

Insegnamento della matematica

1. L'attività della commissione internazionale per l'insegnamento della matematica (ICME)

L'ICME è una società aperta a tutte le persone che si interessano di pedagogia della matematica: è perciò internazionale e vi si trovano rappresentati tutti gli stati, senza nessuna limitazione ideologica o politica.

Ogni quattro anni la società organizza il congresso che di regola ha come obiettivo principale la messa in evidenza delle diverse tendenze riscontrabili in tutto il mondo nel campo della pedagogia della matematica, allo scopo di individuare, se è possibile, le grandi convergenze e divergenze. I risultati di questi congressi costituiscono un modello da discutere e una traccia di lavoro per tutti.

Fra un congresso e l'altro l'attività si svolge nelle sottocommissioni che si riuniscono di regola per una settimana di studio ogni anno. Una di queste è la CIEAM, diretta dai professori Servais (Belgio), signora Krygowska (Polonia), signora Castelnovo (Italia) e presieduta dal dinamico prof. Gauvain (Canada/Québec).

Ho già avuto modo di partecipare ad alcune di queste settimane di studio e posso dire che esse sono una notevole fonte di ricchezza culturale. Sono soprattutto importanti per chi ha compiti di responsabilità nell'insegnamento della matematica e per chi sperimenta nuove soluzioni.

2. Il congresso di Karlsruhe (16-21 agosto '76)

L'ultimo congresso si era tenuto nel '72 a Exeter (GB). In quell'occasione fu messa in dubbio la validità della riforma nota sotto l'appellativo «matematica moderna». Come tutti sanno, questo movimento mondiale di riforma dei programmi e dei metodi d'insegnamento della matematica prese avvio dopo i simposi di Parigi - Royaumont e Zagabria - Dubrovnik (1959-60). Dopo poco più di un decennio di fervore riformatore si volle fare un bilancio dell'operazione e ad Exeter fece sensazione la conferenza del prof. Thom dal titolo «Matematica moderna: un errore pedagogico?»

Senza entrare nel merito di questo discorso, si deve riconoscere che l'intervento del prof. Thom ebbe risonanza mondiale e da allora si sentì parlare con maggior insistenza di fallimento della riforma, di perentori ritorni alla tradizione. Negli USA per esempio si formò un movimento nazionale denominato «ritorno alle basi», che si pose come obiettivo principale lo smantellamento della riforma.

Tali considerazioni potrebbero aiutarci a capire lo stato d'animo con il quale si è andati a Karlsruhe: l'aspettativa era grande.

Sebbene fosse difficile enunciare le conclusioni dopo un congresso così grande come questo (i partecipanti iscritti si aggiravano sulle tremila unità e l'attività si è

svolta in numerose sale disseminate nella vastissima area dell'università), posso dire che più nessuno a Karlsruhe ha messo in dubbio la validità della riforma «matematica moderna». Non si deve però credere di conseguenza che il problema dell'insegnamento della materia sia ormai risolto.

Anzi la riforma ci ha insegnato che la scuola non può più permettersi lunghe stasi (com'era successo prima di essa), ma deve continuare a ricercare e a sperimentare nuovi contenuti e nuovi metodi d'insegnamento sempre più vicini alle esigenze della società e alle reali capacità degli allievi.

3. Le conferenze principali

3.1 «The interaction between mathematics and society» (Matematica e società)

oratore: prof. Sir James Lighthill (GB)

L'obiettivo principale della conferenza è stato quello di mostrare come la matematica oggi sia importante anche per la soluzione di problemi tipici della società contemporanea e che fino a poco tempo fa erano giudicati come problemi «non matematici». Di conseguenza, è sempre più difficile trovare attività estranee al mondo della matematica. L'oratore ha scelto due esempi significativi: uno nel campo dell'ecologia, l'altro in quello della meteorologia.

Il primo esempio mostra come si sia riusciti a creare un modello matematico del processo d'inquinamento delle acque del-

l'estuario del Tamigi. Grazie a questo lavoro è stato possibile programmare rigorosamente l'operazione di depurazione; oggi nelle acque del Tamigi sono ritornati i pesci, anzi sono state viste varietà che da decenni erano ormai scomparse.

Il secondo esempio mostra invece come è avvenuto il processo di matematizzazione della situazione meteorologica. Anche qui sono stati fatti negli ultimi tempi passi decisivi, a tal punto che nell'emisfero boreale, grazie alla maggior densità degli osservatori meteorologici, la previsione del tempo non costituisce più un problema. Non è possibile una previsione sicura solo dove non si può disporre di dati sufficienti.

3.2 «Trends in pure mathematics» (tendenze nella ricerca matematica)

oratore: prof. Michael F. Atiyah (GB)

È giusto e importante che i docenti di matematica siano costantemente informati sulle tendenze della ricerca pura: ecco il motto che ha ispirato questa conferenza squisitamente specialistica, sul cui contenuto non mi soffermo in questa sede.

3.3 Education in mathematics and science today / The Spread of false dichotomies» (Insegnamento matematico e scientifico oggi / Le false dicotomie)

oratore: prof. Peter Hilton (USA)

È stata senza dubbio la conferenza più importante, proprio perché aveva come tema finalmente l'insegnamento della matematica. L'oratore ha sviluppato il tema delle «false dicotomie». Ha sostenuto che oggi l'insegnamento deve essere una ricerca costante di equilibrio fra esigenze apparentemente contrastanti, ma che si rivelano poi fra loro complementari nel processo educativo.

Eccone alcune:

Matematica tradizionale ↔ **Matematica moderna**

Vi sono argomenti cosiddetti tradizionali che non possono essere eliminati, ma vi sono argomenti moderni che hanno portato un grande arricchimento culturale ai programmi.

Informazione ↔ **Formazione**

Si hanno contenuti e nozioni fondamentali che l'allievo deve apprendere, ma se ci si limita solo a questo, senza badare all'aspetto formativo dell'insegnamento, non si insegna matematica.

Insegnamento utile ↔ **Insegnamento divertente**

Bisogna insegnare le cose «utili alla vita» (premesso che si sappiano individuare chiaramente), ma si deve dare la possibilità all'allievo di scoprire anche il piacere di far matematica.

Insegnamento ad una «élite» ↔ **Insegnamento di massa**

È un sacrosanto principio quello secondo il quale ogni allievo deve essere messo nelle stesse condizioni di apprendimento (non devono quindi esserci diversità iniziali; se ci sono bisogna far di tutto per eliminarle); ma l'insegnamento per sua natura produce inevitabilmente risultati diversi da allievo ad allievo. Soltanto una parte potrà compiere studi di un certo livello. Compito della società è quello di impiegare convenientemente ciascun giovane che abbia terminato il suo ciclo scolastico, affidando compiti di responsabilità a quelli che hanno compiuto studi superiori, senza però che essi debbano necessariamente usufruire di particolari privilegi né di natura politica, né di natura economica.

Risoluzione di problemi ↔ **Costruzione di strutture**

È importante coltivare negli allievi l'abilità che permette di risolvere problemi, ma è altrettanto importante ricavare da essa le strutture fondamentali del ragionamento matematico.

Assiomatica ↔ **Attività concreta**

Il ruolo dell'assiomatica è importante nella scuola, ma la materia dev'essere dosata con prudenza a seconda dell'età degli allievi e del tipo di scuola. Non deve comunque soppiantare l'attività più concreta, anche se quest'ultima risultasse meno rigorosa.

4. Attività dei gruppi di lavoro

4.1 L'insegnamento nella scuola media

Il documento di lavoro è stato redatto dalla signora Krygowska (Polonia) e i dibattiti sono stati diretti dalla signora Maslova (URSS).

Il rapporto contiene un riassunto delle principali critiche che sono state fatte ultimamente all'insegnamento della matematica in questo grado di scuola. Eccole in forma schematica:

- astrazioni premature;
- feticismo del rigore;
- dimenticanza della realtà fisica come sorgente di idee matematiche;
- poca geometria;
- troppa terminologia;
- troppo assiomatismo;
- troppo algoritmismo.

Vien messo quindi in evidenza il fatto che queste sono critiche alla patologia della riforma: chi ha sbagliato, lo ha fatto in questi termini. Ora, si deve tener presente, dice la signora Krygowska, che l'insegnamento è avvenuto alla massa degli allievi ed è stato impartito da una massa di docenti. Dunque è normale che si siano fatti errori di tal genere.

Più avanti il rapporto si occupa di individuare certe tendenze negli obiettivi dell'insegnamento da raggiungere entro l'età di 16 anni. Eccoli:

- intellettualizzare le attitudini che stanno alla base del ragionamento matematico;
- dare basi concettuali utilizzabili in seguito;
- assicurare a chi continua gli studi una formazione adeguata e un bagaglio di conoscenza sufficiente.

Su un piano più tecnico si riconosce l'importanza di sviluppare, accanto al modo di pensare deterministico, il modo di pensare probabilistico. Non si tratta di fare una sorta di teoria della probabilità, ma di dare l'idea della probabilità matematica già nella scuola media.

Viene anche affrontato il problema del libro di testo: tutti concordano che ad allievi di età variante fra i 14 e i 16 anni si debba insegnare a studiare su un testo.

In generale si nota una preoccupazione per il fatto che mancano studi approfonditi sulla psicologia dell'apprendimento per allievi di questa età. Ne consegue che i programmi per tale ordine di scuola si limitano ad elencare contenuti precisi, rimanendo molto vaghi nella parte riservata agli obiettivi formativi.

Anzi, si fa strada la tendenza di fissare obiettivi minimi, tendenza che viene denunciata come molto grave e pericolosa, perché, se è vero che la matematica è un modo di pensare, non si vede come possa esistere un modo «minimo» di pensare.

4.2 L'insegnamento nelle scuole media superiore

Il documento di lavoro è stato redatto dal prof. Quaiding (GB) e i dibattiti sono stati diretti dal prof. Fischer (Austria).

In generale si nota la tendenza di concedere sempre più libertà agli allievi di questo grado di scuola di scegliersi il programma di matematica più adatto alle loro capacità ed esigenze.

Le scelte possono essere fatte fra quattro tipi di corsi:

- corsi di tipo accademico, che trattano i fondamenti teorici e i connettivi logici;

- corsi generali, che trattano gli aspetti più comuni della materia;
- corsi tecnici, centrati sull'applicazione pratica della matematica;
- corsi di matematica professionale.

Normalmente i corsi detti accademici e quelli definiti tecnici si svolgono sull'arco di 2-3 anni con 5 ore settimanali di media. Questa ripartizione è comunque molto teorica e vuol mostrare solo dove si mette l'accento. È però chiaro che in ogni corso si considerano anche gli aspetti degli altri corsi.

In questi anni si è fatto vivo il problema degli studenti particolarmente dotati. Essi sono stati infatti troppo dimenticati e, mentre si sono spalancate le porte della scuola alla grande massa creando corsi supplementari per gli allievi in difficoltà, per loro non s'è fatto niente.

Si fanno alcune proposte:

- introdurre ore supplementari per dar modo agli allievi dotati di sviluppare meglio le loro capacità;
- impiegare questi allievi come assistenti per aiutare i compagni in difficoltà;
- indire concorsi matematici, fondare club matematici;
- mettere gli allievi in contatto con matematici famosi o con docenti particolarmente capaci;
- mettere a loro disposizione riviste e testi specialistici.

Sul piano didattico il problema più acuto in questo ordine di scuola è quello del dosaggio dell'astrazione. Una tendenza importante è quella di trattare presto da un punto di vista concreto la maggior parte degli argomenti di tutto il programma, per far sì che sia possibile in seguito riprendere gli argomenti più volte con gradi diversi di astrazione.

Circa i contenuti si nota ora una relativa stabilità, dopo il radicale rinnovamento degli anni sessanta. Si può dire che la riforma ha portato nuovi contenuti come il calcolo delle probabilità, la statistica, l'algebra lineare e le strutture algebriche, ed ha estromesso la stereometria (ripresa dalla geometria descrittiva), la trigonometria sferica, lo studio approfondito delle coniche, la matematica finanziaria e buona parte della trigonometria piana.

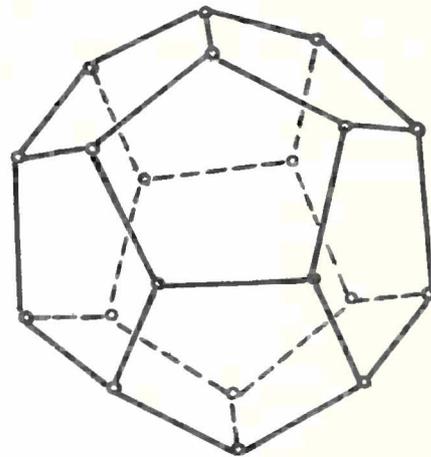
Gli ultimi ritocchi, in parte ancora in atto, mirano a sfrondare i programmi delle parti nuove rivelatesi troppo astratte.

Nei programmi per i tecnici si fa strada sempre di più l'introduzione dei concetti sugli insiemi e sulle relazioni per trattare l'aritmetica, l'algebra e l'analisi.

Nei programmi destinati agli allievi che non continueranno gli studi si tende sempre di più ad attenersi a una matematica applicabile, che non è però vista in funzione solo della fisica e delle scienze naturali, ma anche delle scienze sociali.

Circa la metodologia dell'insegnamento, la tendenza generalizzata è quella di condurre l'allievo a imparare e a scoprire da solo. I risultati di questa metodologia non sono ancora sufficienti per tirare delle conclusioni. Si fa però notare che il metodo è attuabile solo da docenti ben preparati.

Si è tentato infine di affrontare il problema della valutazione. Pur riconoscendo che essa è necessaria come verifica e stimolo del processo di apprendimento, si deve ammettere che non si è ancora trovato un



Il dodecaedro regolare. Tendono alla regolarità le cose belle?

modo soddisfacente per esaminare e valutare.

Il problema sarebbe risolto se i docenti fossero persone dotate della capacità di saper giudicare nel modo più completo ed oggettivo, cosa che non si riconosce come umanamente possibile. Ecco che allora la diversità di personalità esistente fra i docenti e le debolezze che in modo più o meno marcato ognuno possiede rendono la valutazione molto relativa. Si sono di conseguenza fatti molti tentativi di regolamentare la valutazione, fissando che cosa e come si deve valutare ma con scarso successo.

4.5 I temi speciali

Diversi gruppi hanno poi lavorato attorno a temi particolari, che val la pena di elencare:

- analisi critica dei vari curricula matematici;
- valutazione;
- obiettivi generali dell'insegnamento della matematica;
- processi di apprendimento in matematica;
- tecnologia dell'insegnamento;
- matematica rispetto alle altre materie;
- computer ed insegnamento.

Non mi soffermo su questi lavori, anche perché si è discusso molto a ruota libera. Una cosa è certa però: se da un lato non sono usciti risultati concreti (nel senso che non vi sono state delle chiare convergenze sulle varie questioni dibattute), dall'altro ogni partecipante ha avuto modo di allacciare contatti personali, che per me sono di capitale importanza perché danno la possibilità di farci un'idea dei problemi che hanno gli altri. Si scopre allora che i problemi grossi della scuola ticinese sono quelli di tutte le scuole di questo mondo. Se abbiamo parecchio da imparare dagli altri, abbiamo pure noi qualcosa da portare in questi scambi. Accanto a un sentimento di solidarietà internazionale ci portiamo a casa anche la certezza che siamo sulla buona strada e il rinnovato proposito di voler intensificare gli sforzi per un insegnamento sempre più valido.