



Gioco e matematica: un connubio per la mente

Ennio Peres, giocolo e matematico

Silvia Sbaragli, Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI

L'accostamento tra *gioco* e *matematica* potrebbe apparire a un primo sguardo superficiale e irriverente, per il diffuso atteggiamento di spensieratezza che circonda il primo e per l'austerità che comunemente viene associata alla seconda. In realtà, il gioco può offrire diversi validi stimoli per favorire un più dolce approccio all'apprendimento della matematica, essendo sorprendentemente numerosi gli aspetti ludici connaturati a questa disciplina, spesso considerata ingiustamente arida e poco creativa.

Le condizioni del gioco

Nel linguaggio corrente, al termine 'gioco' vengono normalmente attribuiti vari significati, alcuni dei quali sensibilmente diversi tra loro. Nell'accezione di 'piacevole occupazione umana', una definizione di 'gioco' piuttosto significativa e che compare all'inizio della relativa voce nel dizionario Treccani, è la seguente: "Qualsiasi attività liberamente scelta a cui si dedichino, singolarmente o in gruppo, bambini o adulti senza altri fini immediati che la ricreazione e lo svago, sviluppando ed esercitando nello stesso tempo capacità fisiche, manuali e intellettive"¹. Questa definizione mette in risalto le valenze positive del gioco, sottolineando come anche un'occupazione piacevole di questo genere possa consentire di rafforzare e di affinare le potenzialità del corpo e della mente. Inoltre, tale definizione sottolinea le due condizioni basilari che permettono di distinguere il gioco da altre attività umane, come lo studio e il lavoro: *la libera scelta* (possiamo stabilire autonomamente quando iniziare e quando interrompere un gioco); *la finalità di puro divertimento* (ci mettiamo a giocare con l'obiettivo principale di trascorrere un po' di tempo in modo piacevole). Un'attività di gioco non è dunque individuata dal tipo di azioni che compiamo, ma dalle condizioni sotto le quali le svolgiamo. Da queste considerazioni emerge come anche lo studio e il lavoro potrebbero apparirci meno impegnativi se solo riuscissimo ad affrontarli come un gioco; in fondo, un poco provocatoriamente, potremmo affermare che la differenza tra queste occupazioni dipende solo dallo spirito con cui le viviamo.

Didattica giocosa

Sono numerosi e provenienti da vari campi del sapere gli illustri personaggi che, in diversi momenti storici, hanno messo in evidenza la valenza formativa e l'importanza che potrebbe avere il gioco in ambito didattico, a qualsiasi livello scolastico.

Già Platone, circa 2'400 anni fa, sosteneva: "Nessuna disciplina imposta a forza può rimanere durevole nell'anima [...]. Quindi [...] non educare i fanciulli nelle varie discipline ricorrendo alla forza, ma per gioco, affinché tu possa anche meglio osservare quale sia la naturale disposizione di ciascuno" (*La Repubblica*, VII, 536-537). Una convinzione analoga era nutrita anche da Leonardo Fibonacci (1170-1242), il più importante matematico europeo del Medioevo. Nel suo famoso *Liber Abaci* (1202), un ampio trattato di matematica commerciale, inserì un intero capitolo dedicato a problemi di carattere ricreativo, denominato scherzosamente *Questioni erranti* (cioè, *vagabonde*, senza concrete applicazioni immediate). Fibonacci giustificò la propria scelta con il bisogno che ha lo spirito umano di staccarsi ogni tanto dai problemi legati alla vita quotidiana, mantenendo però il piacere di tenere allenata la mente, continuando a esercitare la creatività.

Questa scelta di inserire nei testi scolastici, oltre agli abituali esercizi di applicazione, anche giochi matematici, ha origini antichissime, ed è già presente nel primo documento matematico di cui abbiamo conoscenza: il *Papiro egizio di Rhind* (circa 1650 a. C.), attualmente conservato al British Museum. Questa tradizione venne conservata per millenni, ma poi, per motivi non chiari, lentamente tramontò, nonostante le accurate raccomandazioni di autorevoli personaggi.

Furono infatti numerosi gli illustri matematici che, oltre ad ottenere brillanti risultati scientifici, si occuparono anche di giochi. La prima grande raccolta di giochi matematici e problemi dilettevoli di cui si abbia notizia si trova nel *De viribus quantitatis*, testo del matematico Luca Pacioli, redatto tra il 1496 e il 1508. Di questo prezioso volume, ritrovato solo nell'Ottocento, esiste un'unica copia, conservata nella Biblioteca Universitaria di Bologna². La sua prima traduzione (in inglese) è stata pubblicata nel 2007, circa cinque secoli dopo la sua stesura.

In tempi piuttosto recenti, il matematico Giuseppe Peano (1858-1932) scrisse il testo *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, dichiarandone in modo esplicito la finalità didattica: "In tutti i tempi, e presso tutti i popoli, si insegnavano dei giochi per rendere dilettevole e meno noiosa l'aritmetica. Saggiamente questi giochi si trovano nei nuovi programmi delle scuole elementari. Credo far cosa utile agli insegnanti col pubblicarne alcuni".

Note

¹ www.treccani.it/vocabolario/gioco.

² Il manoscritto originale può essere consultato integralmente collegandosi al sito www.uriland.it, curato da Dario Uri, uno dei più grandi esperti a livello mondiale di giochi matematici.



Elisa Figini
2° anno di grafica – CSIA

Anche il matematico e pedagogista Lucio Lombardo Radice (1916-1982) fu un convinto assertore della valenza del gioco come strumento di motivazione allo studio della matematica. In un suo libro di giochi creativi, dal titolo *Il giocattolo più grande* (ovvero il cervello), inserì un appassionato *Elogio del gioco*, nel quale, tra l'altro, chiedeva: “Domanda (molto seria, vi prego di credere, cari colleghi insegnanti): ma perché per controllare quello che i vostri allievi hanno imparato, non fate in classe una palestra di giochi in-

telligenti, invece di interrogare?”. Egli riteneva che la didattica della matematica dovesse porsi l'obiettivo primario di insegnare a saper costruire dei modelli astratti della realtà, e non di esercitare un'abilità di calcolo fine a sé stessa. Molto spesso, la difficoltà di un problema, infatti, non risiede nella complessità delle operazioni da eseguire, ma nella fase di impostazione del ragionamento risolutivo.

Concludiamo questa rassegna con una citazione del grande esperto di *matematica ricreativa* Martin

Gardner (1914-2010), che affermò: “Mi è sempre sembrato che il modo migliore per rendere interessante la matematica agli studenti e ai profani sia quello di accostarvisi con uno spirito giocoso. Sta di fatto che il miglior modo di tener sveglio uno studente è presentargli giochi matematici interessanti, enigmi, trucchi, battute, paradossi... o una qualsiasi delle centinaia di cose che molti insegnanti tendono a evitare perché paiono loro frivole [...] Nessuno dice che un insegnante non debba fare altro che divertire i propri studenti. Deve esserci un interscambio tra serietà e divertimento: quest’ultimo tiene desto l’interesse, mentre la serietà giustifica il divertimento”. Con l’espressione *matematica ricreativa* si denomina quindi un vasto insieme di questioni logico-matematiche che vengono affrontate per puro piacere personale e non per la necessità di approfondire degli argomenti scolastici o di risolvere dei casi concreti. I giochi rientranti in questa materia assumono diverse forme, ad esempio enigmi dilettevoli, puzzle topologici, rompicapi logici, paradossi probabilistici, giochi di strategia, costruzioni geometriche, illusioni ottiche, giochi di magia, e coinvolgono molte branche della matematica: aritmetica, algebra, analisi, geometria, logica, topologia, calcolo combinatorio, calcolo delle probabilità, ricerca operativa, ecc. La pratica della *matematica ricreativa*, quindi, consente di acquisire e affinare la capacità di affrontare problemi di varia natura e di impianto non consueto in maniera piacevole e coinvolgente.

Come ragioniamo

Partendo da queste premesse, sostenute da illustri personaggi, ribadiamo l’importanza di proporre in classe giochi matematici che possano risultare stimolanti e piacevoli per gli studenti e che, allo stesso tempo, possano diventare una vera ‘palestra’ per la mente.

Per quanto concerne quest’ultimo aspetto, va ricordato che una dote fondamentale della nostra mente è, indubbiamente, la capacità di svolgere un ragionamento logico, ovvero di elaborare una successione di pensieri, stabilendo rapporti e legami tra vari concetti, nell’intento di arrivare a delle conclusioni. Questa facoltà risulta di fondamentale importanza ogni volta che ci troviamo a dover *capire qualcosa*, in qualsiasi tipo di contesto: personale, sociale, lavorativo, relazionale, ludico, artistico, culturale, ecc.

È interessante sapere che, nonostante i livelli di complessità e di profondità a cui può arrivare il pensiero

umano, gli elementi basilari di un ragionamento logico sono solo tre, ovvero:

- *premessa* (una determinata situazione iniziale);
- *regola* (una particolare legge, presa in considerazione);
- *esito* (il risultato a cui si arriva, applicando la legge in questione alla situazione iniziale).

Per analizzare in maniera più concreta questi tipi di logica, da collegare in seguito a enigmi matematici, stabiliamo i seguenti enunciati a titolo di esempio:

- *premessa*: una mela si è staccata dall’albero;
- *regola*: una mela che si stacca da un albero cade verticalmente ai piedi di quell’albero;
- *esito*: una mela si trova ai piedi dell’albero.

Sono tre anche i diversi modi di ragionare che si realizzano quando si conoscono due elementi di base di un ragionamento logico e si desidera ottenere il terzo. In particolare, il ragionamento viene detto:

- *deduttivo*, quando si conoscono la premessa e la regola e si intende ricavare l’esito;

•	Premessa
•	Regola
→	Esito

- *induttivo*, quando si conoscono la premessa e l’esito e si intende risalire alla regola;

•	Premessa
•	Esito
→	Regola

- *abduttivo*, quando si conoscono la regola e l’esito e si intende ricostruire la premessa.

•	Regola
•	Esito
→	Premessa

Per loro natura, i tradizionali esercizi di matematica che vengono assegnati in classe richiedono essenzialmente una logica deduttiva³, ma è possibile assegnarne altri che incentivano ragionamenti di tipo induttivo o abduttivo, utili per trovare soluzioni più efficaci, rapide e originali in diversi contesti.

Nota

3

Va considerato che esistono diversi tipi di enigmi basati sul ragionamento deduttivo che potrebbero ampliare, in modo creativo, l’applicazione di esercizi di routine che tradizionalmente vengono assegnati in classe.

Nel prossimo paragrafo presentiamo i tre tipi di ragionamento, riportando per ciascuno un esempio di *enigma logico*; ossia un enigma la cui risoluzione richiede l'impostazione di un ragionamento coerente, senza necessitare di conoscenze matematiche approfondite. Paradossalmente, gli enigmi logici risultano spesso più difficili di quelli matematici, perché devono essere risolti in maniera autonoma, senza poter ricorrere all'applicazione di metodi sistematici, come l'impostazione di operazioni o equazioni o l'applicazione di teoremi. Questi enigmi, assai distanti dalle prassi scolastiche, permettono di sviluppare e mobilitare competenze utili per la vita, che non sempre vengono considerate e valorizzate in ambito didattico. Va anche ricordato che è tramite proposte motivanti divergenti che è possibile coinvolgere studenti che potrebbero altrimenti rimanere un po' nell'ombra.

Logica deduttiva

Il ragionamento deduttivo (o *deduzione*) è il più antico tipo di logica individuato e analizzato dall'uomo. Fu Aristotele, nel IV secolo a. C., a identificare tale ragionamento con il *sillogismo*, ovvero con un tipo di ragionamento formale tramite il quale, date due proposizioni, ne segue necessariamente una terza. Si può affermare, quindi, che il procedimento di deduzione consenta di derivare il particolare dall'universale.

Partendo dagli enunciati precedenti, eseguiamo un *ragionamento deduttivo*:

sapendo che

- una mela si è staccata dall'albero (*premessa*);
- una mela che si stacca da un albero cade verticalmente ai piedi di quell'albero (*regola*);

deduciamo che

- una mela si trova ai piedi dell'albero (*esito*); stiamo qui parlando della stessa mela della premessa.

Questo tipo di logica è tipico di chi, come un ragioniere o un ingegnere, partendo da un insieme di dati assegnati, vuole sapere quali risultati si ottengono, applicando delle leggi conosciute. La risposta che si ricava applicando questa logica è sempre esatta, se tutte le operazioni previste sono state svolte correttamente. In generale, però, il ragionamento deduttivo può essere applicato in maniera rigorosa solo in ambienti astratti, retti da sistemi di regole formali. Nel mondo reale, è difficile effettuare delle deduzioni totalmente sicure, perché le situazioni concrete coincidono raramente con modelli ideali.

Gli enigmi basati essenzialmente su ragionamenti di tipo deduttivo vengono allora tradizionalmente confezionati intrecciando alcune relazioni lineari, in modo da inibire una loro interpretazione immediata (altrimenti sarebbero troppo banali). A volte, basta sovrapporre anche solo un paio di situazioni per confondere il solutore, come nel seguente esempio.

Mentre sta indicando il ritratto di un uomo, il signor Rossi dichiara: "Io sono figlio unico, ma il padre di quest'uomo è figlio di mio padre". Chi è la persona raffigurata nel ritratto?

La risoluzione di questo enigma richiede solo l'applicazione di due ragionamenti deduttivi piuttosto elementari; è difficile, però, riuscire a elaborarli correttamente, senza perdere l'orientamento. In particolare, i semplici passi logici da eseguire sono i seguenti:

- siccome il signor Rossi è figlio unico, l'affermazione: "è figlio di mio padre" equivale a: "sono io"; la sua dichiarazione, quindi, va interpretata come: "il padre di quest'uomo sono io";
- se il signor Rossi afferma: "il padre di quest'uomo sono io", l'uomo raffigurato nel ritratto è suo figlio.

Per risolvere questo tipo di enigmi, è necessario riuscire a dipanare l'involuppo di relazioni fornite dall'enunciato. Il modo più funzionale di procedere consiste nel cercare di dedurre, innanzi tutto, le informazioni certe che possono ricavarsi direttamente dal testo del problema e poi verificare se, alla luce di queste, è possibile desumerne altre.

Logica induttiva

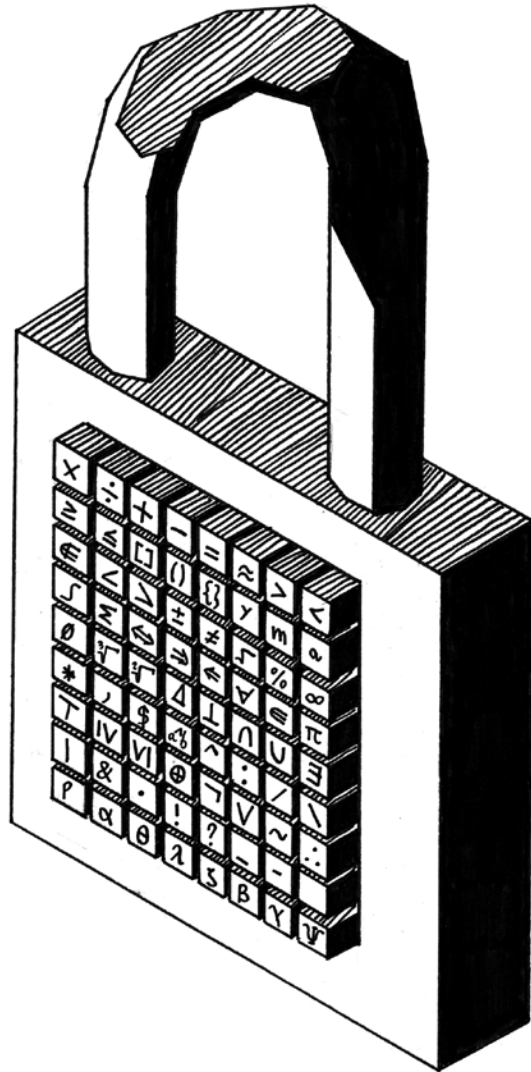
A differenza del ragionamento deduttivo, nel ragionamento induttivo non si applicano delle regole, ma si cerca di scoprirle. Si può affermare, quindi, che il procedimento di induzione consenta di derivare leggi generali da casi particolari. In relazione agli enunciati utilizzati nell'esempio precedente, eseguiamo un *ragionamento induttivo* (o *induzione*):

sapendo che

- una mela si è staccata dall'albero (*premessa*);
- una mela si trova ai piedi dell'albero (*esito*); si tratta della stessa mela della premessa;

ipotizziamo che

- una mela che si stacca da un albero cade verticalmente ai piedi di quell'albero (*regola*).



Lia Pythoud
2° anno di grafica – CSIA

Questo genere di logica è tipico di chi, come uno scienziato, vuole risalire a una legge naturale osservando quale risultato è stato ottenuto a partire da una determinata situazione iniziale. In particolare, osservando come le mele mature cadono dagli alberi, si può arguire che non è consigliabile sostare sotto i meli, nel periodo di maturazione dei loro frutti. Il celebre aneddoto racconta che, partendo dalla stessa osservazione e ricorrendo alla logica induttiva, lo scienziato inglese Isaac Newton riuscì a elaborare nel XVII secolo la teoria della gravitazione universale.

È importante sottolineare che l'esito di una deduzione è sempre scontato, in quanto deriva semplicemente dall'esplicitazione di ciò che era già implicito nell'impostazione iniziale, mentre l'esito a cui porta il ragio-

namento induttivo non può essere considerato valido in assoluto. Per avallare un'ipotesi ricavata mediante questo tipo di logica, è indispensabile verificarla più volte, sottoponendola a riscontri di tipo deduttivo.

Gli enigmi basati essenzialmente su ragionamenti di tipo induttivo richiedono, in genere, di individuare una legge, rispettata da tutti gli elementi di un determinato insieme. Data la natura del ragionamento induttivo, però, questa categoria di quesiti non ammette sempre un'unica soluzione plausibile. Consideriamo, ad esempio, il seguente enigma.

Adesso cercate di fingervi geniali determinando la lettera con cui deve proseguire logicamente la seguente successione:

A – C – D – F – G – ...

Si può giungere a una prima soluzione accettabile osservando che le lettere presentate possono ricavarsi dalla normale sequenza dell'alfabeto italiano, partendo dalla 'A' e avanzando, alternativamente, una volta di due posizioni, e una volta di una sola posizione. Sulla base di questa regola, la successione dovrebbe proseguire con la lettera 'I' (due posizioni dopo la 'G'). Un'altra soluzione, però, più originale della precedente, si può ricavare notando che le stesse lettere coincidono con le iniziali delle prime cinque parole dell'enunciato del problema: *A(desso) C(ercate) D(i) F(ingervi) G(eniali)*. In base a quest'altra impostazione, la successione dovrebbe proseguire con la lettera 'D', iniziale della parola successiva: *D(eterminando)*. Per questi motivi, quando si affrontano degli enigmi di logica induttiva, bisogna cercare di individuare una soluzione che appaia più convincente di altre potenzialmente ottenibili.

Logica abduttiva

Il concetto di abduzione è stato introdotto per la prima volta da Aristotele, ma è stato rivalutato solo verso la fine dell'Ottocento dal filosofo statunitense Charles Sanders Peirce. Per più di due millenni, questo tipo di logica non è stato oggetto di studi specifici, essendo stato considerato erroneamente un caso particolare dell'induzione. In relazione agli enunciati dei due esempi precedenti, eseguiamo un *ragionamento abduttivo* (o *abduzione*): sapendo che

- una mela che si stacca da un albero cade verticalmente ai piedi di quell'albero (*regola*);
 - una mela si trova ai piedi dell'albero (*esito*);
- presupponiamo che
- una mela si è staccata dall'albero (*premessa*).

Nelle applicazioni pratiche, l'abduzione può essere interpretata come una sorta di indagine tesa a risalire alle cause che hanno generato un particolare effetto. Per questo motivo, questa è la forma di logica tipica sia del medico che cerca di individuare una malattia analizzando i sintomi che questa ha generato, sia dell'investigatore che cerca di ricavare elementi utili a scoprire il responsabile di un delitto, analizzando le tracce che questo ha lasciato. L'abduzione è la forma di logica che ci capita di utilizzare più spesso nella vita di tutti i giorni, spesso inconsapevolmente, ma è anche soggetta a rischio di errore. La conclusione a cui porta, però, come nel caso dell'induzione, non è mai valida in assoluto, ma solo in termini di probabilità; di conseguenza, è opportuno che venga sempre confermata per via empirica, eventualmente prendendo in considerazione altre potenziali regole.

Nel caso specifico, una mela che si trova ai piedi di un albero potrebbe non essere caduta da quell'albero, ma essere stata portata lì da qualcuno.

Secondo Charles Sanders Peirce, l'abduzione è la sola forma di ragionamento in grado di accrescere il nostro sapere. In effetti, tra i tre tipi di logica, è l'unico che consenta di ricostruire una determinata *premessa* (gli altri due, invece, la considerano già nota). Questo tipo di attività mentale è essenziale per riuscire a conoscere il mondo che ci circonda. Se, per assurdo, ci limitassimo a utilizzare solo una logica deduttiva, non avremmo modo di riuscire nello stesso intento. La deduzione, infatti, è in grado di dimostrare la verità di un'affermazione, ma non produce nuova reale conoscenza. Ogni verità dimostrata in maniera deduttiva, infatti, era già implicita nella situazione iniziale. Tramite l'abduzione, invece, abbiamo la possibilità di ricavare nuove verità (o presunte tali) da una serie di verità (o presunte tali) già note.

Riusciamo a svolgere con profitto un ragionamento abduittivo solo se non esistono altre premesse che spieghino altrettanto bene i fatti osservati e se quella da noi scelta riceve tali e tante conferme, da poter essere considerata valida, con una probabilità vicina a una ragionevole certezza.

È opportuno, quindi, non radicarsi mai nelle proprie opinioni in maniera preconcetta, ma avere sempre una mentalità aperta ad altre possibili spiegazioni.

Quante volte ci capita di esprimere un giudizio drastico sul carattere di una persona, partendo dall'osservazione di alcuni suoi atteggiamenti esteriori? E quante volte siamo convinti di aver individuato la causa di un determinato evento, attribuendo particolari significati ad alcuni piccoli indizi? Sono potenzialmente molte le opportunità interessanti per dare corpo a supposizioni infondate e mai verificate che rischiamo di perdere nella vita quotidiana.

Ritornando agli enigmi, quelli fondati sulla logica abduittiva richiedono, in genere, di ricostruire una particolare situazione iniziale, del tutto plausibile, ma non dichiarata esplicitamente nell'enunciato. Data la natura del ragionamento logico richiesto, è molto probabile che un enigma abduittivo ammetta più di una soluzione accettabile. Nel processo di soluzione di questo genere di giochi, quindi, è importante leggere con attenzione le parole dell'enunciato, in modo da poter scartare eventuali interpretazioni alternative, non corrette. A titolo di esempio, analizziamo il seguente enigma.

Mentre sta viaggiando in auto, su una strada di montagna, il signor Guido Lauto fora una gomma. Si accinge prontamente a sostituire la relativa ruota, ma i quattro bulloni, che ha svitato, rotolano giù per una scarpata. Nonostante ciò, riesce a riprendere velocemente il viaggio, con la propria auto. Come ha fatto?

Una soluzione banale che può venire subito in mente è che il signor Lauto si sia messo a fare l'autostop. Però, il testo dell'enunciato specifica che: *“riesce a riprendere velocemente il viaggio, con la propria auto”*. Quindi, dobbiamo spremere un po' di più le nostre meningi. Solo in questo modo, possiamo arrivare a intuire che il signor Lauto, plausibilmente, ha tolto un bullone da ognuna delle altre tre ruote e bloccato quella da cambiare, con i tre così ricavati. Con tale pratico espediente è riuscito a fissare ognuna delle quattro ruote, abbastanza stabilmente, con soli tre bulloni.

L'importanza del gioco nella didattica

Da questi esempi è possibile comprendere quanto possa essere stimolante e arricchente per gli allievi e per i docenti proporre giochi di diversa natura, che consentano di sviluppare le diverse forme di ragiona-

mento utili per affrontare in modo creativo non solo i problemi scolastici, ma anche le diverse situazioni della vita. Per riuscire in questo ambizioso traguardo, occorre fornire agli studenti proposte ricche e diversificate, in un clima piacevole di apertura e di scambio reciproco, dove qualsiasi tentativo e punto di vista venga considerato, e dove l'errore trovi spazio come inevitabile momento di passaggio alla ricerca di una o più strade risolutive. Può apparire banale ribadirlo, ma l'idea di proporre stimoli diversificati è alla base di una buona didattica, soprattutto se si intende integrare al suo interno il gioco. Questi stimoli possono essere i più vari, ad esempio: enigmi, rompicapi e problemi con molteplici soluzioni o nessuna soluzione; oppure contesti in cui occorre essere molto divergenti e creativi per trovare soluzioni; o ancora situazioni in cui l'intuizione è in contrasto con la strada risolutiva. Tutti questi diversi stimoli *giocosi* permettono di aprire la mente dei giovani alla pluralità, all'inventiva e all'elasticità.

L'intento è quello di creare in classe quel clima piacevole e formativo che tanti illustri matematici auspicano da millenni, in cui trovano sì spazio l'applicazione e l'esercitazione delle conoscenze e delle abilità matematiche, ma dove vi sia ulteriore spazio per proposte più ampie, stimolanti e creative rivolte allo sviluppo di competenze matematiche e trasversali utili per la vita. Da questo punto di vista, sono tanti i diversi tipi di giochi che si possono rintracciare e proporre per i vari livelli scolastici; tra questi risultano particolarmente interessanti i giochi di *magia matematica*, che costituiscono il ramo più stimolante e coinvolgente della *matematica ricreativa* e per i quali si rimanda alla rubrica "Matematica magica" di Ennio Peres, presente sulla piattaforma www.matematicando.supsi.ch, curata dal Centro competenze didattiche della matematica del Dipartimento formazione e apprendimento di Locarno.

Bibliografia

Bersani, Riccardo; Peres, Ennio, *Matematica. Corso di sopravvivenza*, Milano, Ponte alle Grazie, 2010.

D'Amore, Bruno; Sbaragli, Silvia, *La matematica e la sua storia: dalle origini al Medioevo*, Bari, Dedalo, 2017.

D'Amore, Bruno; Sbaragli, Silvia, *La matematica e la sua storia: dal tramonto greco al Medioevo*, Bari, Dedalo, 2018.

D'Amore, Bruno; Sbaragli, Silvia, *La matematica e la sua storia: dal Rinascimento al XVIII secolo*, Bari, Dedalo, 2019.

D'Amore, Bruno; Sbaragli, Silvia, *La matematica e la sua storia. Dal XVIII al XXI secolo*, Bari, Dedalo, 2020.

Danesi, Marcel, *Labirinti, quadrati magici e paradossi logici*, Bari, Dedalo, 2005.

Gardner, Martin, *Circo matematico*, Firenze, Sansoni, 1981.

Gardner, Martin, *I misteri della magia matematica*, Firenze, Sansoni, 1985.

Geronimi, Nando, *Giochi matematici del Medioevo*, Milano, Bruno Mondadori, 2006.

Lombardo Radice, Lucio, *La Matematica da Pitagora a Newton*, Roma, Editori Riuniti, 1981.

Peano, Giuseppe, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia, 1925.

Peres, Ennio, *Un mondo di coincidenze*, Milano, Ponte alle Grazie, 2010.

Peres, Ennio, *Matematicaterapia*, Firenze, Salani, 2011.

Peres, Ennio; Serafini, Susanna, *L'elmo della mente. Manuale di magia matematica*, Milano, Salani, 2006.

Rubrica *Matematica magica* con uscite quindicinali sulla piattaforma: www.matematicando.supsi.ch/index.php/matematica-magica.