Per esempio è risaputo che la geodetica del piano è la retta; i navigatori sanno che la geodetica della superficie sferica è la circonferenza massima.

Di solito si pensa che la geodetica corrisponda automaticamente alla *brachistocrona* cioè alla traiettoria che un punto mobile percorre nel minor tempo possibile tra due dati punti: non è sempre vero e il visitatore potrà rendersene conto... di persona. E che dire del problema della misurazione di un tratto di costa? Se ricavia-

mo tale misura da una carta geografica usando un passo corrispondente a 5 km, otteniamo una certa lunghezza; con un passo di 1 km, troviamo una lunghezza più grande e più vicina a quella reale; con un passo di 100 m troviamo un valore ancor più grande e ancor più vicino alla lunghezza reale. Ma che dire, se via via che accorciamo il passo la lunghezza ottenuta diventa sempre più grande, superando ogni limite? Qui entriamo nell'affascinante mondo dei frattali e il percorso storico giunge ai nostri giorni.

«Oltre il compasso» vuole dunque significare rassegna degli sforzi compiuti dall'uomo, dei metodi matematici ideati e delle ingegnose realizzazioni tecniche prodotte attraverso i secoli, nel tentativo di dare risposte semplici e molto spesso geniali ai problemi che man mano si presentavano. La mostra ha uno spiccato carattere didattico. I curatori hanno fatto il possibile per riuscire a interessare, affascinare, stupire e coinvolgere il visitatore, chiunque sia, permettendogli altresì di apprendere qualche cosa di importante. Qui, in fondo, sta il segreto del grande successo che ha riscosso in tutta Italia questa creazione dei colleghi della Scuola Normale

di Pisa. Chi ha già avuto l'occasione di visitare la mostra avrà sicuramente verificato come il coinvolgimento del visitatore si manifesti subito, già al primo stand, che si tratti di un bambino della scuola elementare, di un adolescente della scuola media o di uno studente delle superiori, oppure di un adulto operaio, impiegato, professionista, ecc.

Ma è doveroso aggiungere che la visita difficilmente si esaurisce nel lasso di tempo trascorso fra gli stand della sala di Castelgrande. Gli stimoli che se ne ricavano sono tali da prolungare la riflessione anche dopo. Così, immagino, le classi che visitano la mostra con il proprio insegnante di matematica, tornano a scuola con nuovi spunti per interessanti lezioni, per appassionanti ricerche, per nutrite discussioni. I giovani che si recano a visitare la mostra con i propri genitori (la mostra è aperta anche il sabato tutto il giorno e la domenica pomeriggio) tornano sicuramente a casa con la voglia di conoscere di più, di ricercare, di porsi nuovi interrogativi; chissà quante discussioni nasceranno in famiglia...

La mostra è aperta a tutti ed è per tutti: giovani e anziani, cultori della matematica e no. La consiglio particolarmente a chi, per motivi vari, ha avuto brutte esperienze con la matematica, a chi considera che la matematica serve solo... ai professori di matematica, a chi, almeno una volta nella vita, ha ceduto alla tentazione di dichiarare pubblicamente di non aver mai capito niente di matematica e, malgrado ciò, di essersi fatto una posizione; perché queste persone possano rendersi conto che la matematica, forse, è ben diversa da quello che avevano in mente: se vissuta bene è un'affascinante avventura del pensiero umano.

**Gianfranco Arrigo**

In margine alla mostra si terrà, presso la Sala del Consiglio Comunale di Bellinzona (ore 17.30), un ciclo di conferenze:

- 19 ottobre - Mario Barra, *Fiori matematici e cartografia*
- 25 ottobre - Angelo Pescarini, *Ruolo dell'intuizione matematica nella ricerca e nella didattica*
- 27 ottobre - Bruno D'Amore, *Arte, natura e... con la geometria*
- 9 novembre - Sergio Albeverio, *Caso, caos e matematica*
- 16 novembre - Aloysio Janner, *Il fascino segreto della geometria dei numeri interi*