

13. Piano di studio di matematica per l'indirizzo Economia e Diritto

Questo Piano di studio rappresenta una proposta di rimodulazione del programma del corso normale, allo scopo di aumentare il peso di alcune parti ritenute di importanza centrale nella caratterizzazione del profilo economico (statistica e probabilità) e di alleggerirne altre meno caratterizzanti di questo profilo (trigonometria e geometria vettoriale). L'obiettivo perseguito è quindi quello di meglio adeguare lo svolgimento del programma al campo di interesse degli studenti dell'indirizzo economico e alle loro future esigenze di studio o professionali.

Per raggiungere questo obiettivo è auspicabile introdurre e illustrare i temi del programma attraverso una scelta opportuna di esercizi ed esempi provenienti, quando è possibile, da contesti economici.

Le differenze di rilievo rispetto al corso normale riguardano l'aggiunta di alcuni elementi di calcolo matriciale, considerata la sua importanza nelle applicazioni economiche, e il rafforzamento del capitolo di probabilità e statistica che, per le stesse ragioni, è da considerare irrinunciabile per gli studenti dell'indirizzo economico.

Questo piano di studio può essere adottato anche per altri allievi dell'indirizzo non scientifico che seguono il corso normale di matematica.

13.1. Classe seconda

Corso normale Eco/Dir

Il corso verte sull'analisi di aspetti prevalentemente geometrici e sull'uso dei vettori in questo ambito.

Particolare importanza sarà attribuita all'apprendimento di un linguaggio e di un simbolismo atti a descrivere correttamente entità geometriche dal punto di vista algebrico, vettoriale e trigonometrico.

Si introducono inoltre elementi di statistica descrittiva utili ad interpretare delle serie di dati.

| Referenti disciplinari | Obiettivi di base | Obiettivi di sviluppo |
|--|---|---|
| Trigonometria Cerchio goniometrico; definizioni di sin, cos, tan. Formule trigonometriche. Equazioni trigonometriche. Problemi trigonometrici. Funzioni trigonometriche e loro inverse. | Riconoscere sin, cos, tan, illustrarli sul cerchio goniometrico e determinarne i valori per un angolo dato. Applicare le formule fondamentali. Esaminare e risolvere semplici equazioni trigonometriche. Risolvere problemi riconducibili all'ambito trigonometrico; interpretare i risultati. Usare le funzioni trigonometriche. Partendo dalla definizione delle funzioni trigonometriche sul cerchio goniometrico, riconoscerne le proprietà, in particolare la periodicità, e rappresentarle graficamente. | Studiare problemi geometrici su triangoli, anche non rettangoli, risolverli, interpretare i risultati. Definire le funzioni inverse delle funzioni trigonometriche. Conoscere le formule di addizione e altre derivate. |

| | | |
|---|---|---|
| <p><u>Geometria e algebra lineare: vettori e matrici</u> Vettori geometrici e algebrici nel piano e nello spazio. Operazioni di base con vettori, combinazioni lineari. Collinearità e complanarità. Dipendenza e indipendenza lineare. Base e dimensione di uno spazio vettoriale. Isomorfismo tra gli spazi vettoriali geometrico e algebrico. Prodotto scalare. Geometria analitica del piano e dello spazio.</p> | <p>Distinguere i concetti di vettori geometrici e algebrici e identificarli per mezzo di una base ortonormata del piano o dello spazio. Conoscere le proprietà di base delle operazioni con vettori geometrici e algebrici. Applicare i concetti di collinearità e complanarità per ricavare le equazioni della retta e del piano. Applicare le proprietà del prodotto scalare per risolvere semplici problemi. Interpretare situazioni di geometria analitica della retta e del piano.</p> | <p>Applicare il calcolo vettoriale a problemi di geometria euclidea. Interpretare l'operazione geometrica con la corrispondente algebrica. Estendere i concetti di indipendenza lineare e di base a vettori aritmetici a più di 3 dimensioni.</p> |
| <p><u>Statistica descrittiva</u> Raccolta ed elaborazione di dati e loro rappresentazione. Misure di centralità e dispersione.</p> | <p>Calcolare la media aritmetica, la mediana, la varianza e lo scarto tipo. Conoscere vari tipi di rappresentazioni dei dati e confrontarli. Elaborare statisticamente un insieme di dati economici e interpretare il risultato.</p> | <p>Sviluppare altre misure di centralità e di dispersione. Ricavare la retta dei minimi quadrati.</p> |

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare, seppure in modo contenuto, la componente teorica e di accentuare la fase di concettualizzazione. Si consiglia di proporre esercizi graduali non ripetitivi che favoriscano lo sviluppo della pratica matematica. L'insegnamento deve proporre problemi anche aperti di varia natura, in particolare geometrica ed economica, e favorire un lavoro autonomo e personale degli allievi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti anche in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo logico e razionale.

Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

13.2. Classe terza

Corso normale Eco/Dir
 Il corso verte in parte sullo studio delle funzioni esponenziali e logaritmiche con applicazioni in vari ambiti, in particolare quelli economici. Si studieranno inoltre argomenti che richiedono una maggior capacità di astrazione: probabilità, variabili casuali discrete, geometria vettoriale dello spazio, concetto di limite.
 Si precisa ulteriormente il significato di modello matematico e della sua applicazione in situazioni concrete (leggi fisiche, fenomeni statistici, problemi geometrici, modelli economici...). L'allievo viene introdotto alla manipolazione di quantità *infinitamente piccole* e *infinitamente grandi*. La comprensione del significato del *passaggio al limite* è premessa indispensabile per affrontare il programma di quarta.

| Referenti disciplinari | Obiettivi di base | Obiettivi di sviluppo |
|---|--|---|
| <p><u>Funzioni esponenziali e logaritmiche</u> Logaritmi: definizione, proprietà. Funzione esponenziale. Equazioni esponenziali. Funzione logaritmica. Equazioni logaritmiche. Applicazioni.</p> | <p>Lavorare con potenze a esponenti reali, capire la definizione delle funzioni esponenziali e logaritmiche, rappresentarle graficamente, conoscerne le proprietà, risolvere equazioni e manipolare espressioni algebriche con forme esponenziali e logaritmiche. Conoscere alcune applicazioni delle funzioni esponenziali e logaritmiche, tra cui la capitalizzazione e l'attualizzazione.</p> | <p>Capire il ruolo della base di una funzione esponenziale e di una funzione logaritmica. Studiare funzioni composte e trovare i relativi dominî. Applicare queste funzioni a situazioni date da altre discipline. Risolvere disequazioni esponenziali e logaritmiche.</p> |
| <p><u>Calcolo delle probabilità</u> Probabilità: prova aleatoria, spazio campione, algebra degli eventi. Elementi di calcolo combinatorio. Probabilità condizionata, eventi indipendenti e teorema di Bayes. Prove ripetute: legge di Bernoulli.</p> | <p>Conoscere e applicare il modello insiemistico della probabilità. Applicare le tecniche di calcolo combinatorio. Risolvere problemi applicando il concetto di indipendenza e le formule sulla probabilità condizionata. Conoscere e applicare il teorema di Bayes (controlli di qualità) e la legge di Bernoulli.</p> | <p>Formalizzare la parte teorica (assiomi di Kolmogoroff). Analizzare problemi e scoprire dove entra in scena la probabilità condizionata.</p> |
| <p><u>Geometria e algebra lineare: vettori e matrici</u> Complementi di geometria analitica dello spazio; prodotti vettoriale e misto. Vettori aritmetici a più di 3 dimensioni. Matrici: operazioni di base (somma, moltiplicazione scalare, prodotto matriciale). Matrice inversa.</p> | <p>Applicare le operazioni tra vettori alla geometria dello spazio; determinare le equazioni di una retta e di un piano. Risolvere sistemi di equazioni lineari tramite metodi matriciali; applicazioni in campo economico.</p> | <p>Conoscere le equazioni della circonferenza e della sfera. Introdurre il concetto di determinante ed utilizzarlo per calcolare la matrice inversa.</p> |

| | | |
|---|--|---|
| | | |
| Analisi L'insieme \mathbf{R} dei numeri reali. Successioni reali. Convergenza e divergenza. La serie geometrica. | Conoscere il concetto di limite di una successione. Definire ed esemplificare, anche in ambito economico, successioni e serie, in particolare aritmetiche e geometriche. Calcolarne i limiti. | Conoscere l'incompletezza di \mathbf{Q} e la completezza di \mathbf{R} . Conoscere alcuni limiti notevoli. |

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare la riflessione teorica, limitando all'essenziale la parte di presentazione dei singoli argomenti, e di lasciare ampio spazio all'esercitazione e alla risoluzione di problemi di varia natura tratti in particolare dall'economia. L'insegnamento deve proporre anche problemi aperti e richiedere agli studenti un lavoro autonomo e personale, improntato anche alla creatività e al piacere di fare matematica. È altresì opportuno preparare lo studente a organizzare una ricerca e a presentarla davanti alla classe.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti soprattutto in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo logico e razionale.

Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

Corso normale Eco/Dir

L'ultimo anno si caratterizza fundamentalmente per l'introduzione dei procedimenti di derivazione e di integrazione. L'idea centrale di *limite*, che l'allievo ha incontrato in terza nelle successioni e nelle serie, assume nuovi aspetti e prende nuove direzioni. Particolarmente importante è la presa di contatto con alcuni teoremi classici dell'analisi e le relative tecniche di dimostrazione. Rilevante risulta anche l'applicazione del metodo differenziale-integrale alla geometria (studio di curve, calcolo di aree, volumi, misure di archi di curva).

Nel campo della probabilità il discorso ruota intorno al concetto di variabile aleatoria discreta e si amplia allo studio della distribuzione normale.

| Referenti disciplinari | Obiettivi di base | Obiettivi di sviluppo |
|---|--|---|
| <p>Analisi Limiti di funzioni reali. Asintoti. Funzioni continue.</p> <p>La derivata.</p> <p>Derivate e regole di derivazione.</p> <p>Teoremi classici sulle funzioni continue e derivabili.</p> <p>L'integrale.</p> <p>Teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</p> | <p>Conoscere il concetto di limite di funzione (proprio, improprio); calcolare limiti, conoscere proprietà dei limiti.</p> <p>Conoscere alcuni limiti notevoli.</p> <p>Determinare asintoti.</p> <p>Definire la continuità.</p> <p>Evidenziare le proprietà delle funzioni continue.</p> <p>Comprendere il significato geometrico e cinematico della derivazione.</p> <p>Enunciare ed applicare le regole di derivazione.</p> <p>Evidenziare le proprietà delle funzioni derivabili.</p> <p>Risolvere forme indeterminate di vario tipo con l'aiuto dei teoremi di De l'Hôpital.</p> <p>Risolvere problemi di ottimizzazione, anche in ambito economico.</p> <p>Usare gli strumenti dell'analisi per studiare l'andamento di una funzione.</p> <p>Conoscere i concetti di integrale definito e indefinito di una funzione continua.</p> <p>Applicare semplici tecniche di integrazione.</p> <p>Conoscere e saper applicare il teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</p> | <p>Definire i limiti e la continuità col linguaggio degli intorni e dedurre le proprietà dei limiti.</p> <p>Capire il concetto di approssimazione asintotica di curve.</p> <p>Studiare funzioni non elementari.</p> <p>Conoscere e applicare qualche procedimento numerico per risolvere equazioni.</p> <p>Approfondire lo studio di alcuni metodi d'integrazione.</p> <p>Applicare l'integrale alla geometria e alla fisica.</p> |
| <p>Probabilità e statistica Variabili aleatorie discrete, distribuzione di probabilità. Valore atteso (speranza) e varianza. Distribuzione normale.</p> | <p>Saper calcolare il valore atteso e la varianza di una variabile aleatoria discreta.</p> <p>Definire le funzioni di ripartizione, di distribuzione di probabilità e applicarne i concetti.</p> | <p>Costruire una distribuzione di probabilità partendo da dati statistici.</p> <p>Confrontare i dati statistici con i modelli probabilistici.</p> <p>Approssimare una distribuzione binomiale mediante la distribuzione normale.</p> |

Modalità d'insegnamento

La programmazione dell'insegnamento deve prevedere nella seconda metà dell'anno un adeguato lasso di tempo da dedicare alla ripetizione, alla sintesi e all'organizzazione delle conoscenze apprese. Ci si potrà servire di attività che prevedano l'utilizzo di tecniche, strategie e concetti appresi in capitoli e periodi diversi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti soprattutto in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo logico e razionale.

Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.