

2. Matematica - Disciplina fondamentale

La matematica, disciplina millenaria in continua evoluzione, costituisce un patrimonio culturale di immenso valore, le cui applicazioni assumono un ruolo imprescindibile nella società contemporanea fortemente tecnologizzata. L'importanza del suo studio, tuttavia, va ben oltre le mere applicazioni tecniche e algoritmiche: la matematica liceale dovrà promuovere un insegnamento che risvegli interesse e curiosità, mettendo in risalto, oltre al suo approccio quantitativo, il suo carattere logico-deduttivo, così come gli aspetti storici e filosofici e le sue interazioni con i più disparati campi del sapere.

2.1. Obiettivi essenziali

Attraverso una costante pratica matematica, l'esplorazione e l'esercitazione, gli allievi liceali dovranno acquisire competenze che li mettano in condizione di

- *saper argomentare logicamente*, connettendo tra loro gli elementi di un ragionamento, per giungere ad una corretta comprensione del concetto fondamentale di *dimostrazione*;
- *comprendere e costruire modelli*, attraverso i quali la matematica rivela la sua efficacia nella descrizione e nell'indagine di fenomeni reali;
- *sviluppare abilità di calcolo adeguate*, al fine di acquisire le competenze strumentali necessarie per supportare la pratica matematica;
- *ragionare in modo algoritmico*, in modo da saper concatenare tra loro i passi che conducono alla risoluzione di un problema;
- *visualizzare situazioni geometriche*, nel piano e nello spazio tridimensionale;
- *utilizzare le nuove tecnologie*, spesso imprescindibili nella trattazione di fenomeni complessi, evidenziandone nel contempo anche i limiti;
- *acquisire una corretta mentalità scientifica*, riconoscendo il ruolo del metodo logico-deduttivo e della creatività nella comprensione dei fenomeni e nella costruzione del sapere.

2.2. Campi e argomenti

Al termine del percorso liceale, gli allievi dovranno aver acquisito le conoscenze e le competenze indispensabili al proseguimento degli studi, in accordo con il *Piano quadro degli studi per le scuole di maturità* (1994). Esse si articolano seguendo quattro direttrici principali:

- *il calcolo* (aritmetico e letterale), che costituisce la premessa indispensabile per manipolare correttamente le entità numeriche e algebriche e per formalizzare e risolvere i problemi di varia natura, teorica e applicativa;
- *la geometria* (elementare, vettoriale e analitica) e la *trigonometria*, che hanno storicamente posto le basi del pensiero matematico tramite il metodo assiomatico, e che nei secoli si sono trasformate in strumenti indispensabili alla comprensione dell'universo;
- *l'analisi* (studio di funzioni a variabili reali, calcolo differenziale e integrale), che mette a disposizione delle scienze sperimentali gli strumenti per quantificare le relazioni tra le grandezze, fornendo nel contempo le tecniche per investigarle;
- *la stocastica* (statistica e calcolo delle probabilità), che si occupa della descrizione e dello studio di processi legati al caso, al rischio o all'incertezza, fornendo strumenti complementari ai modelli deterministici dell'analisi.

Per quanto riguarda il corso di livello approfondito, si aggiungeranno:

- *l'algebra lineare* che, prendendo le mosse dalla geometria vettoriale e dai sistemi lineari di equazioni, mette a disposizione tecniche di uso comune nei più svariati ambiti applicativi;

- *i numeri complessi*, che costituiscono un'estensione del campo numerico le cui proprietà geometriche, algebriche e analitiche ne fanno uno strumento raffinato anche nelle applicazioni scientifiche.

2.3. Competenze di base e struttura del Piano di Studio

Il piano di studio si articola in tre colonne:

- La prima colonna, *Campi e argomenti*, sintetizza i contenuti del piano, suddivisi per aree tematiche.
- La colonna centrale, *Competenze di base*, riporta i contenuti della *Guida alle competenze di base. Un approccio concreto* (2021), che a sua volta esplicita e coniuga i contenuti dell'*Appendice al Piano Quadro degli studi* (2016). Le competenze indicate, che abbracciano capacità e conoscenze matematiche indispensabili per un numero considerevole di discipline universitarie, rappresentano prerequisiti irrinunciabili per l'idoneità agli studi superiori, e devono pertanto essere un obiettivo fondamentale per ogni allievo. *Tale colonna non può e non deve però venir interpretata come indicazione per situare la soglia della sufficienza*. Quest'ultima deve invece delinearli nell'ambito del rapporto pedagogico-didattico che si instaura tra insegnante e classe.
- La terza colonna, *Ulteriori competenze*, esplicita quelle competenze che, pur non essendo considerate di base, devono essere comunque normalmente perseguite nel percorso liceale. In particolare, nessuna delle tematiche incluse può essere considerata facoltativa.

Per quanto riguarda l'ordine della trattazione di alcuni argomenti all'interno di ogni singolo anno, la sequenza proposta per il triennio II-III-IV ha lo scopo di agevolare il coordinamento con i corsi di *Fisica* e dell'Opzione specifica *Fisica e applicazioni della matematica*. In particolare:

- in seconda liceo, per tutte le OS, è necessario seguire l'ordine indicato (trigonometria, geometria, esponenziali e logaritmi);
- in terza e quarta liceo delle OS scientifiche gli argomenti di analisi (derivate, integrali) saranno affrontati all'inizio del primo semestre. La geometria nello spazio in III sarà programmata subito dopo il capitolo di analisi;
- i capitoli indicati con *) nel programma per le OS scientifiche possono essere trattati in terza o in quarta liceo, rispettando un equilibrio nella ripartizione degli argomenti fra i due anni.

Per tutti gli altri argomenti non indicati sopra, l'ordine di trattazione è lasciato alla scelta didattica del docente.

2.4. Indicazioni sulle modalità di insegnamento

L'insegnamento deve tener conto, nel limite del possibile, del fatto che ogni individuo apprende secondo modalità e tempi propri e che competenze e conoscenze matematiche si costruiscono per gradi, mediante una sequenza di immagini mentali e di modelli sempre più evoluti. In aggiunta alle classiche lezioni dialogate, sarà pertanto opportuno dedicare del tempo ad attività basate sul coinvolgimento in prima persona degli allievi, in un clima di lavoro sereno e costruttivo.

2.5. Il Laboratorio di matematica

Il *laboratorio di matematica*, svolto a classi dimezzate, di regola in alternanza con il laboratorio di italiano, oltre a rappresentare un momento privilegiato dell'insegnamento della matematica, è un'occasione indispensabile per abituare gli allievi ad un approccio metodologicamente corretto alla disciplina.

La presenza di un numero ridotto di allievi permette infatti una maggiore attenzione alle esigenze individuali, in un'ottica di differenziazione che rende possibili attività volte all'introduzione, all'esercitazione o all'approfondimento dei temi trattati. L'attività di laboratorio ha uno svolgimento diverso da quello della lezione classica e mira a sviluppare negli allievi una giusta

sensibilità alle questioni della matematica, consentendo nel contempo una costante valutazione formativa dei progressi conseguiti.

Particolare attenzione in questo ambito può essere riservata all'uso della calcolatrice e dei mezzi informatici (fogli di calcolo, programmi CAS e di geometria dinamica), rendendo possibile una riflessione critica sul loro impiego.

L'attività di laboratorio permette inoltre di privilegiare l'aspetto logico-comunicativo tra i singoli allievi e tra essi e l'insegnante ed è volta al raggiungimento di obiettivi quali

- educare alla riflessione di fronte ad una situazione contestualizzata;
- favorire l'espressione di un ragionamento deduttivo o induttivo che consenta di meglio applicare le proprie conoscenze matematiche anche in altre discipline;
- abituare alla lettura rigorosa e all'analisi puntuale del testo di un problema in vista della sua trasposizione in linguaggio matematico.

Nell'ambito del laboratorio si raccomanda di proporre problemi di tipo aperto, concepiti non soltanto per esercitare quanto appreso, ma soprattutto per fornire agli allievi l'occasione di sviluppare le capacità di analizzare e sintetizzare situazioni anche nuove, scegliendo criticamente fra varie proposte e strategie risolutive. In questo senso può trovare un giusto spazio la riflessione con gli allievi sull'uso appropriato degli strumenti della matematica nelle scienze sperimentali.

Il fatto di poter lavorare con un ridotto numero di allievi crea dunque lo spazio ideale per la discussione, il confronto e l'approccio critico alle tematiche proposte.

2.6. Indicazioni sulle modalità di valutazione

La valutazione è una fase importante e imprescindibile di ogni processo pedagogico-didattico. Essa deve avere un *carattere formativo*, volto a diagnosticare lacune e difficoltà con lo scopo di regolare e correggere l'apprendimento in itinere, e un *carattere certificativo*, avente come scopo finale la sintesi, al termine di ogni tappa del percorso di apprendimento, dello stato globale delle conoscenze e delle competenze acquisite.

2.7. Classe prima

Il programma di matematica dell'anno propedeutico non presenta distinzioni tra i vari indirizzi di studio, ed è caratterizzato dalla messa a punto degli strumenti di calcolo, delle conoscenze geometriche e sulle funzioni e dall'introduzione di qualche nuovo argomento. Dal punto di vista metodologico si tende a favorire una certa autonomia dell'allievo nell'attività di apprendimento.

L'educazione al gusto per la ricerca del nuovo dev'essere l'obiettivo centrale del laboratorio.

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p><i>Insiemi e logica elementare</i></p> <p><i>Insiemi e sottoinsiemi.</i></p> <p><i>Cenni di logica.</i></p>	<p>Conoscere le definizioni di insieme e sottoinsieme in senso matematico.</p> <p>Saper riconoscere gli elementi di un insieme ed essere in grado di esprimere mediante la simbologia matematica l'appartenenza o meno di un elemento e l'inclusione o meno di un insieme.</p> <p>Conoscere le principali operazioni tra insiemi ed essere in grado di rappresentarle mediante diagrammi di Eulero-Venn.</p> <p>Comprendere le basi del ragionamento logico-deduttivo.</p> <p>Essere in grado di risolvere semplici problemi di logica usando il linguaggio degli insiemi e i diagrammi di Eulero-Venn.</p>	<p>Conoscere i concetti di definizione, assioma, teorema (ipotesi, tesi, dimostrazione) e la differenza tra equivalenza e implicazione.</p> <p>Conoscere la simbologia di base (connettivi logici, quantificatori).</p>
<p><i>Numeri e Calcolo</i></p> <p><i>Calcolo mentale.</i></p> <p><i>Calcolo numerico e algebrico.</i></p> <p><i>Proporzionalità diretta e inversa.</i></p> <p><i>Potenze</i></p>	<p>Utilizzare le tavole di addizione e di moltiplicazione e le proprietà algebriche elementari per eseguire in modo spedito calcoli mentali.</p> <p>Calcolare con le frazioni e con i numeri scritti in forma decimale. Valutare semplici rapporti e percentuali.</p> <p>Stimare risultati e ordini di grandezza, valutando la plausibilità di quanto ottenuto con il calcolo.</p> <p>Conoscere le proprietà essenziali dei numeri interi, razionali e reali e impiegarle nello sviluppo e nella semplificazione di espressioni polinomiali, frazionarie e irrazionali, sia numeriche che algebriche.</p> <p>Saper scomporre in fattori polinomi nei casi elementari.</p> <p>Riconoscere le proporzionalità (con particolare attenzione alla crescita lineare). Saper calcolare il valore mancante in una proporzione.</p> <p>Eseguire calcoli con potenze ad esponente razionale</p>	<p>Giustificare i procedimenti e dimostrare alcune proprietà del calcolo.</p> <p>Ragionare sulle condizioni di esistenza.</p> <p>Utilizzare la notazione scientifica; eseguire approssimazioni.</p> <p>Intuire l'estensione a esponenti reali. Saper calcolare semplici logaritmi.</p> <p>Utilizzare la calcolatrice in relazione alle attività di apprendimento.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Equazioni, disequazioni, sistemi</p> <p><i>Equazioni lineari.</i></p> <p><i>Equazioni non lineari: quadratiche, razionali, contenenti radicali.</i></p> <p><i>Sistemi di equazioni.</i></p> <p><i>Disequazioni.</i></p>	<p>Tradurre in equazione differenti tipologie di problemi.</p> <p>Impostare e risolvere equazioni di primo grado ad un'incognita.</p> <p>Risolvere equazioni di secondo grado, sia con la formula risolutiva, sia applicando scomposizioni elementari (trinomio tipico, prodotti notevoli, completamento del quadrato).</p> <p>Risolvere equazioni razionali ed equazioni contenenti radicali riconducendole a equazioni lineari, quadratiche o altre equazioni note, prestando particolare attenzione alle condizioni di esistenza.</p> <p>Conoscere e utilizzare i vari metodi per risolvere sistemi lineari costituiti da 2 o 3 equazioni. Scegliere il metodo più efficace a seconda del sistema. Riconoscere quando un sistema non ha soluzioni o non è determinato.</p> <p>Impostare e risolvere disequazioni lineari e quadratiche e altre disequazioni ad esse riconducibili.</p>	<p>Matematizzare un problema e risolverlo ricercando strategie rapide ed eleganti.</p> <p>Saper eseguire divisioni polinomiali; dimostrare il teorema di divisibilità per $(x-a)$ ed impiegarlo nella risoluzione di equazioni polinomiali.</p> <p>Interpretare sistemi lineari a 2 incognite.</p> <p>Impostare e risolvere disequazioni fratte e polinomiali (studio del segno).</p> <p>Eseguire approssimazioni grafiche di soluzioni di equazioni e disequazioni.</p> <p>Risolvere sistemi di disequazioni, anche graficamente.</p>
<p>Statistica descrittiva</p> <p><i>Rappresentazione grafica di dati statistici.</i></p> <p><i>Misure di centralità e dispersione.</i></p>	<p>Conoscere e saper interpretare alcune rappresentazioni di dati relativi ad un rilevamento statistico (areogrammi, istogrammi, ...).</p> <p>Scegliere una rappresentazione adatta ai dati a disposizione.</p> <p>Conoscere e saper interpretare alcuni indici di centralità (media aritmetica, mediana e moda) e alcuni indici di dispersione (varianza e deviazione standard).</p> <p>Saper identificare la misura di centralità più adatta allo scopo.</p>	<p>Elaborare un insieme di dati per capirne l'andamento.</p> <p>Interpretare i risultati di un'elaborazione statistica. Esaminare criticamente quanto ottenuto.</p>
<p>Funzioni</p> <p><i>Generalità sulle funzioni.</i></p> <p><i>Funzioni di una variabile reale.</i></p> <p><i>Funzioni lineari, affini, quadratiche, razionali, irrazionali, con valori assoluti, anche definite a tratti.</i></p> <p><i>Operazioni con funzioni e funzioni inverse.</i></p>	<p>Conoscere la definizione di funzione, essere in grado di stabilire se una data legge è una funzione e di lavorare con la terminologia di base.</p> <p>Conoscere i concetti di composizione di funzioni e di funzione inversa.</p> <p>Saper ricavare il grafico di semplici funzioni, rispettivamente saper interpretare graficamente le peculiarità di una funzione reale.</p>	<p>Rappresentare funzioni usando al meglio le proprietà.</p> <p>Riconoscere funzioni iniettive, suriettive, biiettive.</p> <p>Dimostrare la simmetria tra i grafici di f e f^{-1}.</p> <p>Riconoscere e rappresentare graficamente $f(x)+k$, $f(x)\pm g(x)$, $kf(x)$, $f(x\pm k)$, $f^{-1}(x)$.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
	Saper determinare algebricamente la composizione di funzioni e l'inversa di una funzione. Scrivere una data funzione come composizione di funzioni elementari.	Studiare la funzione di 2° grado e applicarne le conoscenze alla risoluzione di equazioni e disequazioni di 2° grado.
Geometria <i>Geometria euclidea.</i> <i>Angoli, poligoni, circonferenza e cerchio.</i> <i>Aree e volumi elementari.</i> <i>Similitudini.</i> <i>Teorema di Pitagora.</i>	<p>Saper operare geometricamente con i triangoli e saper risolvere problemi concernenti angoli e poligoni a n lati procedendo per triangolazione.</p> <p>Conoscere le formule relative a circonferenza e cerchio e saperle applicare a problemi geometrici elementari (ad es. relativi a settori e segmenti circolari).</p> <p>Saper risolvere problemi sul volume di un solido utilizzando opportune scomposizioni; saper calcolare il volume di una sfera.</p> <p>Saper risolvere semplici problemi riconducibili alle similitudini e al Teorema di Talete.</p> <p>Conoscere l'enunciato del Teorema di Pitagora nella sua forma più generale, saperlo riscrivere nella forma più opportuna e saperlo applicare alla risoluzione di</p>	<p>Eseguire costruzioni geometriche con riga e compasso.</p> <p>Dimostrare semplici enunciati geometrici partendo dagli assiomi.</p> <p>Ragionare sulle condizioni di esistenza dei triangoli.</p> <p>Conoscere e saper dimostrare i teoremi di Pitagora ed Euclide ed alcuni teoremi sulle circonferenze, e saperli applicare nella risoluzione di problemi di geometria piana e spaziale.</p>

Laboratorio di matematica in prima liceo

Non si ritiene opportuno definire uno specifico programma per il laboratorio, che si configura invece come parte integrante del corso di matematica di prima liceo con le caratteristiche esposte sopra. Gli argomenti che possono essere trattati durante il laboratorio si ritrovano nei referenti disciplinari del piano di studio.

Di seguito sono elencate alcune possibili tematiche particolarmente adatte a una trattazione durante le ore di laboratorio.

Numeri

- Numeri primi (il crivello di Eratostene, divisibilità).
- Sistemi di numerazione, cambi di base.
- Introduzione al calcolo di semplici logaritmi.
- Notazione scientifica, ordine di grandezza e approssimazioni.

Algebra

- Completamento del quadrato in vista della risoluzione di un'equazione di secondo grado.
- Introduzione alla discussione di equazioni parametriche.
- Il triangolo di Pascal-Tartaglia.

Geometria

- Introduzione alla geometria euclidea (cenni storici, costruzione assiomatica, uso degli strumenti geometrici).
- Teoremi di base.
- Sezione aurea.

- Regola del parallelogrammo (addizione di forze).

Grafici

- Rappresentazione grafica di relazioni e di funzioni, anche in situazioni legate alla fisica.
- Determinazione dei parametri di una retta direttamente dal grafico.
- Trasformazione di grafici.
- Tecniche per la rappresentazione grafica di una funzione di secondo grado.

Problemi

- Corretta interpretazione del testo per formulare l'equazione risolvente.
- Problemi di ottimizzazione.

Statistica descrittiva

- Elaborazione e rappresentazioni grafiche di dati.
- Misure di centralità e di dispersione ed esempi di applicazione.

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di non limitarsi alla presentazione teorica degli argomenti, ma di dare spazio all'esercitazione, alla riflessione e all'indagine personale dell'allievo. Le dimostrazioni devono concernere la giustificazione e la generalizzazione di congetture intuitive. Nella risoluzione dei problemi si insista sulla lettura del testo e sulla modellizzazione della situazione.

Le attività di laboratorio possono essere svolte su tutti i referenti disciplinari, con la tecnica del lavoro individuale o per piccoli gruppi. La messa in comune dei risultati deve favorire gli scambi argomentativi e la concettualizzazione.

Valutazione

Essa non si deve limitare soltanto agli aspetti sommativi, ma deve concernere anche il lato formativo. Oltre all'accertamento degli obiettivi specifici, si osservino e valutino anche le capacità di ragionamento logico, di analisi, di sintesi, di intuizione, di invenzione.

2.8. Classe seconda – OS linguistiche, umanistiche e artistiche (OS LUA)

Nel corso del secondo anno si affrontano argomenti che esigono una certa capacità d'astrazione, in particolare per quanto riguarda la geometria a tre dimensioni e la sua interpretazione vettoriale. Si dovranno apprendere un linguaggio e un simbolismo atti a descrivere correttamente entità geometriche dal punto di vista algebrico, vettoriale e trigonometrico. Il programma si completa con lo studio delle funzioni esponenziali e logaritmiche e di alcune loro applicazioni.

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Trigonometria e goniometria</p> <p><i>Misura degli angoli</i></p> <p><i>Rapporti trigonometrici</i></p> <p><i>Funzioni goniometriche e loro inverse</i></p> <p><i>Relazioni goniometriche</i></p> <p><i>Equazioni goniometriche</i></p> <p><i>Teoremi dei seni e del coseno</i></p> <p><i>Problemi trigonometrici</i></p>	<p>Saper esprimere ampiezze in gradi sessagesimali e radianti, passando da un'unità all'altra, nonché saper calcolare lunghezze di archi e aree di settori circolari.</p> <p>Conoscere le definizioni di seno, coseno e tangente nel triangolo rettangolo; saperle impiegare, con l'ausilio di una calcolatrice scientifica, nella risoluzione di problemi geometrici elementari.</p> <p>Conoscere le definizioni delle funzioni seno, coseno e tangente nella circonferenza goniometrica, saperne tracciare i grafici ed averne presenti alcune applicazioni.</p> <p>Conoscere le definizioni e le rappresentazioni grafiche delle funzioni goniometriche inverse.</p> <p>Saper interpretare sulla circonferenza goniometrica alcune relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche (Teorema di Pitagora in forma goniometrica, periodicità, relazioni per angoli opposti, complementari e supplementari) e applicarle nella semplificazione di semplici espressioni.</p>	<p>Sapere ricavare geometricamente i valori esatti di seno, coseno e tangente di angoli particolari.</p> <p>Applicare le formule fondamentali per determinare i valori di seno, coseno e tangente per un angolo dato.</p> <p>Conoscere le formule di addizione e duplicazione e riconoscere la non linearità delle funzioni goniometriche. Conoscere il ruolo dei parametri nella funzione $f(x)=a \cdot \sin(bx)$.</p> <p>Conoscere le funzioni goniometriche inverse e operare con esse.</p> <p>Risolvere equazioni goniometriche elementari ed equazioni a esse riconducibili.</p> <p>Risolvere problemi geometrici riconducibili a triangoli, anche non rettangoli e in contesti tridimensionali; interpretare i risultati. Saper utilizzare i teoremi dei seni e del coseno.</p>
<p>Geometria vettoriale e analitica</p> <p><i>Vettori geometrici e aritmetici nel piano e nello spazio.</i></p> <p><i>Operazioni basilari con vettori, combinazioni lineari.</i></p> <p><i>Dipendenza e indipendenza lineare. Base e dimensione.</i></p> <p><i>Prodotto scalare nel piano. Determinante 2x2.</i></p> <p><i>Geometria analitica elementare del piano. Rette e circonferenze.</i></p>	<p>Conoscere i concetti di vettore e di combinazione lineare e saper applicare e interpretare geometricamente le proprietà essenziali del calcolo vettoriale.</p> <p>Saper identificare un punto tramite le sue coordinate; saper risolvere problemi elementari nel piano.</p> <p>Conoscere e distinguere le rappresentazioni algebriche di una retta nel piano, avendo in particolare presenti le peculiarità delle descrizioni cartesiana e parametrica.</p>	<p>Conoscere i concetti di dipendenza e indipendenza lineare e la loro interpretazione geometrica (collinearità, complanarità). Esprimere un vettore rispetto a una base assegnata.</p> <p>Distinguere i concetti di vettore geometrico e vettore aritmetico e identificarli per mezzo di una base ortonormata del piano o dello spazio.</p> <p>Applicare il calcolo vettoriale a problemi assegnati con dati non necessariamente vettoriali. Tradurre in termini vettoriali situazioni geometriche.</p> <p>Applicare le proprietà del prodotto scalare e del determinante per risolvere semplici problemi metrici relativi ad angoli e distanze.</p> <p>Saper ricavare l'equazione di una circonferenza nel piano cartesiano.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
		<p>Studiare la posizione reciproca di rette e circonferenze.</p> <p>Risolvere situazioni di geometria inerenti rette e circonferenze usando gli strumenti della geometria analitica.</p>
<p>Funzioni esponenziali e logaritmiche</p> <p><i>Funzione esponenziale.</i></p> <p><i>Funzione logaritmica.</i></p> <p><i>Proprietà dei logaritmi.</i></p> <p><i>Equazioni esponenziali e logaritmiche.</i></p> <p><i>Applicazioni.</i></p>	<p>Conoscere le regole del calcolo con le potenze (a esponenti reali) e con i logaritmi, e saperle applicare nello sviluppo e nella semplificazione di espressioni formali.</p> <p>Conoscere e saper interpretare graficamente le proprietà essenziali delle funzioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Conoscere le peculiarità della crescita (rispettivamente decrescita) esponenziale e logaritmica e risolvere semplici problemi relativi a queste ultime.</p> <p>Risolvere equazioni esponenziali e logaritmiche riconducendole a equazioni lineari, quadratiche, fratte o altre equazioni note, prestando particolare attenzione alle condizioni di esistenza.</p>	<p>Capire il ruolo della base, distinguendo i vari casi.</p> <p>Saper rappresentare graficamente le funzioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Trovare il dominio di una funzione composta.</p> <p>Risolvere semplici disequazioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Conoscere alcune applicazioni della crescita esponenziale e logaritmica ad altre discipline.</p>

Laboratorio di matematica in II liceo

Le ore dedicate al laboratorio di matematica si rifanno, nella forma e nella tipologia, a quelle dell'anno precedente. È consigliato l'approfondimento dei concetti trattati durante le ore a classe intera, con esemplificazioni o problemi laboratoriali.

Di seguito sono elencate alcune possibili tematiche particolarmente adatte ad una trattazione durante le ore di laboratorio.

Trigonometria e goniometria

- Eratostene e la misura del meridiano terrestre.
- Metodo di triangolazione e sue applicazioni (p.es. Aristarco e la distanza Terra-Luna, distanza di punti inaccessibili).
- Sovrapposizione di oscillazioni.

Geometria vettoriale e analitica

- Regola del parallelogrammo (addizione di forze) e intensità della forza risultante.
- Dimostrazioni vettoriali di alcuni teoremi (teoremi di Euclide, proprietà del baricentro, teorema del coseno).
- Intersezioni di circonferenze.
- Circonferenza per tre punti.
- Rette tangenti a una circonferenza.
- Metodo del discriminante (problemi di tangenza applicati a parabole e circonferenze).

Funzioni esponenziali e logaritmiche

- Interesse composto.
- Modelli per la crescita di popolazioni (modelli logistico e malthusiano).

- Applicazione di esponenziali e logaritmi alle scienze (decadimento radioattivo, pH, scala Richter, magnitudine).
- Utilizzo di carte logaritmiche.

È possibile immaginare di approfittare delle ore di laboratorio anche per lo studio di alcuni metodi numerici (metodo di bisezione, metodo delle secanti) e la ripresa della statistica.

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare, seppure in modo contenuto, la componente teorica e di accentuare la fase di concettualizzazione. Si consiglia di proporre esercizi gradualmente non ripetitivi che favoriscano lo sviluppo della pratica matematica. L'insegnamento deve proporre problemi di varia natura, anche aperti, e favorire un lavoro autonomo e personale degli allievi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia di pensiero, anche in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo razionale e coerente. Deve essere promossa la capacità di espressione, anche orale, sui contenuti dell'insegnamento.

2.9. Classe terza – OS linguistiche, umanistiche e artistiche (OS LUA)

Il terzo anno prevede un approfondimento della geometria analitica e vettoriale, in particolare nello spazio tridimensionale, anche attraverso l'uso di strumenti matriciali. Ampio spazio viene inoltre dedicato all'introduzione della combinatoria e del calcolo della probabilità.

L'allievo viene introdotto alla manipolazione di quantità infinitamente piccole e infinitamente grandi, necessaria per la comprensione del significato di passaggio al limite, vero e proprio cardine del programma di terza.

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Geometria vettoriale e analitica dello spazio tridimensionale; matrici e sistemi di equazioni</p> <p><i>Vettori aritmetici a 3 dimensioni.</i></p> <p><i>Rette e piani nello spazio.</i></p> <p><i>Prodotto scalare, prodotto vettoriale e prodotto misto.</i></p> <p><i>Determinante 3x3.</i></p> <p><i>Sistemi di equazioni lineari.</i></p> <p><i>Calcolo con matrici 2x2 e 3x3 (addizione, moltiplicazione per uno scalare, prodotto, determinante).</i></p>	<p>Saper identificare un punto tramite le sue coordinate; saper risolvere problemi elementari nello spazio tridimensionale.</p> <p>Conoscere e distinguere le rappresentazioni algebriche di una retta nello spazio, avendo in particolare presenti le peculiarità delle descrizioni cartesiana e parametrica.</p> <p>Conoscere e utilizzare i vari metodi per risolvere sistemi lineari a 2 o 3 equazioni.</p>	<p>Applicare i concetti di collinearità e complanarità per ricavare le equazioni della retta e del piano nello spazio tridimensionale.</p> <p>Applicare il calcolo vettoriale a problemi assegnati con dati non necessariamente vettoriali. Tradurre in termini vettoriali situazioni geometriche.</p> <p>Applicare le proprietà del prodotto scalare, del prodotto vettoriale e del determinante per risolvere semplici problemi metrici (relativi ad angoli, distanze, aree, volumi).</p> <p>Studiare la posizione reciproca di rette e piani.</p> <p>Risolvere situazioni di geometria inerenti rette e piani, usando gli strumenti della geometria analitica.</p> <p>Risolvere sistemi di equazioni lineari utilizzando il metodo di eliminazione e altri metodi matriciali.</p>
<p>Elementi di calcolo combinatorio</p> <p><i>Regola del prodotto.</i></p> <p><i>Permutazioni e disposizioni.</i></p> <p><i>Combinazioni semplici.</i></p>	<p>Saper ricondurre semplici problemi di calcolo combinatorio alla regola del prodotto.</p>	<p>Conoscere le formule per il calcolo di permutazioni, disposizioni (semplici e con ripetizione) e combinazioni semplici. Saperle applicare nei casi elementari.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Calcolo delle probabilità</p> <p><i>Definizioni di probabilità; prova aleatoria, spazio campionario, algebra degli eventi.</i></p> <p><i>Probabilità condizionata, eventi indipendenti, teorema di Bayes.</i></p> <p><i>Prove ripetute (legge di Bernoulli).</i></p>	<p>Conoscere la definizione di probabilità classica, riconoscere esperimenti casuali che si possono descrivere mediante probabilità classica e saper calcolare la probabilità degli esiti.</p> <p>Riconoscere esperimenti casuali per i quali le probabilità vanno determinate attraverso frequenze oppure statistiche.</p> <p>Calcolare la probabilità di un evento applicando opportunamente le formule relative alle operazioni insiemistiche.</p> <p>Conoscere la definizione di probabilità condizionata e saperla interpretare come probabilità in uno spazio campionario ristretto rispetto a quello originale.</p> <p>Ipotizzare dal contesto oppure dedurre tramite un calcolo se due eventi sono dipendenti oppure indipendenti.</p>	<p>Conoscere le definizioni di probabilità e gli assiomi di Kolmogorov.</p> <p>Applicare il linguaggio degli insiemi alla probabilità e dimostrare alcune semplici proprietà.</p> <p>Risolvere problemi in cui sono presenti i concetti di indipendenza o di probabilità condizionata.</p> <p>Conoscere e applicare il teorema di Bayes e la legge di Bernoulli.</p>
<p>Analisi</p> <p><i>L'insieme dei numeri reali.</i></p> <p><i>Limiti di funzioni reali. Limiti notevoli.</i></p> <p><i>Asintoti.</i></p> <p><i>Successioni reali. La serie geometrica. Convergenza e divergenza.</i></p>	<p>Comprendere a livello intuitivo la nozione di limite.</p>	<p>Conoscere il concetto di intorno, l'incompletezza di \mathbb{Q} e la completezza di \mathbb{R}.</p> <p>Conoscere il concetto di limite di funzione.</p> <p>Conoscere le proprietà dei limiti e saperli calcolare. Conoscere e saper utilizzare alcuni limiti notevoli.</p> <p>Capire il concetto di asintoticità di curve. Determinare le equazioni degli asintoti.</p> <p>Definire ed esemplificare successioni, in particolare aritmetiche e geometriche. Calcolarne i limiti. Studiare la convergenza della serie geometrica.</p>

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare ulteriormente la componente teorica e di assegnare uno spazio adeguato alla fase di concettualizzazione. È opportuno che l'insegnamento proponga anche problemi aperti e che richieda agli allievi un lavoro autonomo e personale, atto a promuovere la creatività e il piacere di fare matematica.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti – soprattutto in situazioni nuove –, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico.

L'allievo deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

2.10. Classe quarta – OS linguistiche, umanistiche e artistiche (OS LUA)

L'ultimo anno si caratterizza fundamentalmente per l'introduzione dei procedimenti di derivazione e integrazione. Particolare importanza riveste sia la presa di contatto con alcuni teoremi classici dell'analisi sia l'applicazione del calcolo differenziale e integrale alla geometria (studio di curve, problemi di ottimizzazione, calcolo di aree).

Nel campo della probabilità il discorso è incentrato sul concetto di variabile aleatoria discreta.

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Analisi</p> <p><i>Funzioni continue.</i></p> <p><i>La derivata.</i></p> <p><i>Regole di derivazione.</i></p> <p><i>Teoremi classici sulle funzioni continue e derivabili.</i></p> <p><i>Studio di funzioni reali e problemi di ottimizzazione.</i></p> <p><i>L'integrale.</i></p> <p><i>Teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</i></p> <p><i>Integrazione immediata. Tecniche di integrazione.</i></p>	<p>Comprendere a livello intuitivo la nozione di funzione continua.</p> <p>Conoscere la definizione formale di derivata, e saperla interpretare graficamente.</p> <p>Saper derivare una data funzione utilizzando le regole della linearità, del prodotto, del quoziente e della composizione.</p> <p>Saper formalizzare semplici problemi di ottimizzazione e risolverli con l'ausilio del calcolo differenziale.</p> <p>Comprendere a livello intuitivo una definizione di integrale definito.</p> <p>Conoscere la relazione tra derivazione e integrazione.</p> <p>Saper integrare semplici funzioni, facendo uso dell'integrazione diretta e delle regole della linearità.</p>	<p>Definire la continuità e conoscere le proprietà delle funzioni continue. Riconoscere i vari tipi di discontinuità.</p> <p>Saper determinare l'equazione della retta tangente a una curva in un suo punto.</p> <p>Calcolare derivate di ordine superiore.</p> <p>Conoscere le proprietà delle funzioni derivabili e i principali teoremi (Rolle, Lagrange).</p> <p>Risolvere limiti nelle forme di indecisione con l'aiuto del teorema di De l'Hôpital.</p> <p>Usare gli strumenti dell'analisi per studiare l'andamento di una funzione (asintoti, monotonia, concavità) e per rappresentarla graficamente.</p> <p>Saper formalizzare e risolvere problemi di ottimizzazione.</p> <p>Conoscere i concetti di integrale definito e indefinito di una funzione continua.</p> <p>Conoscere e saper applicare il teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</p> <p>Applicare alcune tecniche di integrazione (sostituzione, integrazione per parti) in casi semplici.</p> <p>Applicare l'integrale per il calcolo di aree.</p>
<p>Probabilità e statistica</p> <p><i>Variabili aleatorie discrete, distribuzioni di probabilità.</i></p> <p><i>Valore atteso (speranza matematica) e varianza.</i></p> <p><i>La distribuzione binomiale. Introduzione alla distribuzione normale.</i></p>		<p>Capire i concetti di variabile aleatoria discreta e di distribuzione di probabilità.</p> <p>Saper ricavare le funzioni di distribuzione di probabilità e di ripartizione, e applicarle in qualche caso elementare.</p> <p>Saper calcolare il valore atteso e la varianza di una variabile aleatoria discreta.</p> <p>Riconoscere i contesti in cui viene usata la distribuzione binomiale e saperla applicare. Approssimare una distribuzione binomiale mediante la distribuzione normale.</p>

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare ulteriormente la componente teorica e di assegnare uno spazio adeguato alla fase di concettualizzazione. È opportuno che la programmazione dell'insegnamento preveda attività finalizzate alla ripresa e al consolidamento di tecniche, strategie e concetti appresi in capitoli e periodi diversi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti – soprattutto in situazioni nuove –, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico.

L'allievo deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

2.11. Classe seconda – OS BIC e FAM

Nel corso del secondo anno si affrontano argomenti che esigono una certa capacità d'astrazione, in particolare per quanto riguarda la geometria a tre dimensioni e la sua interpretazione vettoriale. Si dovranno apprendere un linguaggio e un simbolismo atti a descrivere correttamente entità geometriche dal punto di vista algebrico, vettoriale e trigonometrico. Il programma si completa con lo studio delle funzioni esponenziali e logaritmiche e di alcune loro applicazioni.

La caratterizzazione di questo corso, rispetto a quello proposto nelle altre opzioni specifiche, si configura soprattutto per il maggior grado di approfondimento da assegnare ai vari argomenti.

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Trigonometria e goniometria</p> <p><i>Misura degli angoli</i></p> <p><i>Rapporti trigonometrici</i></p> <p><i>Funzioni goniometriche e loro inverse</i></p> <p><i>Relazioni goniometriche</i></p> <p><i>Equazioni goniometriche</i></p> <p><i>Teoremi dei seni e del coseno</i></p> <p><i>Problemi trigonometrici</i></p>	<p>Saper esprimere ampiezze in gradi sessagesimali e radianti, passando da un'unità all'altra, nonché saper calcolare lunghezze di archi e aree di settori circolari.</p> <p>Conoscere le definizioni di seno, coseno e tangente nel triangolo rettangolo; saperle impiegare, con l'ausilio di una calcolatrice scientifica, nella risoluzione di problemi geometrici elementari.</p> <p>Conoscere le definizioni delle funzioni seno, coseno e tangente nella circonferenza goniometrica, saperne tracciare i grafici ed averne presenti alcune applicazioni.</p> <p>Conoscere le definizioni e le rappresentazioni grafiche delle funzioni goniometriche inverse.</p> <p>Saper interpretare sulla circonferenza goniometrica alcune relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche (Teorema di Pitagora in forma goniometrica, periodicità, relazioni per angoli opposti, complementari e supplementari) e applicarle nella semplificazione di semplici espressioni.</p>	<p>Sapere ricavare geometricamente i valori esatti di seno, coseno e tangente di angoli particolari. Individuare la formula opportuna per una data situazione.</p> <p>Applicare le formule fondamentali per determinare i valori di seno, coseno e tangente per un angolo dato.</p> <p>Riconoscere la non linearità delle funzioni goniometriche.</p> <p>Conoscere il ruolo dei parametri nella funzione $f(x)=y_0+A \sin(\square \square x+\square)$.</p> <p>Conoscere e applicare le formule di addizione e altre formule da esse derivate (<i>duplicazione, bisezione</i>).</p> <p>Definire e conoscere le funzioni goniometriche inverse e operare con esse.</p> <p>Risolvere equazioni goniometriche elementari ed equazioni a esse riconducibili.</p> <p>Risolvere problemi geometrici riconducibili a triangoli, anche non rettangoli e in contesti tridimensionali; interpretare i risultati.</p> <p>Conoscere e saper utilizzare i teoremi dei seni e del coseno.</p> <p>Applicare le conoscenze di trigonometria a situazioni concrete (per esempio: proiezioni ortogonali, triangolazioni).</p>
<p>Geometria vettoriale e analitica</p> <p><i>Vettori geometrici e aritmetici nel piano e nello spazio.</i></p> <p><i>Isomorfismo tra gli spazi vettoriali geometrico e algebrico.</i></p> <p><i>Operazioni basilari con vettori, combinazioni lineari.</i></p> <p><i>Dipendenza e indipendenza lineare. Base e dimensione.</i></p>	<p>Conoscere i concetti di vettore e di combinazione lineare e saper applicare e interpretare geometricamente le proprietà essenziali del calcolo vettoriale.</p> <p>Saper identificare un punto tramite le sue coordinate; saper risolvere problemi elementari nel piano.</p> <p>Conoscere e distinguere le rappresentazioni algebriche di una retta nel piano e nello spazio, avendo in particolare presenti le</p>	<p>Conoscere i concetti di dipendenza e indipendenza lineare e la loro interpretazione geometrica (collinearità, complanarità). Esprimere un vettore rispetto a una base assegnata.</p> <p>Distinguere i concetti di vettore geometrico e vettore aritmetico e identificarli per mezzo di una base del piano o dello spazio.</p> <p>Comprendere le operazioni fondamentali fra vettori dal punto di vista geometrico e algebrico.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p><i>Prodotto scalare nel piano e nello spazio.</i></p> <p><i>Determinante 2x2.</i></p> <p><i>Geometria analitica elementare del piano: rette e circonferenze.</i></p> <p><i>Geometria analitica elementare dello spazio: rette.</i></p>	<p>peculiarità delle descrizioni cartesiana e parametrica.</p>	<p>Applicare il calcolo vettoriale a problemi assegnati con dati non necessariamente vettoriali. Tradurre in termini vettoriali situazioni geometriche.</p> <p>Applicare le proprietà del prodotto scalare e del determinante per risolvere semplici problemi metrici relativi ad angoli e distanze.</p> <p>Saper ricavare l'equazione di una circonferenza nel piano cartesiano. Studiare la posizione reciproca di rette e circonferenze.</p> <p>Risolvere situazioni di geometria inerenti rette e circonferenze usando gli strumenti della geometria analitica.</p>
<p>Funzioni esponenziali e logaritmiche</p> <p><i>Funzione esponenziale.</i></p> <p><i>Funzione logaritmica.</i></p> <p><i>Proprietà dei logaritmi.</i></p> <p><i>Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.</i></p> <p><i>Applicazioni.</i></p>	<p>Conoscere le regole del calcolo con le potenze (a esponenti reali) e con i logaritmi, e saperle applicare nello sviluppo e nella semplificazione di espressioni formali.</p> <p>Conoscere e saper interpretare graficamente le proprietà essenziali delle funzioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Conoscere le peculiarità della crescita (rispettivamente decrescita) esponenziale e logaritmica e risolvere semplici problemi relativi a queste ultime.</p> <p>Risolvere equazioni esponenziali e logaritmiche riconducendole a equazioni lineari, quadratiche, fratte o altre equazioni note, prestando particolare attenzione alle condizioni di esistenza.</p>	<p>Capire il ruolo della base, distinguendo i vari casi.</p> <p>Comprendere intuitivamente una definizione del numero di Eulero.</p> <p>Saper rappresentare graficamente le funzioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Trovare i domini di funzioni composte.</p> <p>Risolvere equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.</p> <p>Conoscere alcune applicazioni della crescita esponenziale e logaritmica ad altre discipline.</p>

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare la fase di concettualizzazione, di sensibilizzare alla pratica del ragionamento logico-deduttivo e di favorire la riflessione. L'insegnamento deve proporre problemi aperti e richiedere agli allievi un lavoro autonomo e personale, improntato anche alla creatività e al piacere di fare matematica.

Valutazione

La valutazione deve tenere nella giusta considerazione, oltre alla normale verifica degli obiettivi legati alla materia, gli aspetti relativi all'autonomia di pensiero, soprattutto in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo razionale e coerente. Deve essere promossa la capacità di espressione, anche orale, sui contenuti dell'insegnamento.

2.12. Classe terza – OS BIC e FAM

Nel terzo anno si introducono la manipolazione di quantità infinitamente piccole o infinitamente grandi e il concetto di passaggio al limite, che costituisce uno dei cardini del programma.

Alcuni argomenti richiedono una buona capacità di astrazione, come ad esempio la formalizzazione della struttura di spazio vettoriale, le applicazioni lineari e i concetti di limite e derivata. Si precisa ulteriormente il significato di modello matematico e della sua applicazione in situazioni concrete (fenomeni stocastici, problemi geometrici, leggi fisiche).

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Analisi: limiti e derivate</p> <p><i>L'insieme dei numeri reali.</i></p> <p><i>Limiti di funzioni reali. Limiti notevoli.</i></p> <p><i>Asintoti.</i></p> <p><i>Funzioni continue.</i></p> <p><i>La derivata. Regole di derivazione.</i></p> <p><i>Teoremi classici sulle funzioni continue e derivabili.</i></p> <p><i>Studio di funzioni reali.</i></p> <p><i>Problemi di ottimizzazione.</i></p>	<p>Comprendere a livello intuitivo la nozione di limite e di funzione continua.</p> <p>Conoscere la definizione formale di derivata, e saperla interpretare graficamente.</p> <p>Saper derivare una data funzione utilizzando le regole della linearità, del prodotto, del quoziente e della composizione.</p> <p>Saper formalizzare semplici problemi di ottimizzazione e risolverli con l'ausilio del calcolo differenziale.</p>	<p>Conoscere il concetto di intorno, l'incompletezza di \mathbb{Q} e la completezza di \mathbb{R}. Conoscere alcuni concetti basilari della topologia della retta reale.</p> <p>Conoscere le definizioni formali dei limiti di funzione e saperle applicare in alcuni semplici casi. Conoscere e giustificare proprietà e teoremi sui limiti.</p> <p>Saper calcolare limiti, anche nelle forme di indecisione, utilizzando se necessario i limiti notevoli.</p> <p>Capire il concetto di asintoticità di curve. Determinare le equazioni degli asintoti.</p> <p>Definire la continuità e conoscere le proprietà delle funzioni continue. Riconoscere i vari tipi di discontinuità.</p> <p>Saper determinare l'equazione della retta tangente a una curva in un suo punto.</p> <p>Calcolare derivate di ordine superiore.</p> <p>Conoscere le proprietà delle funzioni derivabili e i principali teoremi (Rolle, Lagrange, Cauchy). Risolvere limiti nelle forme di indecisione di vario tipo con l'aiuto del teorema di De l'Hôpital.</p> <p>Usare gli strumenti dell'analisi per studiare l'andamento di una funzione (asintoti, monotonia, concavità) e per rappresentarla graficamente.</p> <p>Saper formalizzare e risolvere problemi di ottimizzazione.</p> <p>Conoscere e applicare qualche procedimento numerico per risolvere equazioni (p.es. teorema degli zeri, metodo di Newton-Raphson).</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Geometria vettoriale e analitica dello spazio tridimensionale</p> <p><i>Rette, piani e sfere nello spazio.</i></p> <p><i>Prodotto scalare, prodotto vettoriale e prodotto misto. Determinante 3x3.</i></p> <p><i>Problemi metrici.</i></p>	<p>Saper identificare un punto tramite le sue coordinate; saper risolvere problemi elementari nello spazio tridimensionale.</p>	<p>Applicare i concetti di collinearità e complanarità per ricavare le equazioni della retta e del piano nello spazio tridimensionale. Determinare l'equazione di una sfera.</p> <p>Applicare il calcolo vettoriale a problemi assegnati con dati non necessariamente vettoriali. Tradurre in termini vettoriali situazioni geometriche.</p> <p>Applicare le proprietà del prodotto scalare, del prodotto vettoriale, del prodotto misto e del determinante per risolvere problemi metrici relativi ad angoli, distanze, aree e volumi.</p> <p>Studiare la posizione reciproca di rette, piani e sfere.</p> <p>Risolvere situazioni di geometria inerenti rette, piani e sfere, usando gli strumenti della geometria analitica.</p>
<p>Algebra lineare: matrici e sistemi di equazioni *)</p> <p><i>Vettori aritmetici a più di 3 dimensioni.</i></p> <p><i>Sistemi di equazioni lineari.</i></p> <p><i>Calcolo matriciale (addizione, moltiplicazione per uno scalare, prodotto, determinante, matrice inversa).</i></p>	<p>Conoscere e utilizzare i vari metodi per risolvere sistemi lineari a 2 o 3 equazioni.</p>	<p>Risolvere e discutere sistemi di equazioni lineari con n equazioni e m incognite; conoscere l'algoritmo di Gauss.</p> <p>Conoscere le operazioni di base del calcolo matriciale. Calcolare determinanti, anche di ordini superiori.</p> <p>Conoscere il concetto di matrice inversa e saperla ricavare.</p>
<p>Elementi di calcolo combinatorio</p> <p><i>Regola del prodotto.</i></p> <p><i>Permutazioni, disposizioni, combinazioni.</i></p> <p><i>Proprietà del coefficiente binomiale. Il teorema binomiale.</i></p>	<p>Saper ricondurre semplici problemi di calcolo combinatorio alla regola del prodotto.</p>	<p>Conoscere le formule per il calcolo di permutazioni, disposizioni e combinazioni, e saperle applicare a problemi di calcolo combinatorio.</p> <p>Conoscere le proprietà del coefficiente binomiale e utilizzarlo anche in ambito algebrico (triangolo di Pascal-Tartaglia e teorema binomiale).</p>
<p>Calcolo delle probabilità</p> <p><i>Definizioni di probabilità; prova aleatoria, spazio campionario, algebra degli eventi.</i></p> <p><i>Probabilità condizionata, eventi indipendenti, teorema di Bayes.</i></p> <p><i>Prove ripetute (legge di Bernoulli).</i></p>	<p>Conoscere la definizione di probabilità classica, riconoscere esperimenti casuali che si possono descrivere mediante probabilità classica e saper calcolare la probabilità degli esiti.</p> <p>Riconoscere esperimenti casuali per i quali le probabilità vanno determinate attraverso frequenze oppure statistiche.</p>	<p>Conoscere le definizioni di probabilità.</p> <p>Conoscere e applicare il modello insiemistico della probabilità. Formalizzare la parte teorica tramite gli assiomi di Kolmogorov e saper dimostrare alcune proprietà.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
	<p>Calcolare la probabilità di un evento applicando opportunamente le formule relative alle operazioni insiemistiche.</p> <p>Conoscere la definizione di probabilità condizionata e saperla interpretare come probabilità in uno spazio campionario ristretto rispetto a quello originale.</p> <p>Ipotizzare dal contesto oppure dedurre tramite un calcolo se due eventi sono dipendenti oppure indipendenti.</p>	<p>Risolvere problemi in cui sono presenti i concetti di indipendenza o di probabilità condizionata.</p> <p>Conoscere e applicare il teorema di Bayes e la legge di Bernoulli.</p>

*) può essere posticipato in IV

Modalità d'insegnamento

Nel corso del terzo anno l'insegnamento propone modelli di ragionamento in situazioni che esigono un'analisi accurata e stimolano a trarre conclusioni, a operare sintesi e a fornire riflessioni di carattere metacognitivo.

È inoltre necessario promuovere l'attitudine a formulare e giustificare ipotesi, anche oralmente e in situazioni nuove.

Valutazione

La valutazione deve tenere nella giusta considerazione, oltre alla normale verifica degli obiettivi legati alla materia, gli aspetti relativi all'autonomia di pensiero, soprattutto in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo razionale e coerente. Deve essere promossa la capacità di espressione, anche orale, sui contenuti dell'insegnamento.

2.13. Classe quarta – OS BIC e FAM

Una parte rilevante del corso di quarta riguarda l'applicazione del metodo differenziale-integrale alla geometria (calcolo di aree e volumi, studio di curve, problemi di ottimizzazione). Si prevede anche l'introduzione al corpo dei numeri complessi \mathbb{C} . Per quanto riguarda il discorso sulla probabilità vengono introdotte le variabili aleatorie e la distribuzione normale, vista anche come limite di quella binomiale.

L'idea di limite resta centrale e assume nuovi aspetti, in relazione a problemi di convergenza (successioni, serie, integrali impropri).

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
<p>Analisi: integrali</p> <p><i>L'integrale.</i></p> <p><i>Teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</i></p> <p><i>Tecniche di integrazione.</i></p> <p><i>Applicazioni del calcolo integrale.</i></p>	<p>Comprendere a livello intuitivo una definizione di integrale definito.</p> <p>Conoscere la relazione tra derivazione e integrazione.</p> <p>Saper integrare semplici funzioni, facendo uso dell'integrazione diretta e delle regole della linearità.</p>	<p>Conoscere i concetti di integrale definito e indefinito.</p> <p>Conoscere e saper applicare il teorema fondamentale del calcolo infinitesimale.</p> <p>Saper applicare le principali tecniche di integrazione (sostituzione, integrazione per parti, integrazione di funzioni razionali).</p> <p>Calcolare integrali impropri.</p> <p>Saper applicare il calcolo integrale alla soluzione di problemi geometrici (aree nel piano, volumi e superfici di solidi di rotazione, lunghezze di archi).</p>
<p>Numeri complessi</p> <p><i>Il campo \mathbb{C} dei numeri complessi.</i></p> <p><i>Il piano di Gauss.</i></p> <p><i>Forma cartesiana e forma polare.</i></p> <p><i>Le formule di Eulero e di De Moivre.</i></p> <p><i>Potenze e radici.</i></p> <p><i>Funzioni complesse.</i></p>		<p>Saper calcolare in \mathbb{C} e conoscere le proprietà del campo complesso.</p> <p>Risolvere equazioni quadratiche in \mathbb{C}.</p> <p>Comprendere la rappresentazione geometrica di un numero complesso nel piano di Gauss. Definire modulo, argomento e coniugato di un numero complesso.</p> <p>Applicare le formule di Eulero e di De Moivre, ad esempio al calcolo di potenze n-esime e all'estrazione di radici n-esime di numeri complessi.</p> <p>Studiare le trasformazioni di Möbius o altri esempi significativi di funzioni nel campo complesso.</p> <p>Comprendere, almeno a livello intuitivo, il <i>teorema fondamentale dell'algebra</i>.</p> <p>Studiare processi iterativi in \mathbb{C} accennando alle strutture frattali.</p>
<p>Algebra lineare: spazi vettoriali e applicazioni lineari</p> <p><i>Spazi vettoriali e applicazioni lineari.</i></p>		<p>Conoscere i concetti di spazio vettoriale, sottospazio vettoriale e applicazione lineare.</p> <p>Rappresentare applicazioni lineari mediante matrici e trovarne nucleo e immagine.</p>

Campi e argomenti	Competenze di base	Ulteriori competenze
		<p>Comporre applicazioni lineari e operare con matrici. Conoscere la condizione di esistenza della matrice inversa.</p> <p>Ricavare matrici di isometrie e di similitudini.</p>
<p>Analisi: successioni e serie</p> <p><i>Il principio di induzione. *)</i></p> <p><i>Successioni reali. *)</i></p> <p><i>Convergenza e divergenza. *)</i></p> <p><i>La serie geometrica.</i></p> <p><i>Serie convergenti e divergenti.</i></p> <p><i>Polinomi di Taylor, sviluppi in serie di potenze.</i></p>	<p>Conoscere il concetto di limite di una successione.</p>	<p>Dimostrare enunciati applicando il principio di induzione.</p> <p>Definire ed esemplificare successioni, anche con formule ricorsive, e calcolarne i limiti.</p> <p>Comprendere il concetto di serie numerica. Studiare la convergenza della serie geometrica e di altre serie con i criteri di convergenza (confronto, quoziente, radice).</p> <p>Calcolare somme notevoli.</p> <p>Acquisire il concetto di “vari gradi di approssimazione”. Definire e calcolare un polinomio di Taylor di n-esimo ordine e gli sviluppi in serie di una funzione derivabile (serie di Taylor).</p>
<p>Variabili aleatorie</p> <p><i>Variabili aleatorie discrete, distribuzioni di probabilità.</i></p> <p><i>Valore atteso (speranza matematica) e varianza.</i></p> <p><i>La distribuzione binomiale. Altri tipi di distribuzione (Poisson, geometrica, uniforme).</i></p> <p><i>Variabili aleatorie continue.</i></p> <p><i>La distribuzione normale.</i></p>		<p>Capire i concetti di variabile aleatoria discreta e di distribuzione di probabilità.</p> <p>Saper ricavare le funzioni di distribuzione di probabilità e di ripartizione, e applicarle in qualche caso elementare.</p> <p>Saper calcolare il valore atteso e la varianza di una variabile aleatoria discreta.</p> <p>Riconoscere i contesti in cui vengono usate le distribuzioni più importanti e saperle applicare.</p> <p>Definire il concetto di variabile aleatoria continua e presentare alcuni esempi significativi. Capire il passaggio dal discreto al continuo, anche per i concetti di valore atteso e varianza.</p> <p>Definire la distribuzione normale e la sua standardizzazione. Approssimare una distribuzione binomiale mediante la distribuzione normale.</p> <p>Comprendere, almeno a livello intuitivo, la legge dei grandi numeri e il teorema del limite centrale.</p>

*) può essere anticipato in III

Modalità d'insegnamento

L'obiettivo del quarto anno è quello di definire una rete concettuale che promuova una visione ordinata dei contenuti studiati in matematica; a questo scopo la programmazione deve prevedere nel corso dell'anno un tempo adeguato da dedicare alla ripetizione, alla sintesi e all'organizzazione delle conoscenze apprese. Si suggerisce di svolgere attività che prevedano l'utilizzo di tecniche, strategie e concetti appresi in capitoli e periodi diversi.

Valutazione

La valutazione deve tenere nella giusta considerazione, oltre alla normale verifica degli obiettivi legati alla materia, gli aspetti relativi all'autonomia di pensiero, soprattutto in situazioni nuove, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo razionale e coerente. Deve essere promossa la capacità di espressione, anche orale, sui contenuti dell'insegnamento.