

**SUPSI**

Quaderni di ricerca

# Indagine sulle conoscenze di matematica 2007/2010 nel II ciclo della scuola elementare

Rapporto conclusivo del gruppo di lavoro all'Ufficio scuole comunali

Ivo Dellagana, Franco Losa e Alberto Piatti





## Premessa

Questo rapporto illustra i risultati di un'indagine sulle conoscenze e competenze in matematica svolta su campione numericamente importante di allievi di terza, quarta e quinta elementare del Cantone Ticino tra il 2007 e il 2010. L'indagine ha permesso di valutare il grado di raggiungimento degli obiettivi formulati nei programmi per la scuola elementare nel secondo ciclo e, allo stesso tempo, di evidenziare una serie di argomenti problematici che necessiterebbero di un approfondimento attraverso una ricerca scientifica di tipo qualitativo oppure attraverso una formazione continua dei docenti attivi nelle scuole elementari del Canton Ticino.



# Sommario

1	Interrogativi di ricerca e struttura dell'indagine.....	7
2	Campione di allievi considerato e materiali.....	8
2.1	Tre gruppi (campioni) diversi di allievi.....	8
2.2	Materiali utilizzati.....	8
2.3	Allievi meno esperti, poco esperti, esperti e molto esperti.....	9
2.3	Schema per la lettura dei dati.....	10
3	Risultati dell'indagine.....	11
3.1	Confronto tra gli allievi del <b>gruppo A</b> e quelli del <b>gruppo B</b> .....	11
3.2	Risultati in breve.....	12
3.3	Risposte agli interrogativi iniziali.....	13
3.3.1	Obiettivi raggiunti a inizio e fine 3a, a inizio e fine 4a, a fine 5a.....	13
3.3.2	Allievi che, al termine dell'anno scolastico non raggiungono gli obiettivi della classe precedente.....	14
3.3.3	Allievi che raggiungono a fine dell'anno scolastico solo gli obiettivi della classe precedente.....	16
3.3.4	Relazioni tra allievi esperti e molto esperti al termine della 3a, 4a e 5a.....	17
3.3.5	Flessione negativa dopo la pausa estiva.....	17
3.4	Competenze degli allievi alla fine del I ciclo.....	18
4	Utilità e limiti dell'indagine.....	20
5	Conclusioni e possibili indirizzi di ricerca.....	21
6	Appendici.....	22
	<b>Appendice A:</b> Dati dettagliati e note relative ai 21 argomenti.....	23
	<b>Appendice B:</b> Classi 5e, differenze tra gli allievi del gruppo A e del gruppo B.....	59
	<b>Appendice C:</b> Classi 4e, differenze tra gli allievi del gruppo A e del gruppo B.....	60
	<b>Appendice D:</b> Evoluzione delle competenze del gruppo A nel II ciclo.....	61
	<b>Appendice E:</b> Campioni di allievi considerati.....	62
	<b>Appendice F:</b> In che misura gli allievi hanno raggiunto gli obiettivi previsti alla fine delle diverse classi?.....	63
	<b>Appendice G:</b> Quanti sono gli allievi che al termine dell'anno scolastico non raggiungono gli obiettivi della classe precedente?.....	65
	<b>Appendice H:</b> Quanti sono gli allievi che raggiungono alla fine dell'anno scolastico solo gli obiettivi della classe precedente?.....	66
	<b>Appendice I:</b> Quale flessione si registra dopo la pausa estiva?.....	67
	<b>Appendice L:</b> Allievi esperti e molto esperti, qual è il rapporto?.....	68
	<b>Appendice M:</b> Dati degli allievi del gruppo A dal 2007 al 2010.....	69
	<b>Appendice N:</b> Dati sulle competenze degli allievi al termine del I ciclo.....	74
	<b>Appendice O:</b> Lista dei documenti prodotti durante l'indagine.....	76



# 1 Interrogativi di ricerca e struttura dell'indagine

Nella primavera del 2007 è stato deciso, da parte dell'USC e dell'ASP, di avviare un'indagine relativa alle conoscenze/competenze in ambito matematico nel II ciclo SE.

In particolare, sono stati formulati i seguenti interrogativi di ricerca:

- a) In che misura gli allievi hanno raggiunto gli obiettivi previsti a fine 2a (inizio e fine 3a) e a fine 4a?
- b) Quanti sono gli allievi che, al termine dell'anno scolastico, non raggiungono gli obiettivi della classe precedente? E rispetto a quali argomenti soprattutto?
- c) Quanti sono gli allievi che raggiungono alla fine dell'anno scolastico solo gli obiettivi della classe precedente?
- d) Qual è la percentuale di allievi "esperti", rispettivamente "molto esperti" a fine 3a, fine 4a e fine 5a?
- e) Quale flessione negativa si registra dopo la pausa estiva?

Non potendo, a quel momento, per mancanza di risorse, costruire una prova specifica per ogni classe, si è pensato di sfruttare i materiali già presenti nelle classi del II ciclo SE del Cantone che attuano l'approccio DIMAT<sup>1</sup>.

Il momento dell'auto-valutazione di inizio anno, che tutte le classi DIMAT svolgono nel corso delle prime settimane di scuola, è sembrato adeguato per raccogliere dei dati utili, su un campione sicuramente significativo di allievi (5634 su un totale di 9136), e per avviare una riflessione sulle acquisizioni ad inizio anno in ambito matematico nelle classi di 3a, 4a e 5a.

A tutti i docenti che in Ticino utilizzano l'approccio DIMAT è stato dunque richiesto di trasmettere all'USC, attraverso una specifica tabella, i dati relativi all'auto-valutazione che ogni allievo svolge regolarmente a inizio anno scolastico.

---

<sup>1</sup> Per chi non conoscesse l'approccio DIMAT e, in particolare, volesse conoscere il significato e le modalità di attuazione dell'autovalutazione iniziale, rinviamo al relativo testo: Dellagana, I. & Losa, F., *DIMAT. Differenziare in MATEMATICA. Approccio differenziato all'apprendimento della matematica nel II ciclo della scuola elementare*. Bellinzona, Salvioni Edizioni, 2002. I materiali utilizzati dagli allievi sono pure pubblicati dall'editore Salvioni.

## 2 Campione di allievi considerato e materiali

All'inizio dell'indagine, a settembre 2007, il campione considerato comportava:

- il **61% del totale degli allievi del II ciclo** delle scuole elementari del Cantone Ticino.

Più precisamente:

- il 54% degli allievi di **3a**, 1620 su 2975 – definito **gruppo A**
- il 62% degli allievi di **4a**, 1905 su 3052 – definito **gruppo B**
- il 68% degli allievi di **5a**, 2109 su 3109 – definito **gruppo C**

Inizialmente l'indagine doveva limitarsi alla raccolta dei dati del settembre 2007. In seguito, però, considerati l'interesse dei dati forniti e la relativa facilità con cui si potevano raccogliere sfruttando il momento di autovalutazione in DIMAT, è stato deciso di proseguire l'indagine anche a fine anno scolastico 2008, 2009 e 2010.

Per maggiori dettagli rinviamo all'Appendice E.

### 2.1 Tre gruppi (campioni) diversi di allievi

	Anno scolastico 2007-2008		2008-2009	2009-2010
	settembre 2007	giugno 2008	giugno 2009	giugno 2010
<b>3a</b>	<b>gruppo A</b>	<b>gruppo A</b>		
<b>4a</b>	<b>gruppo B</b>	<b>gruppo B</b>	<b>gruppo A</b>	
<b>5a</b>	<b>gruppo C</b>		<b>gruppo B</b>	<b>gruppo A</b>

Nella presentazione dei dati dell'indagine, distinguiamo i diversi campioni di allievi in base alla classe frequentata **durante l'anno scolastico 2007-08** e cioè:

**gruppo A** gli allievi di **3a** del 2007-08, di **4a** nel 2008-09 e di **5a** nel 2009-10.

**gruppo B** gli allievi di **4a** del 2007-08, e di **5a** nel 2008-09.

**gruppo C** gli allievi di **5a** del 2007-08 (di questi allievi disponiamo solo dei dati di settembre 2007).

Il gruppo di allievi che risulta più significativo nell'ambito dell'intera indagine è sicuramente il **gruppo A** composto dalle classi che sono state monitorate durante tutto il II ciclo della scuola elementare.

I dati dei gruppi B e C hanno soprattutto lo scopo di permettere una verifica circa l'attendibilità dei dati del gruppo principale di riferimento, ossia il **gruppo A**.

### 2.2 Materiali utilizzati

Nei materiali DIMAT si distinguono i Fogli gialli (fogli di valutazione) che costituiscono nel loro insieme i materiali dell'autovalutazione iniziale. I Fogli gialli sono svolti dall'allievo individualmente (ad eccezione di quelli relativi al calcolo orale che sono affrontati con l'ausilio del docente o di un compagno). I Fogli gialli vengono proposti ad inizio anno (settembre) e coprono i 21 argomenti del Programma SE (riassunti nella Tabella di autovalutazione). Ogni argomento è diviso in tre livelli (F) facile; (M) medio; (D) difficile. Il livello minimo (livello F), corrisponde a



contenuti e a competenze del programma dell'anno precedente. Per tale motivo è importante considerare, nell'analisi dei risultati di inizio anno, le differenze fra le percentuali di riuscita ai livelli "F" e quelle ai livelli "zero".

I livelli M o D corrispondono al programma dell'anno, e il loro superamento implica la padronanza parziale o completa dell'argomento.

I 21 argomenti sono divisi, considerando i grandi capitoli, in numeri, segni aritmetici, frazioni, calcoli (+; -; x; : ; orale, mentale, scritto), misure (lunghezza, peso, capacità, valore, tempo), diagrammi.

Per calcolo orale si intende il calcolo che viene proposto (dal docente o dal compagno) per via orale e che l'allievo deve risolvere senza il supporto visivo. Nel calcolo mentale l'allievo beneficia del supporto scritto, cioè può leggere il calcolo.

A fine anno (giugno) in DIMAT si svolge l'autovalutazione finale, proposta agli allievi (di 3a, 4a, 5a) tramite i fascicoli dei Fogli-Bis. Determinante, a fine anno, è il raggiungimento dei livelli M e D che attestano l'acquisizione del programma previsto per le rispettive classi.

## 2.3 Allievi meno esperti, poco esperti, esperti e molto esperti

Per la presentazione di parte dei dati e di alcune tabelle è stata scelta una modalità che privilegia, per ogni argomento, la visibilità di quattro sottogruppi di allievi:

- allievi "**meno esperti**": coloro che non hanno raggiunto il livello F e che, dunque, a fine anno scolastico, non hanno raggiunto gli obiettivi della classe precedente (sono dunque "in ritardo" di un anno o più);
- allievi "**poco esperti**": coloro che hanno un "ritardo" inferiore a un anno scolastico; cioè gli allievi che hanno superato il livello F e che stanno lavorando per acquisire le conoscenze previste ai livelli M;
- allievi "**esperti**": coloro che hanno superato i livelli M (in genere sono i livelli di padronanza che includono gran parte del Programma dell'anno in corso), ma non il livello D.
- allievi "**molto esperti**": coloro che hanno superato, in un dato argomento, oltre al livello M anche il livello D (ossia tutto il Programma dell'anno in corso).

Il fatto di aver distinto questi diversi gruppi di allievi è un'operazione di per sé "impropria", che si rivela utile unicamente per facilitare la lettura dei dati e, soprattutto, l'identificazione degli argomenti e/o dei livelli più "ostici". Infatti, un allievo può benissimo essere meno esperto in un certo argomento, esperto in qualche altro e, magari, anche molto esperto in un altro ancora. I percorsi degli allievi sono evidentemente diversi per cui distinguerli in "gruppi" è un'operazione molto delicata.

Parliamo dunque di allievi *meno esperti*, *poco esperti*, *esperti* e *molto esperti* in un'accezione ovviamente relativa, ossia riferita al grado di padronanza nei compiti previsti sia nei "Fogli gialli" di autovalutazione, in settembre, sia nei "Fogli Bis", in giugno. Il riferimento a precisi compiti e situazioni può permettere a ognuno, ai docenti soprattutto, di fare un'analisi attenta e puntuale delle competenze degli allievi emerse dall'indagine. Da queste analisi dovrebbero poter emergere in seguito delle richieste puntuali per avviare eventualmente ricerche di tipo qualitativo.

Al punto seguente presentiamo uno schema che riassume quanto appena illustrato in relazione ai dati raccolti e ai diversi gradi di difficoltà-risultato proposti nei materiali DIMAT (livelli).

## 2.3 Schema per la lettura dei dati

Per una migliore comprensione delle osservazioni relativi ai singoli argomenti, sarebbe opportuno che il lettore abbia a disposizione simultaneamente i materiali DIMAT relativi all'auto-valutazione iniziale (fogli gialli) e i fascicoli del "Fogli Bis".

"ZERO": indica che l'allievo, in settembre, non ha raggiunto il livello F nei *Fogli di autovalutazione*, oppure, in giugno nei *Fogli Bis*.

Ricordiamo che i livelli F di DIMAT propongono compiti inerenti il precedente anno scolastico.

Allievi "MENO ESPERTI" che non hanno raggiunto ancora gli obiettivi della classe precedente.

In questo caso, ad esempio, abbiamo, a inizio 3a, il 35% degli allievi che non padroneggia appieno i numeri entro il 100 (programma di 2a). A fine 3a, rimane senza la padronanza dei primi 100 numeri ancora il 2% di questi allievi.

Allievi "ESPERTI" e "MOLTO ESPERTI" che all'inizio dell'anno scolastico raggiungono gli obiettivi della classe precedente (in particolare il livello F).

Nei "Numeri", ad esempio, il 65% degli allievi mostra questa padronanza (somma degli allievi che raggiungono o superano il livello F).

3a

1 - Numeri

1 - Numeri	
Dati relativi al mese di	
<b>settembre 2007</b>	<b>gruppo A</b>
Dati relativi al mese di	
<b>giugno 2008</b>	<b>gruppo A</b>

zero
<b>35%</b>
<b>2%</b>

F	M	D
<b>61%</b>	3	1
<b>8%</b>	<b>4%</b>	
	26	64
	<b>90%</b>	

Allievi "POCO ESPERTI" che raggiungono nel corso del successivo anno scolastico gli obiettivi della classe precedente.

In questo caso, ad esempio, abbiamo l'8% di allievi che raggiungono la padronanza dei numeri fino al 100 (obiettivo di 2a) soltanto alla fine della 3a.

Allievi "ESPERTI" e "MOLTO ESPERTI" che alla fine dell'anno scolastico hanno raggiunto gli obiettivi con un grado "buono" oppure "ottimo".

In 3a, ad esempio, per l'argomento 1-Numeri, abbiamo il 90% di successo con il 26% di allievi che raggiungono il livello M (allievi esperti) e il 64% di allievi che, dopo aver superato il livello M, superano anche il livello D (allievi molto esperti).

## 3 Risultati dell'indagine

### 3.1 Confronto tra gli allievi del **gruppo A** e quelli del **gruppo B**

Disponendo di dati raccolti nel corso dei tre anni (2007-2008, 2008-2009, 2009-2010) su tre campioni diversi di allievi, si è reso necessario verificarne l'attendibilità. Si è perciò deciso di confrontare i dati del **gruppo A** e del **gruppo B**.

L'insieme dei dati emersi da questo confronto (vedi Appendici B e C) mostra unicamente delle leggere differenze nei tassi di riuscita dei due gruppi. **Le differenze emerse possono essere considerate irrilevanti e permettono di attestare l'attendibilità dei dati e delle osservazioni ad essi relative.**

Essendo i dati dei gruppi A e B praticamente simili, per delle analisi qualitative (in particolare quelle relative ai singoli argomenti), **possiamo dunque concentrare la nostra attenzione prevalentemente sugli allievi del gruppo A**, ossia sugli allievi di cui disponiamo i dati dell'intero II ciclo della scuola elementare.

I dati del **gruppo C**, raccolti unicamente nel settembre 2007, sono stati utilizzati soprattutto nell'Appendice O. Visto che i dati relativi ai tre diversi campioni di allievi permettono un confronto attendibile, abbiamo utilizzato anche i dati del **gruppo C**, per alcune nostre considerazioni.

I dati raccolti e analizzati a **fine 4a** mostrano che gli allievi del **gruppo A** erano "in ritardo" del 3,68% rispetto agli allievi del **gruppo B**.

L'Appendice C mostra le seguenti percentuali:

MEDIA	+2.04%	+1.64%	-0.10%	-3.58%
	allievi meno esperti	allievi poco esperti	allievi esperti	allievi molto esperti
	+3.68%		-3.68%	

I dati di **fine 5a** mostrano invece che gli allievi del **gruppo A** "superano" del 2,10% gli allievi del **gruppo B**.

L'Appendice B mostra le seguenti percentuali:

MEDIA	+0.33%	-2.43%	+0.67%	+1.43%
	allievi meno esperti	allievi poco esperti	allievi esperti	allievi molto esperti
	-2.10%		+2.10%	

Nel corso della 5a elementare i dati rivelano che il **gruppo A**, rispetto al **gruppo B**, ha:

- "recuperato" in parte il numero di allievi meno esperti (-1,71%, ossia 2,04-0,33)
- ridotto il numero di allievi poco esperti (- 4.07%)
- aumentato il numero degli allievi esperti (+0.77%)
- aumentato, soprattutto, il numero di allievi molto esperti (+5.01%)

Possiamo dunque affermare che le 5e del 2009-2010, pur partendo nelle precedenti classi da una situazione di maggiore "debolezza", rispetto alle 5e del 2008-2009 hanno ottenuto risultati migliori nella misura del 5% circa.

Le variabili in gioco sono evidentemente molte e non possiamo dunque sapere quali siano i fattori che maggiormente hanno contribuito a questo "recupero".

Un "recupero", però, che deve essere relativizzato dal fatto che i «Fogli Bis» utilizzati dagli allievi hanno subito alcune modifiche nel corso del 2009<sup>2</sup>.

Facciamo inoltre l'ipotesi che i dati dell'indagine del 2008-2009 (documento G), messi a disposizione di tutti i docenti, abbiano avuto un'influenza positiva: ci riferiamo in particolare alle segnalazioni che avevamo fatto sugli argomenti ai quali sarebbe stato necessario prestare una maggiore attenzione in 5a, in particolare: sottrazioni, divisioni, misure e diagrammi, argomenti nei quali effettivamente c'è stato un leggero miglioramento.

## 3.2 Risultati in breve

Focalizzando la nostra attenzione sugli allievi del **gruppo A**, possiamo ora presentare alcune percentuali significative.

Dati degli allievi del **gruppo A** sull'arco del II ciclo.

I dati presentati nella tabella seguente rappresentano la media dei risultati ottenuti nei 21 argomenti considerati (vedi Appendice F).

(Dati arrotondati al decimo)

	Zero	F	M	D
A inizio 3a - 2007	43.6%	56.4%		
A fine 3a - 2008	5.2%	18.2%	37.4%	39.2%
A fine 4a - 2009	6.1%	14.8%	42.9%	36.2%
A fine 5a - 2010	5.3%	10.8%	40.6%	43.3%

Se sommiamo i dati della casella "zero" con la casella F degli anni successivi (23,4% a fine 3a, 20,9% a fine 4a e 16,1% a fine 5a), ossia i dati degli allievi meno esperti e poco esperti, siamo sempre di molto inferiori al grado di difficoltà registrato all'inizio del II ciclo (43,6%), cioè a inizio 3a. Pur sottraendo dal 43,6% la "normale" flessione negativa del 20% che si registra dopo la pausa estiva (vedi quanto sviluppato alla sezione 3.3.5.), permane un ulteriore 23% di allievi con importanti difficoltà rispetto agli obiettivi del I ciclo (vedi sezione 3.2).

Evoluzione nel corso del II ciclo rispetto alla situazione di fine 3a.

I dati qui sotto presentati, considerano la media dei risultati ottenuti nei 21 argomenti (vedi Appendice M).

<sup>2</sup> Gli allievi del gruppo A hanno utilizzato dei materiali che rispetto a quelli del gruppo B erano leggermente modificati. I cambiamenti essenziali tra le due diverse edizioni dei Fogli Bis riguardano essenzialmente i livelli F nei quali le operazioni che concernevano i numeri decimali sono state tolte per essere spostate ai livelli M.

	Zero	F	M	D
Situazione a fine 3a - 2008	5.2%	18.2%	37.4%	39.2%
Evoluzione a fine 4a - 2009	+0.9%	-3.4%	+5.5%	-3.0%
Evoluzione a fine 5a - 2010	+0.1%	-7.4%	+3.2%	+4.1%

- Il numero di allievi meno esperti, casella "zero", rimane più o meno stabile nel corso del II ciclo e si attesta attorno al 5-6%.
- Si riduce invece progressivamente, nel corso della 4a (-3,4%) e della 5a (-7,4%), il numero degli allievi poco esperti, casella F, a vantaggio degli allievi esperti e molto esperti.
- In 4a aumenta soprattutto il gruppo degli allievi esperti, mentre in 5a sono gli allievi più esperti ad attestare l'aumento più significativo (da un -3.0% passano a un +4.1% mostrando un crescita di più del 7%.

Nell' Appendice M è possibile analizzare questa situazione alla luce dei dati relativi ad ogni argomento.

### 3.3 Risposte agli interrogativi iniziali

Con l'ultima raccolta di dati di giugno 2010 siamo ora in grado di fornire un quadro aggiornato e completo rispetto agli interrogativi di ricerca che ci eravamo posti (vedi sezione 1). Presentiamo nei punti seguenti una sintesi di quanto emerso, rinviando per maggiori dettagli alle diverse Appendici.

#### 3.3.1 Obiettivi raggiunti a inizio e fine 3a, a inizio e fine 4a, a fine 5a

Per rispondere a questo importante interrogativo abbiamo analizzato i dati sia del **gruppo principale A** (che ha terminato la scuola elementare nel 2010), sia quelli del **gruppo B** che ha concluso la scolarità elementare nel giugno 2009.

Riprendiamo solo i dati complessivi; per i dati completi, relativi ai 21 argomenti, rinviamo all'Appendice F.

	Obiettivi raggiunti a...			
	inizio 3a	fine 3a	fine 4a	fine 5a
	<b>gruppo A</b>	<b>gruppo A</b>	<b>gruppo A</b>	<b>gruppo A</b>
	sett. 2007	giu. 2008	giu. 2009	giu. 2010
<b>MEDIA</b>	56.6%	77.0%	79,1%	84,0%
		+20,4%	+2,1%	+4,9%

	Obiettivi raggiunti a...		
	inizio 4a	fine 4a	fine 5a
	<b>gruppo B</b>	<b>gruppo B</b>	<b>gruppo B</b>
	sett. 2007	giu. 2008	giu. 2009
<b>MEDIA</b>	54.5%	82.6%	81.8%
		+28,1%	-0,8%

- A inizio anno si attestano per i due gruppi dei punti di partenza più o meno simili, con una differenza trascurabile, che si limita al 2,1%.
- I tassi iniziali dei due gruppi, mediamente del 55% circa, sono dovuti soprattutto alla flessione negativa che si registra regolarmente dopo la pausa estiva (ca. il 20%). Si tratta a volte di “debolezze” (imprecisioni, piccoli errori, confusioni,...) che nel corso delle prime settimane di scuola vengono in genere riprese, però ipotizziamo che ci siano anche difficoltà ben più importanti, legate forse a scelte didattiche inappropriate (ad esempio, le modalità usate nell'estensione del campo numerico).
- Mediamente abbiamo dei risultati finali che si aggirano attorno all'80% per cui, comparando i gruppi A (fine 3a) e B (inizio 4a), la flessione negativa dopo l'estate si situa al 22,5% (a conferma di quanto vedremo al punto 3.3.5).
- Il percorso del **gruppo A** appare inizialmente più lento rispetto al **gruppo B**. Ciò è dovuto, pensiamo, soprattutto alla novità dell'approccio DIMAT che, quando introdotto in 3a, richiede un importante investimento di energia degli allievi nel prendere dimestichezza con le nuove modalità di lavoro, oltre che un tempo considerevole da dedicare agli obiettivi socio-affettivi e meta-cognitivi. A partire dalla 4a l'approccio diventa invece più “economico”.
- La “partenza più lenta” del **gruppo A** si riduce negli anni successivi rispetto al **gruppo B**. Sebbene a fine 4a il divario sia ancora del 3,5%, a vantaggio del **gruppo B**, a fine 5a la situazione si inverte e il **gruppo A** termina la scolarità elementare con un tasso di riuscita dell'84% rispetto all'81,8% del **gruppo B**.
- E' utile rilevare come, per ambedue i campioni considerati, circa il 20% degli allievi non raggiunge a fine anno la padronanza degli “oggetti” considerati (mediamente, sui diversi anni, il 17,6% per il **gruppo B** e il 20,9% per il **gruppo A**). Un'attenta analisi dei dati dei vari argomenti mostra come ci sia soprattutto una scarsa riuscita negli argomenti relativi alle misure, alle divisioni mentali e scritte, alle sottrazioni orali e mentali e ai diagrammi (vedi Appendice A). Un'analisi qualitativa dovrebbe permettere di capire le ragioni di questa situazione (ad esempio, abbiamo un tasso di non padronanza di circa il 40% per le misure di capacità e di quasi il 30% per le misure di lunghezza!).
- Se cumuliamo i dati dei due campioni di allievi, considerando solo i dati di fine anno, si conferma che circa il 20% (precisamente il 19,1%) degli allievi non raggiunge gli obiettivi di padronanza (livelli M) previsti per la fine di ogni anno scolastico.

### 3.3.2 Allievi che, al termine dell'anno scolastico non raggiungono gli obiettivi della classe precedente

Si tratta qui degli allievi meno esperti che, rispetto ai Programmi, hanno un ritardo superiore ad un anno scolastico, allievi che nei fogli Bis di giugno non riescono a raggiungere il livello F e che figurano dunque nella casella “zero” delle tabelle utilizzate per la raccolta dei dati. Allievi che, ad esempio, a fine 4a non hanno ancora raggiunto nei diversi argomenti gli obiettivi di fine 3a.

	fine 3a <b>gruppo A</b>	fine 4a <b>gruppo B</b>	fine 4a <b>gruppo A</b>	fine 5a <b>gruppo B</b>	fine 5a <b>gruppo A</b>
	fine 3a	fine 4a	fine 4a	fine 5a	fine 5a
<b>MEDIA</b>	5.2%	4.0%	6.0%	4.9%	5,1%
<b>MEDIA COMPLESSIVA 5 %</b>					

- Dai dati risulta che mediamente abbiamo un allievo su 20, circa uno per classe, che manifesta un ritardo superiore a un anno scolastico.

- Sarebbe interessante confrontare queste percentuali con la percentuale del numero degli allievi seguiti dal Servizio di sostegno pedagogico.
- Se da un lato ci si potevano attendere alcuni ostacoli nelle sottrazioni e nelle divisioni, sorprendono invece le difficoltà riscontrate nel campo delle misure in genere. Ad esempio, in 3a, sembra che un allievo su 10 non sappia misurare la distanza tra due punti segnati sul pavimento, utilizzando delle unità di misura non convenzionali (listelli,...).
- Le medie registrate potrebbero dunque venire abbassate con delle migliori prestazioni nei capitoli "misure", lunghezza e capacità in particolare, nelle sottrazioni mentali e nelle divisioni scritte.
- Anche in questi casi un'analisi qualitativa del tipo di errori e delle difficoltà incontrate, nonché dei materiali utilizzati, potrebbe dare utili indicazioni.

### 3.3.3 Allievi che raggiungono a fine dell'anno scolastico solo gli obiettivi della classe precedente

Si tratta degli allievi poco esperti che, rispetto ai Programmi, hanno meno di un anno di "ritardo". Bisogna comunque considerare il fatto che questi allievi, una volta conquistato il livello F (relativo alla classe precedente), stavano certamente già affrontando gli argomenti del livello M (cioè gli "oggetti" della classe frequentata, pur non avendone ancora raggiunto la padronanza a fine anno scolastico). In questo caso la tabella deve essere dunque letta per difetto.

	obiettivi di 2a raggiunti a fine 3a <b>gruppo A</b>	obiettivi di 3a raggiunti a fine 4a <b>gruppo B</b>	obiettivi di 3a raggiunti a fine 4a <b>gruppo A</b>	obiettivi di 4a raggiunti a fine 5a <b>gruppo B</b>	obiettivi di 4a raggiunti a fine 5a <b>gruppo A</b>
<b>MEDIA</b>	18.3%	13,2%	14.8%	13,3%	10,7%
<b>MEDIA COMPLESSIVA</b>					14%

- La percentuale di allievi definiti "poco esperti" si riduce progressivamente dalla 3a alla 5a per il **gruppo A** : prima del 3,5% nel passaggio dalla 3a alla 4a, poi di un ulteriore 4,1% in 5a. Ciò conferma un progressivo e regolare "recupero" parziale di questi allievi.
- Per il **gruppo B**, invece, la percentuale rimane stabile.
- Un'osservazione attenta dei tassi relativi ai singoli argomenti permette di evidenziare come gli ostacoli maggiori siano ancora rappresentati da misure, divisioni, sottrazioni, frazioni e diagrammi.
- Si conferma inoltre il fatto che le sottrazioni, così come le divisioni, rappresentino senza dubbio un argomento "ostico". Considerato come questa situazione si ripeta da anni, stando alle osservazioni espresse dai docenti durante i corsi di formazione, si dovrebbe probabilmente valutare se i compiti richiesti non siano da semplificare o se le difficoltà non siano da attribuire soprattutto al tipo di scelte didattiche.
- Le frazioni sono un altro argomento su cui riflettere e proporre delle regolazioni; la non padronanza a fine II ciclo supera il 20%.
- Nelle misure, sorprendentemente, visto il tipo di compiti proposti, si riconfermano le importanti difficoltà già segnalate in precedenza.

#### Annotazione relativa alle Appendici G e H

Considerando congiuntamente i dati delle Appendici G e H, risultano in difficoltà circa il 20% degli allievi, di cui il 5% sono da considerare allievi meno esperti, con un ritardo cioè superiore ad un anno scolastico.



### 3.3.4 Relazioni tra allievi esperti e molto esperti al termine della 3a, 4a e 5a

Limitatamente al **gruppo A** evidenziamo il rapporto esistente tra gli allievi esperti e quelli molto esperti, ossia tra coloro che hanno superato il livello M e che stanno lavorando per superare il livello D, e coloro, i molto esperti, che invece l'hanno già superato.

Presentiamo solo i dati riassuntivi, per un'analisi più dettagliata, riferita ai singoli argomenti, rinviamo all'Appendice L.

Relazione tra allievi esperti e allievi molto esperti						
	Fine 3a gruppo A - giugno 2008		Fine 4a gruppo A - giugno 2009		Fine 5a gruppo A - giugno 2010	
	M %	D %	M %	D %	M %	D %
<b>MEDIA arrotondata</b>	<b>37%</b>	<b>40%</b>	<b>43%</b>	<b>36%</b>	<b>41%</b>	<b>43%</b>
<b>SOMMA</b>	<b>77%</b>		<b>79%</b>		<b>84%</b>	

- Nel corso del II ciclo il gruppo degli allievi esperti e molto esperti aumenta progressivamente: 77% -> 79% -> 84%.
- Una ricerca più approfondita dovrebbe permettere di capire in quale misura gli allievi che hanno superato il livello M, circa il 40%, sono più o meno in procinto di superare anche il livello D. Uno dei limiti di questa indagine concerne proprio il fatto di non considerare le riuscite parziali.
- Un'osservazione è doverosa circa gli argomenti delle misure. Infatti queste sono tra gli argomenti dove con più difficoltà gli allievi riescono a superare il livello D. Non è la prima volta che notiamo una certa difficoltà in questi argomenti ed è chiaro che, per un miglioramento generale dei risultati degli allievi, questi capitoli necessitano di essere attentamente analizzati.
- Accanto alle misure, altri ostacoli riguardano soprattutto le frazioni, le sottrazioni e le divisioni orali e scritte. (Abbiamo considerato gli argomenti i cui tassi di riuscita ai livelli D a fine 5a risultano inferiori al 40%).
- Nell'insieme dei 21 argomenti considerati, solo in cinque casi, per i livelli D, si supera la soglia del 50% (argomenti 1, 5, 6, 9,11). Pertanto un attento monitoraggio di tipo qualitativo si giustificerebbe per l'insieme degli argomenti.

### 3.3.5 Flessione negativa dopo la pausa estiva

Per avere utili indicazioni, abbiamo fatto i seguenti confronti:

- Confronto tra i dati di fine 3a raccolti in giugno 2008 con gli allievi del **gruppo A** e i dati di inizio 4a (settembre 2007) raccolti con gli allievi del **gruppo B**.
- Confronto tra i dati di fine 4a raccolti in giugno 2009 con gli allievi del **gruppo A** e i dati di inizio quinta (settembre 2007), raccolti con gli allievi del **gruppo C**.
- Per "obiettivi raggiunti" consideriamo la somma degli allievi che hanno superato il livello M e quelli che hanno superato anche il livello D.

Obiettivi raggiunti a...							
		Fine 3a gruppo A	Inizio 4a gruppo B			Fine 4a gruppo A	Inizio 5a gruppo C
		giu. 2008	sett. 2007			giu. 2009	sett. 2007
<b>MEDIA</b>		77.0%	54.5%			79,1%	58.6%
<b>DIFFERENZA</b>		22.5%				20.5%	

Benché per rispondere a questo interrogativo bisognerebbe preparare una specifica indagine, se confrontiamo i dati a nostra disposizione – pur tenendo sempre presente che vengono comparati campioni diversi di allievi – si conferma la flessione negativa del 22,5% i dopo la pausa estiva a fine 3a e del 20,5% dopo quella a fine 4a.

Quindi, una flessione di circa il 20% sembra essere l'ipotesi più plausibile del calo che gli allievi in genere subiscono rispetto alle competenze raggiunte nelle diverse classi a fine anno scolastico.

Per un'analisi delle flessioni relative ai singoli argomenti, rinviamo all'Appendice I.

### 3.4 Competenze degli allievi alla fine del I ciclo

Come abbiamo visto al punto 3.2, il 43,6% degli allievi a inizio 3a rivela una padronanza insufficiente di una serie di argomenti la cui riuscita è attesa al termine del I ciclo.

I dati raccolti a inizio 3a nel settembre 2007 permettono di evidenziare alcune osservazioni sulle competenze acquisite o meno nei dieci argomenti elencati nella tabella che segue.

Altri dati sono pure stati raccolti rispetto alle competenze degli allievi in argomenti non previsti dai Programmi e sono presentati nell'Appendice N.

I dati si riferiscono alle percentuali della **NON padronanza totale** dei compiti previsti al livello F dei fogli DIMAT di 3a, su un campione di 1620 allievi.

ARGOMENTI PREVISTI NEL PROGRAMMA DI 2a	a inizio 3a fine 2a
<b>Numeri</b>	<b>35%</b>
<b>Segni aritmetici</b>	<b>43%</b>
+ calcolo orale	<b>24%</b>
+ calcolo mentale	<b>31%</b>
- calcolo orale	<b>32%</b>
- calcolo mentale	<b>60%</b>
x calcolo orale	<b>55%</b>
x calcolo mentale	<b>50%</b>
: calcolo orale	<b>63%</b>
<b>Misure di peso</b>	<b>41%</b>
<b>Media</b>	<b>43.6%</b>

- Più di 1/3 degli allievi, nel capitolo numeri, non raggiunge quanto richiesto dal programma di fine 2a ("dire quanto vale una cifra in numeri di due cifre; situare numeri sulla serie numerica entro il 100; leggere e scrivere, anche sotto dettatura, numeri entro il 100; metterli in relazione tra loro, ordinarli.");

- Solo il 57% degli allievi, nel capitolo segni aritmetici, è in grado “mettere in relazione i numeri usando in modo sicuro i segni  $= \neq < > + -$ ”;
- Nell’addizione/calcolo orale (77%) e mentale (69%), così come nella sottrazione/calcolo orale (68%), i tassi di riuscita nelle competenze di fine primo ciclo sono globalmente abbastanza soddisfacenti, pur constatando che 1/3 circa degli allievi non è in grado di risolvere calcoli quali: “(100-40)-50”; “80-30”; “98-5”; “10-7”.
- Nelle sottrazioni mentali il 60% degli allievi non raggiunge, pienamente, l’obiettivo di fine primo ciclo. Calcoli del tipo: 47-20; 50-7; 100-42; 90-34; 36-8, per molti di questi allievi, risultano troppo difficili.
- Nelle moltiplicazioni orali, il 55% degli allievi non sa dire qual è il doppio dei numeri entro il 10. Solo il 45% (F+M), dunque, degli allievi a inizio terza, sa risolvere questo compito!
- Nelle moltiplicazioni mentali, meno del 50% degli allievi è in grado di fare il “doppio” dei primi dieci numeri e di 5 altri numeri (10, 20, 30, 40, 50).
- Nelle divisioni orali, il 63% degli allievi non sa fare la metà di numeri quali: 2; 20; 18; 14; 100; 10....
- Nelle misure di peso, il 59% degli allievi, data una serie di coppie di oggetti, sa fare il confronto definendo l’oggetto più pesante.

Sembra dunque risultare che, nel I ciclo, l’apprendimento in alcuni capitoli (numeri, segni aritmetici, sottrazioni/calcolo mentale, moltiplicazioni/calcolo orale e mentale, divisioni/calcolo orale) meriterebbe un’attenzione particolare.

E interessante notare, consultando l’Appendice N, che del 43,6% di allievi in difficoltà a inizio 3a, solo il 2,4% a fine anno rivela ancora una non padronanza degli obiettivi di fine 2a.

## 4 Utilità e limiti dell'indagine

- **Si tratta di una raccolta di dati, di un'indagine, essenzialmente quantitativa.**

Essa non ha la pretesa di proporre un'analisi qualitativa o una riflessione approfondita sulle ragioni di determinate acquisizioni (o non acquisizioni) di conoscenze/competenze matematiche nelle classi di scuola elementare.

- **La presentazione dei dati ha dei limiti.**

L'indagine si prefigge la messa in evidenza di tendenze che, come detto, sarebbe opportuno approfondire e verificare tramite analisi qualitative future. La logica che fonda l'indagine è, dunque, una logica di constatazione più che di interpretazione.

Non abbiamo la pretesa, se non con alcuni brevi accenni interpretativi, di spiegare i motivi di determinate riuscite o non riuscite nell'acquisizione delle diverse conoscenze/competenze proposte dalle verifiche (dai compiti), presenti nei diversi livelli dei Fogli di valutazione e dei Fogli Bis utilizzati dalle classi.

- **Non sono considerate le conoscenze geometriche.**

Chiaramente, quando parliamo di conoscenze/competenze, ci riferiamo ai 21 argomenti dalla tabella di autovalutazione in DIMAT; non sono, dunque, considerate, le conoscenze/competenze in ambito geometrico.

- **Le conoscenze degli allievi sono sicuramente migliori di quanto i dati evidenzino.**

Il raggiungimento dei vari livelli di prestazione richiedeva la riuscita completa, totale, del compito proposto: non sono state considerate le riuscite parziali. I dati, quindi, vanno interpretati secondo una logica di "approssimazione per difetto". In altre parole, la realtà è sicuramente migliore di quanto i dati mostrino.

- **I compiti proposti nei fogli di valutazione sono specifici e rappresentano parzialmente la conoscenza e la competenza dell'argomento considerato.**

I dati relativi al raggiungimento dei vari livelli di prestazione (zero,F,M,D), sono da relativizzare. Essi rappresentano acquisizioni specifiche e il loro grado di generalizzazione va considerato con prudenza e sempre rapportato alle situazioni e ai compiti previsti nei rispettivi materiali DIMAT.

Ciò non significa, però, che le percentuali di riuscita nei vari compiti dei Fogli di valutazione, non siano, rispetto a tali specifiche prestazioni, significative e non ci forniscano indicazioni utili per intervenire in un'ottica di regolazione, tanto sul piano degli interventi didattici che rispetto alle scelte programmatiche.

- **La raccolta di dati offre importanti opportunità per un primo bilancio quantitativo di acquisizioni in ambito matematico nella SE.**

Essa fornisce, sia ai docenti interessati, sia ai formatori diversi nel settore, sia ai quadri scolastici (Ispettori, Direttori), ricchi spunti per iniziare un'analisi più fine del tipo di acquisizioni degli allievi SE e per interrogarsi sulle relazioni di queste con i Programmi SE. La riflessione che ne potrà scaturire permetterà di sviluppare il discorso, certamente di grande attualità, sui "fondamentali".

- **Non si tratta di una valutazione di DIMAT.**

Benché tutta l'indagine si appoggi sui materiali DIMAT non intendiamo assolutamente fare una valutazione dell'approccio DIMAT. Ciò non toglie che, anche per l'approccio stesso, per una eventuale regolazione dei materiali, questa indagine rappresenti un'ottima opportunità.

## 5 Conclusioni e possibili indirizzi di ricerca

La presente indagine ha permesso di evidenziare una serie di aspetti problematici che meriterebbero un approfondimento dal punto di vista della ricerca e della formazione continua dei docenti. I principali aspetti problematici emersi e i corrispettivi possibili indirizzi di ricerca sono i seguenti.

- I risultati negli argomenti *numeri, segni aritmetici e frazioni* hanno evidenziato delle grosse difficoltà nel relazionare i numeri e nell'utilizzare e interpretare correttamente la notazione matematica ed in particolare la notazione posizionale. In generale, si può dire che emerge una difficoltà nel costruire il senso del numero. Questa difficoltà non è da sottovalutare, in quanto un concetto di numero non sufficientemente robusto può portare a conseguenze importanti in tutti gli ambiti in cui il numero ha un ruolo decisivo, come nel calcolo numerico, in geometria e nelle situazioni che concernono le misure. Sarebbe dunque utile analizzare il tema della costruzione del senso del numero lungo tutto l'arco della scolarità obbligatoria, basandosi su risultati della ricerca scientifica e sugli approcci attualmente praticati nelle scuole ticinesi, e prevedere un adattamento dei Programmi, rispettivamente una formazione continua dei docenti in tal senso.
- I risultati in diversi argomenti (ad esempio nelle frazioni, nelle moltiplicazioni e nelle divisioni) hanno evidenziato dei problemi nell'utilizzo di un linguaggio matematico di uso comune. Gli allievi hanno avuto problemi nell'utilizzare e interpretare correttamente parole di uso comune come ad esempio *doppio* e *metà*. Queste osservazioni invitano a considerare con la dovuta attenzione la questione del linguaggio matematico, ed in particolare il linguaggio matematico elementare. Sarebbe auspicabile preparare i docenti attivi nelle scuole ticinesi sul tema del linguaggio matematico e in generale sui rapporti tra matematica e linguaggio attraverso opportuni dispositivi di formazione continua.
- L'argomento *frazioni* si è rivelato difficilmente accessibile per gli allievi del secondo ciclo. In un momento in cui si sta valutando una possibile revisione dei piani di studio della scuola dell'obbligo, sarebbe importante chinarsi nuovamente sul senso delle frazioni alla scuola elementare, anche nell'ottica della costruzione di un senso del numero, e su un loro eventuale riposizionamento maggiormente coerente con quanto proposto nella scuola media.
- Negli argomenti relativi alle operazioni numeriche, emerge una certa difficoltà a raggiungere un buon livello di padronanza. Emergono, in particolare, difficoltà per quanto riguarda il calcolo orale e mentale. I risultati suggeriscono una certa debolezza nell'ideazione e nell'utilizzo di strategie di calcolo efficaci e nell'utilizzo appropriato di automatismi di calcolo. Le difficoltà sono particolarmente accentuate per la sottrazione e la divisione. Si dovrebbero analizzare i diversi approcci didattici utilizzati nelle scuole elementari per lavorare su automatismi e strategie, alla luce dei risultati della ricerca scientifica, per identificare una serie di buone pratiche didattiche e adattare i Programmi in tal senso.
- Particolarmente sorprendenti sono i risultati relativi alle misure. Il livello di competenza degli allievi in situazioni riguardanti la misura è particolarmente basso. Sarebbe quindi importante identificare in primo luogo gli ostacoli principali legati al concetto di misura. Sulla base di questi risultati, si potrebbe ripensare il posizionamento delle misure nei Programmi per la scuola elementare, sia nel primo che nel secondo ciclo, riconsiderando in particolare la loro importanza come strumento di astrazione e quindi come potenziale elemento di contatto tra i numeri, la geometria e la realtà

## 6 Appendici

## Appendice A: Dati dettagliati e note relative ai 21 argomenti

### 1 - Numeri

#### Risultati del sondaggio

1 - Numeri	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	35%	61%	3	1
			4%	
fine 3a gr. A	2%	8%	26	64
			90%	
inizio 4a gr. B	23%	64%	13	0
			13%	
fine 4a gr. A	4%	8%	39	49
			88%	
inizio 5a gr. C	16%	78%	5	1
			6%	
fine 5a gr. A	4%	7%	17	71
			88%	

#### Osservazioni e considerazioni

- 1/3 degli allievi (il 35% circa) del campione considerato, a inizio 3a, non raggiunge il livello F, cioè: "dire quanto vale una certa cifra in numeri di due cifre; situare numeri sulla serie numerica entro il 100; leggere e scrivere, anche sotto dettatura, numeri entro il 100; metterli in relazione tra loro, ordinarli." 59 allievi su 1620 (4%) raggiungono il livello M e cioè dimostrano di avere una conoscenza dei numeri fino al 500.
- Più di tre allievi su dieci non padroneggiano i numeri entro il 100 a inizio 3a. E nei compiti richiesti non si tratta di operare (+, -, x, :) con i numeri! Come mai questa difficoltà? Dove sta l'ostacolo? Quali tipi di errori sono commessi? Considerata l'importanza di questo argomento, riteniamo indispensabile rispondere a queste domande. Formuliamo l'ipotesi che le significative difficoltà incontrate nel padroneggiare gli argomenti che l'allievo dovrà affrontare successivamente (legate alle operazioni aritmetiche soprattutto) siano da attribuire in buona parte alla non padronanza (sicurezza) nel dare senso ai numeri e nel trattarli correttamente. Questi compiti, a fine 3a, sembrano essere comunque definitivamente risolti (2% di non riuscita).
- Il ritardo accumulato alla fine del I ciclo (35% di allievi non padroneggiano i numeri fino a 100) viene quasi interamente recuperato nel corso della 3a, anche se poi 2 su 3 di questi allievi "meno esperti" rivelano ancora serie difficoltà a inizio 4a (23%) quando è richiesto il dominio dei numeri fino al 1'000. Anche in 4a, però, detto ritardo verrà quasi interamente colmato.

- Nel corso della 3a, passare dal livello M (numeri entro il 500) al livello D (numeri entro il 1000), non dovrebbe rappresentare un particolare ostacolo (strutturalmente non cambia nulla), eppure abbiamo ancora una parte importante di allievi (26%) "fermi al 500". Considerata l'importanza di raggiungere l'intera padronanza dei numeri fino al 1000, sarebbe utile sapere al più presto quali sono gli ostacoli maggiori. Basandoci sulle nostre osservazioni empiriche, formuliamo l'ipotesi che gli ostacoli si presentino soprattutto in relazione ad un insufficiente dominio del valore posizionale delle cifre e, soprattutto, nella difficoltà a stabilire delle relazioni tra i numeri quando si richiede di posizionarli sulla "linea dei numeri" (striscia, corda, linea su di un foglio,...), mostrando un limitato dominio delle regole del sistema numerico decimale.
- A inizio 4a si osserva una progressione positiva del numero di allievi che raggiungono il livello F all'inizio dell'anno scolastico, ossia il 77% (n 3a era del 65% e in 5a salirà all'84%). La conoscenza dei numeri interi fino al 10'000, livello M, pur non essendo un obiettivo dei Programmi di 3a, si rivela essere un livello di competenza relativamente abbordabile per un certo numero di allievi di inizio 4a, ossia per il 13%.
- A fine 4a la padronanza dei numeri fino al 10'000 (livello M) sembra cosa fatta per la maggior parte degli allievi, mentre solo la metà di essi supera anche il livello D dove si richiede la conoscenza dei numeri fino al 100'000 e, soprattutto, la conoscenza dei numeri decimali. Crediamo che gli ostacoli maggiori siano da attribuire alla difficoltà di comprensione e gestione del numero decimale. Facciamo notare comunque che in 4a i Programmi parlano di "introduzione del numero decimale" e non di padronanza, prevista questa nel corso della 5a.
- L'84% degli allievi d'inizio 5a (1769 allievi su 2109) possiede pienamente la conoscenza dei numeri interi (valore posizionale, ordinamento) fino al 10'000. Chiaramente, il livello F di 5a non include ancora la conoscenza o l'ordinamento di numeri decimali, anche se i Programmi prevedono, per la classe 4a, l'introduzione dei numeri con la virgola fino al centesimo (si tratta però di introduzione e non di padronanza).
- L'argomento "numeri", a nostro avviso, rappresenta uno dei fattori determinanti per la riuscita in tutti gli altri argomenti per cui non basta, a nostro avviso, il superamento del livello M; l'allievo dovrebbe superare anche il livello D per poter usufruire di solide conoscenze numeriche nell'affrontare tutti gli argomenti matematici. A fine anno, al livello D, abbiamo solo una riuscita del 64% in 3a, del 49% in 4a (importante flessione negativa! perché?) e del 71% in 5a. Sono dati che confermano una certa fragilità per un numero importante di allievi, in ogni classe, ma soprattutto in 4a. Considerata l'importanza dell'argomento, è urgente sapere in quali delle attività proposte si manifestano i maggiori ostacoli, di che tipo di errori si tratta, e quali regolazioni sarebbero auspicabili.
- In media, due allievi di ogni classe (8%), mostrano un costante ritardo di più o meno un anno nel dominio del campo numerico auspicato. Il 2-4% degli allievi considerati ha un ritardo che supera l'anno.

#### Relazione con i Programmi

##### **Classe quarta**

- Estensione del campo numerico oltre il migliaio.
- Introduzione dei numeri con la virgola fino al centesimo.

##### **Classe quinta**

- Estensione del campo numerico fino ai milioni.
- Estensione dei numeri con la virgola fino ai millesimi.



<b>2 - Segni aritmetici</b>
-----------------------------

## Risultati del sondaggio

2 - Segni aritmetici	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	43%	52%	5	0
			5%	
fine 3a gr. A	2%	8%	41	49
			90%	
inizio 4a gr. B	20%	72%	7	1
			8%	
fine 4a gr. A	3%	7%	46	44
			90%	
inizio 5a gr. C	28%	68%	4	0
			4%	
fine 5a gr. A	4%	9%	40	47
			87%	

## Osservazioni e considerazioni

- Alla fine della seconda, gli allievi dovrebbero essere in grado di mettere in relazione i numeri usando in modo sicuro i segni  $= \neq < > + -$ . Può sembrare strano, dunque, che solo il 57% degli allievi di inizio 3a raggiunga il livello F.
- Nel corso della 3a la situazione si stabilizza e si mantiene poi nel corso della 4a. Nel campione di allievi considerato permane la costante di un allievo su 10 che manifesta ancora delle difficoltà
- Le percentuali di riuscita ai livelli F sono dell'80% a inizio 4a e diminuiscono leggermente (72%) a inizio 5a. La riuscita per questo l'argomento è dunque positiva dalla 3a alla 4a, ma mostra una leggera flessione negativa in 5a. Come mai?
- Considerando i livelli M, notiamo una miglior riuscita in 4a (8%): 154 allievi su 1905 raggiungono il livello che comprende una parte importante di testo e di comprensione della lettura (Cf. Arg. 2M, Segni aritmetici, seconda parte "Una strana storia"). Il fatto di dover risolvere una situazione, proposta in forma narrativa, può aver avuto un'incidenza sulla miglior riuscita di questi allievi?

Relazione con i Programmi

Per le classi 4a e 5a, i Programmi non propongono alcuna precisazione. (Viene probabilmente data per acquisita la padronanza dei principali segni aritmetici.)

<b>3 - Frazioni</b>
---------------------

## Risultati del sondaggio

3 - Frazioni	zero	F	M	D
<b>inizio</b> 3a gr. A	<b>77%</b>	<b>23%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
			<b>0%</b>	
<b>fine</b> 3a gr. A	<b>9%</b>	<b>38%</b>	<b>31</b>	<b>22</b>
			<b>53%</b>	
<b>Inizio</b> 4a gr. B	<b>50%</b>	<b>48%</b>	<b>2</b>	<b>0</b>
			<b>2%</b>	
<b>fine</b> 4a gr. A	<b>9%</b>	<b>13%</b>	<b>45</b>	<b>33</b>
			<b>78%</b>	
<b>Inizio</b> 5a gr. C	<b>52%</b>	<b>46%</b>	<b>2</b>	<b>0</b>
			<b>2%</b>	
<b>fine</b> 5a gr. A	<b>8%</b>	<b>20%</b>	<b>38</b>	<b>34</b>
			<b>72%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- A inizio 3a il 23% degli allievi risolve, tramite il disegno, la situazione-problema proposta nel livello F. Per essere un argomento nuovo, formulato in modo non evidente, è senz'altro positivo che un quarto circa degli allievi riesca a risolvere il compito di partizione proposto.
- Nei compiti proposti in 3a l'allievo deve affrontare unicamente situazioni di partizione basandosi sulle esperienze vissute (soprattutto sociali) nel dividere delle "cose" in parti uguali tra 2,3,4,....,8.... bambini. Solo in 4a, dal livello M in avanti, entrano in gioco le frazioni con la scrittura convenzionale. Rispetto ai Programmi (vedi pag. 42) è stata dunque operata una "semplificazione" del programma di 3a.
- Sebbene in 4a i livelli di riuscita migliorino, il tema delle frazioni rimane parecchio ostico. Crediamo che le difficoltà incontrate nella comprensione del numero decimale siano da ricondurre anche agli ostacoli incontrati con le frazioni. Si dovrebbero verificare le competenze in 5a rispetto ai temi "frazioni" e "numeri decimali" (attualmente non disponiamo di dati sufficienti). Questi due argomenti richiederebbero di essere tenuti sotto attenta osservazione.

Relazione con i Programmi

In 3a, nei materiali DIMAT, ci si limita a proporre delle situazioni di partizione risolvibili attraverso il disegno. Quanto previsto dai Programmi per la terza è stato posticipato alla 4a. Si tratta di uno dei pochi argomenti dove la corrispondenza tra Programmi e materiali DIMAT è stata modificata.

## 4 - Addizioni: calcolo orale

## Risultati del sondaggio

4 - Addizioni orali		zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	24%	68%	6	2	8%
fine 3a gr. A	1%	9%	35	55	90%
inizio 4a gr. B	30%	64%	6	0	6%
fine 4a gr. A	2%	11%	47	40	87%
inizio 5a gr. C	31%	66%	3	0	3%
fine 5a gr. A	3%	9%	41	47	88%

## Osservazioni e considerazioni

- Circa 7-8 allievi su 10 padroneggiano in modo adeguato l'obiettivo di fine primo ciclo con alcuni allievi che addirittura mostrano una riuscita al livello D (2%, 32 allievi su 1620) già a inizio 3a.
- Restano comunque due allievi su dieci che non hanno, a inizio 3a, la padronanza orale di tutte le addizioni entro il 20, oppure di addizioni semplici (senza passaggi di decina) entro il 100. Questo dato ripropone la necessità di interrogarci circa l'acquisizione, già dalla 1a elementare, di automatismi legati alle addizioni di piccoli numeri interi. La mancanza di questi "automatismi elementari" (entro il 20) rappresenta in genere un forte ostacolo verso lo sviluppo delle susseguenti capacità di addizionare, a tutti i livelli (orale, mentale e scritto) quando, nel mettere in atto delle procedure di calcolo, l'allievo deve poter rapidamente contare su dei "fatti numerici" (ad es., che 5 e 3 fa 8,... che 30 e 20 fa 50,.... ecc...).
- Nel corso della classe 3a la situazione migliora nettamente per la maggior parte degli allievi.
- A inizio 4a e a inizio 5a questo argomento è padroneggiato dagli allievi in modo soddisfacente. Infatti, si registra un tasso di riuscita del 70% in 4a e del 69% in 5a.
- In 4a, dopo un inizio in cui c'è una flessione (dal 90% si scende al 70%) le competenze si stabilizzano di nuovo attorno al 90%.
- Dopo l'argomento 1 (numeri), questo è il compito meglio riuscito a livello F a inizio anno scolastico considerando gli allievi di inizio 3a, 4a e 5a.

<b>5 - Addizioni: calcolo mentale</b>
---------------------------------------

## Risultati del sondaggio

5 - Addizioni mentali	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>31%</b>	<b>64%</b>	<b>5</b>	<b>0</b>
			<b>5%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>2%</b>	<b>11%</b>	<b>45</b>	<b>42</b>
			<b>87%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>33%</b>	<b>60%</b>	<b>5</b>	<b>1</b>
			<b>6%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>3%</b>	<b>8%</b>	<b>41</b>	<b>48</b>
			<b>89%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>31%</b>	<b>62%</b>	<b>7</b>	<b>0</b>
			<b>7%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>3%</b>	<b>4%</b>	<b>38</b>	<b>55</b>
			<b>93%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- Il livello F di fine primo ciclo (addizioni mentali entro il 100), è raggiunto pienamente dal 69% degli allievi, cioè da 1116 dei 1620 bambini del campione. Sempre in 3a, a inizio anno, a livello M (dunque per i calcoli mentali di addizioni entro il 1000 del tipo  $539+300$ ; con passaggio di decina: ad es.  $708+105$ ; e di decina e centinaia, ad es.  $497+7$ ), 76 allievi su 1620 (il 5% circa) dimostrano di avere già questo livello di competenza.
- La percentuale di riuscita è abbastanza costante: dal 66% a inizio 4a si passa al 69% a inizio 5a.
- Le addizioni mentali dovrebbero essere le operazioni relativamente più semplici e un tasso di riuscita del 69% (che poi si abbassa al 40% nelle sottrazioni) deve far riflettere. Si pretende troppo dagli allievi del I ciclo oppure la responsabilità di questi insuccessi e la difficoltà nell'ottenere la padronanza completa sono da attribuire alle scelte didattiche?
- Osserviamo in parallelo una situazione quasi identica a quella descritta per le addizioni orali: una difficoltà a inizio 3a, un buon recupero durante l'anno, una flessione negativa a inizio 4a, dopo la pausa estiva, e un nuovo recupero positivo nel corso della 4a. Anche le percentuali di riuscita ai livelli F si mantengono più o meno costanti.

<u>Relazione con i Programmi</u>
----------------------------------

Nei Programmi non si distingue il calcolo orale dal calcolo mentale.
--

<b>6 - Addizioni: operazione scritta</b>
--

## Risultati del sondaggio

6 - Addizioni scritte	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	74%	25%	1	0
			1%	
fine 3a gr. A	3%	11%	31	55
			86%	
inizio 4a gr. B	28%	60%	12	0
			12%	
fine 4a gr. A	2%	6%	40	52
			92%	
inizio 5a gr. C	15%	74%	11	0
			11%	
fine 5a gr. A	3%	3%	37	57
			94%	

## Osservazioni e considerazioni

- Nei compiti proposti a inizio 3a, a livello F, non si tratta di operazioni scritte vere e proprie. Si vogliono soprattutto verificare le conoscenze numeriche degli allievi, in particolare il valore posizionale delle cifre e le capacità nello scomporre e nel ricomporre dei numeri. In sé la situazione poteva essere attesa dalla maggior parte degli allievi al termine della 2a, però entrano in gioco le centinaia, che esulano dalle competenze previste nel I ciclo. Sarebbe comunque importante verificare la percentuale di allievi che conoscono il centinaio alla fine della 2a e che potrebbero pertanto affrontare con pieno successo questo compito (ipotizziamo che siano più del 26%). Un quarto degli allievi (423 su 1620) riesce a risolvere correttamente e interamente i compiti del foglio F. Il compito richiede di scomporre e ricomporre numeri di due e tre cifre, mettendo in evidenza il valore posizionale delle cifre. Inoltre, si richiede agli allievi di scrivere (tradurre in cifre) dei numeri sulla base della loro definizione sottoforma di frase scritta (ad es. "Scrivi il numero formato da novanta e cento.").
- A inizio 4a, le situazioni proposte a livello F sono risolte correttamente da una buona percentuale di allievi, il 72% (1372 su 1905). Significativa anche la riuscita in 4a a livello M (12%, 224 allievi su 1'905), dove si richiede la stima, l'addizione e l'autocorrezione di 5 numeri di 2,3,4 cifre entro il 10'000 e una situazione-problema scritta dove l'allievo deve sommare 5 addendi di tre e quattro cifre con passaggio di decina, di centinaia e di migliaia.
- E' interessante notare come si riduca nel corso della 4a, rispetto alla 3a, il numero di allievi meno esperti e poco esperti: da un totale del 14% passiamo a un totale del 8%, con una importante diminuzione degli allievi meno esperti.
- Dalla 4a alla 5a si constata una netta miglior riuscita a livello F, livello che richiede la stima, l'addizione e l'autocorrezione di tre, quattro o più numeri di 1, 2, 3 cifre entro il 1'000 (in 4a), entro il 10'000 (in 5a):

il tasso di riuscita cresce in modo netto e significativo, passando dal 72% all' 85%. I fogli propongono anche una situazione-problema scritta in cui è richiesta all'allievo una somma di 5 addendi di due e tre cifre con passaggio di decina e di centinaia (in 4a), di due, tre, quattro cifre con passaggio di decina, centinaia, migliaia (in 5a).

- Così come per le addizioni orali e mentali, anche nelle addizioni scritte, per le due classi, si conferma un'evoluzione positiva. Chiaramente non c'era attesa a inizio 3a, però poi l'andamento nel corso dei due anni successivi è simile: buoni risultati, flessione negativa, poi ripresa delle competenze con un 92-94% complessivo di riuscita.
- Al termine delle tre classi, dobbiamo comunque sottolineare che soltanto la metà circa degli allievi supera anche il livello D (55% in 3a, 52% in 4a e 57% in 5a), livello che attesta di una padronanza solida e sicura. Considerando la relativa "semplicità" dell'addizione scritta, questi dati fanno riflettere e richiederebbero senza dubbio un'attenta osservazione e le necessarie regolazioni.

## 7 - Sottrazioni: calcolo orale

## Risultati del sondaggio

7 - Sottrazioni orali		zero	F	M	D
inizio	3a gr. A	32%	64%	3	1
			4%		
fine	3a gr. A	1%	15%	42	42
			84%		
inizio	4a gr. B	49%	48%	3	0
			3%		
fine	4a gr. A	3%	19%	47	31
			78%		
inizio	5a gr. C	50%	48%	2	0
			2%		
fine	5a gr. A	5%	12%	45	38
			83%		

## Osservazioni e considerazioni

- A inizio 3a la percentuale di riuscita al livello F, è del 68% con sottrazioni del tipo “(100-40)-50”; “80-30”; “98-5”; “10-7”. Tale livello di prestazione corrisponde all’obiettivo di fine seconda. Rimane il fatto, non del tutto incoraggiante, che un terzo circa degli allievi, a inizio 3a, non è in grado di risolvere pienamente questo tipo di calcoli.
- Sappiamo che nelle sottrazioni gli allievi incontrano delle particolari difficoltà e per questo, nel corso degli ultimi dieci anni, siamo andati sempre più diminuendo le aspettative (nei materiali DIMAT c’è stato un progressivo abbassamento delle difficoltà). Nel caso specifico delle sottrazioni orali entro il 100, le difficoltà sono attualmente limitate a sottrazioni del tipo:

10-7    100-40    (100-50)-40    58-4    38-2-6  
 8-6    50-20    (70-30)-20    67-3

Si tratta quindi unicamente di sottrarre decine da decine (50-20) o, al massimo, unità da un numero di due cifre, senza alcun passaggio di decina. Benché il compito sia quindi stato semplificato "al massimo", abbiamo più del 30% degli allievi che sbaglia ancora a inizio 3a. Non crediamo che sia una questione di Programmi. Siamo più dell’idea che ci sia una ripercussione negativa data della mancanza di automatismi entro il 10 e il 20 (comunque senza passaggio di decina) e di una non acquisita conoscenza della "ridondanza" ("isomorfismo") del sistema numerico (50-20 è "come" 5-2 così come, nell’addizione, 2+3 fa 5, 20+30 fa 50 e 200+300 fa 500). Una seconda ipotesi potrebbe essere legata a una insufficiente distinzione e pratica, nel I ciclo, tra calcoli orali e calcoli mentali. Siamo dell’avviso che in 1a soprattutto, ma anche in 2a, si debba passare allo scritto (calcolo mentale) solo dopo aver acquisito le competenze minime nel calcolo orale. Così come il bambino nello scrivere i numeri si appoggia sulla conta (uditivo), nello scrivere i primi calcoli dovrebbe già poter contare sulla soluzione del problema che

gli è presentato per iscritto. Quando impara cioè a scrivere  $4+4 = 8$  è perché sa già che "4 e 4 fa 8". Ciò vale evidentemente solo per i "calcoli elementari". Solo in un secondo tempo il bambino si confronta con il calcolo mentale vero e proprio (prima si tratta unicamente di entrare nella scrittura matematica, di imparare e comprendere il codice aritmetico). In seguito il bambino entra nel calcolo mentale "vero e proprio", affronta cioè il problema numerico per risolvere il quale deve pensare per mettere in gioco determinate procedure (in particolare la scomposizione di uno o più numeri).

- Gli allievi che in terza raggiungono anche i livelli M e D, dimostrano di saper risolvere oralmente delle sottrazioni entro il 1000 (del tipo ad es. "1000-600"; "810-9"; "42-6"...), o, per il livello D (del tipo "1000-630"; "705-300"; "800-20"...). Nel corso della classe 3a si nota una buona riuscita (84%, sommando i livelli M e D), in particolare anche per gli allievi che a inizio anno figuravano meno esperti (32%): metà di questi supera entrambi i livelli F e M mentre l'altra metà (15%) si ferma alla conquista del livello F, mostrando comunque solo a fine anno la padronanza delle competenze di fine 2a. Le competenze acquisite si rivelano comunque fragili in quanto, per una buona parte degli allievi, basta la pausa estiva per causare una flessione tale da impedire loro di confermare il livello F di 4a. In grosse difficoltà rimane un allievo ogni cento.

- Circa la metà (51%) degli allievi di 4a raggiunge la padronanza del livello F a inizio anno (sottrazioni orali entro il 1000, in calcoli del tipo: 42-6; 1000-6; 1000-600; 903-700; 810-9). Il 3% circa degli allievi di 4a raggiunge anche il livello M (calcoli del tipo: 730-80; 44-27; 87-29; 460-90). Il 51% rappresenta un tasso inferiore a quello registrato a inizio 3a (68%). Tale regressione è probabilmente dovuta all'estensione del campo numerico (da 100 al 1000), all'accresciuto numero di calcoli da risolvere e, soprattutto, al più elevato grado di difficoltà. Un'analisi qualitativa sarebbe comunque molto utile.

- Come abbiamo appena visto, a inizio 4a la flessione negativa è importante, però nel corso dell'anno si nota una ripresa significativa, anche se soltanto 3 allievi circa su 10 superano anche il livello D. Ciò sta a indicare una generale difficoltà che, inevitabilmente, si manifesta a inizio 5a, dove si vede infatti che esattamente un allievo su due non supera il livello F dove sono richieste sottrazioni orali, entro il 1000, del tipo: 1000-732; 840-160; 78-18; 520-170.

- Mancano ancora dei dati certi però, dal momento che molti allievi delle classi del II ciclo non superano il livello F in settembre (32% in 3a; 49% in 4a; 50% in 5a), possiamo affermare che siamo di fronte ad un problema che va ben oltre le difficoltà soggettive (sarebbe insostenibile concludere che la metà degli allievi siano "meno esperti!"). E' ipotizzabile che, alla fine della scuola elementare, gli allievi padroneggino più un livello di 4a che non di 5a, considerando che la flessione negativa registrata ogni anno dopo la pausa estiva (ca. il 20%) si dovrebbe logicamente manifestare anche al momento del passaggio alla SM.

Considerata l'importanza del calcolo orale e degli "automatismi elementari" (poter disporre di automatismi semplici e, dunque, di "fatti numerici" soggettivamente inconfutabili per poter velocemente affrontare la risoluzione di situazioni-problema), sarebbe auspicabile poter disporre di dati qualitativi che possano meglio orientare le scelte didattiche nel corso della scuola elementare.

#### Relazione con i Programmi

Nei Programmi non si distingue il calcolo orale dal calcolo mentale.



<b>8 - Sottrazioni: calcolo mentale</b>
---

## Risultati del sondaggio

8 - Sottrazioni mentali	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	60%	38%	2	0
			2%	
fine 3a gr. A	8%	20%	41	31
			72%	
inizio 4a gr. B	61%	36%	3	0
			3%	
fine 4a gr. A	9%	17%	40	34
			74%	
inizio 5a gr. C	50%	47%	3	0
			3%	
fine 5a gr. A	7%	12%	41	40
			81%	

## Osservazioni e considerazioni

- Rispetto a quanto appena visto per le sottrazioni orali, nelle sottrazioni mentali la riflessione necessita di un'ulteriore analisi in quanto il tasso di insuccesso è molto alto: 6 allievi su 10 non raggiungono la padronanza del livello F a inizio 3a. Come detto nella premessa, i dati percentuali vanno interpretati con molta prudenza e sono da leggere quali approssimazioni per difetto. Visto l'alto numero di classi e allievi considerati, i dati ci segnalano delle tendenze da non sottovalutare e ci potrebbero suggerire delle priorità di intervento, pensando soprattutto agli obiettivi essenziali da sviluppare nel I ciclo. Un'analisi qualitativa dovrebbe permettere di capire le difficoltà o le lacune particolarmente significative mostrate dagli allievi e, di conseguenza, permettere di meglio valutare le scelte didattiche dei docenti.

Le sottrazioni prese in considerazione sono le seguenti:

6-5	10-2	70-20	100-40	90-34
36-5	50-7	47-20	100-42	(((30-6)-8)-5)-4)-2
36-8				

Al momento possiamo formulare solo delle ipotesi (che dovrebbero però trovare risposta al più presto).

- E' il passaggio di decina (36-8) a porre i maggiori problemi all'allievo?
- Sono invece le "sottrazioni progressive" con uso del "depennare"?
- Nel corso della 3a c'è una netta ripresa, seguita poi però da una nuova flessione negativa a inizio 4a (61%): l'apprendimento previsto non si è dunque ancora stabilizzato. Idem in 4a, una buona ripresa con al termine dell'anno solo il 9% di allievi meno esperti, ma poi, a inizio 5a (vedi indagine di settembre), ancora 1 allievo su 2 non supera il livello F.

- Ritenendo il foglio 8F di 4a rappresentativo degli obiettivi di fine 3a, constatiamo che il 61% degli allievi delle classi di 4a (1167 su 1905) non raggiunge, pienamente, l'obiettivo di inizio anno. Pur con tutta la prudenza necessaria di cui abbiamo detto, questi dati ci devono interrogare in quanto, come per le classi di 3a, anche nel campione di 4a, si ripetono, in modo analogo, le percentuali di riuscita e le tendenze osservate (solo il 39% di riuscita piena al livello F, 738 allievi su 1905). Similmente in 5a, considerando il foglio 8F, constatiamo che il 50% degli allievi (1051 su 2109), raggiunge, pienamente, l'obiettivo di fine 4a.

Notiamo che dalla 3a alla 4a e poi alla 5a, la percentuale di riuscita, a livello F, aumenta, passando dal 40% in 3a e dal 39% (in 4a) al 50% in 5a. Malgrado questa progressione, si constata che una parte importante degli allievi (tra il 60 e il 50 %), dalla 2a alla 5a, conquista la padronanza dei livelli previsti per le sottrazioni mentali soltanto nella classe successiva. Anche in questo caso un'attenta analisi qualitativa sarebbe auspicabile.

- **In generale, i tassi nelle sottrazioni mentali e orali risultano relativamente bassi. Le variabili in gioco da considerare, per poter meglio capire e mediare questa situazione, vanno dalle difficoltà intrinseche alla sottrazione, alle strategie di calcolo, ai Programmi, alle scelte didattiche dei docenti. Tutto il campo delle sottrazioni richiederebbe quindi un'attenta analisi.**

- Nel calcolo mentale i compiti, le situazioni numeriche, sono decisamente più difficili rispetto al calcolo orale, ma ciò non basta a spiegare i risultati sostanzialmente negativi. A nostro avviso è importante tener presente quanto segue:

1. Nel calcolo mentale l'allievo mette in atto delle strategie di risoluzione che possono essere più o meno efficaci. Quali sono le procedure generalmente utilizzate e quelle più efficaci?
2. Quali sono, per ogni classe, i tipi di errori più frequenti?
3. In che misura viene sviluppato in classe un lavoro specifico sulle procedure?
4. L'insegnamento prematuro delle operazioni scritte convenzionali influisce negativamente sulle competenze nel calcolo mentale? In quali casi?
5. Nel calcolo mentale, affinché la procedura di risoluzione sia efficace, si deve poter disporre in modo rapido di automatismi, di "fatti numerici", che permettano di avanzare nella procedura stessa di risoluzione. Le debolezze riscontrate nelle sottrazioni orali, in che misura concorrono al relativo insuccesso nelle sottrazioni mentali?
6. Le debolezze incontrate al termine del I ciclo hanno delle conseguenze determinanti per lo sviluppo delle future competenze?
7. Le possibili difficoltà di memorizzazione (pensiamo soprattutto al numero di unità mnemoniche disponibili nella memoria di lavoro), in che misura incidono sulle competenze in questione?

Crediamo che sia importante poter rispondere a questi interrogativi in quanto ci troviamo di fronte ad un oggetto essenziale dell'aritmetica. A questo proposito il contributo dei docenti sarebbe molto utile. Così come un'accurata e scientifica indagine.

<b>9 - Sottrazioni: operazione scritta</b>
--

## Risultati del sondaggio

9 - Sottrazioni scritte	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>93%</b>	<b>7%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
			<b>0%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>9%</b>	<b>17%</b>	<b>28</b>	<b>46</b>
			<b>74%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>40%</b>	<b>51%</b>	<b>9</b>	<b>0</b>
			<b>9%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>3%</b>	<b>7%</b>	<b>45</b>	<b>45</b>
			<b>90%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>25%</b>	<b>68%</b>	<b>7</b>	<b>0</b>
			<b>7%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>3%</b>	<b>5%</b>	<b>35</b>	<b>57</b>
			<b>92%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- Le percentuali relative a questo argomento, livello "zero" per il 93% degli allievi, segnalano in modo inequivocabile il fatto che il compito proposto nel foglio 9F è difficile, al di sopra delle possibilità e delle capacità degli allievi a inizio terza. Scorrendo il foglio, si può facilmente ipotizzare il motivo per cui gli allievi non sono in grado di risolvere correttamente le quattro situazioni-problema proposte. Per risolverle dovrebbero adottare una procedura algoritmica spontanea. Pochi sono gli allievi che osano o sono in grado, normalmente, a inizio anno, di "inventare" una procedura adeguata per risolvere le sottrazioni proposte. A inizio 3a, i docenti non hanno ancora potuto introdurre le attività stimolanti la ricerca e l'ipotesi di algoritmi spontanei. Senza alcuna mediazione (e le relative rotture di contratto), perciò, sono pochissimi gli allievi che, da soli, affrontano compiti come quelli qui proposti. Non dimentichiamo, inoltre, che nel I ciclo i Programmi richiedono l'estensione del campo numerico soltanto fino al 100, mentre il foglio 9F propone sottrazioni con numeri che superano questa estensione.
- Nel corso della 3a si nota un apprendimento significativo che concerne però in modo stabile solo la metà circa degli allievi (il 46% supera il livello D). Questa fragilità si conferma nel fatto che a inizio 4a si assiste ad una flessione negativa importante, con il 40% degli allievi che non supera il livello F. Ci si deve interrogare anche a proposito del relativo insuccesso, a fine 3a, quando ancora il 9% degli allievi non riesce a padroneggiare per iscritto, usando qualunque procedura, operazioni del tipo  $285-124$ , dove non c'è nessun passaggio, né di decina né di centinaio. Come mai?
- A inizio 4a la percentuale di allievi che raggiunge la competenza di livello F è del 60% (1'137 allievi su 1'905). Tra questi, un certo numero di allievi (il 9%) raggiunge pienamente anche il livello M che implica la capacità di risolvere sottrazioni scritte del tipo " $9'454 - 3'876$ " e di operare, quindi, con numeri che richiedono l'estensione del campo numerico oltre il migliaio.

- La capacità di risolvere correttamente sottrazioni come quelle proposte dal foglio 9F, non è però ancora raggiunta da una parte importante di allievi ad inizio 4a; quattro allievi su dieci non sono ancora pienamente in grado di risolvere con sicurezza sottrazioni del tipo “832 meno 597” che richiedono la capacità di mettere in atto il riporto (lo scambio) di decine e centinaia e che corrispondono all’obiettivo di fine 3a per l’operazione scritta della sottrazione.
- Di nuovo la situazione si riassetta nel corso della 4a, con 9 allievi su 10 che mostrano delle discrete o buone capacità. Anche la flessione negativa dopo la pausa estiva si attenua, con una percentuale che dal 40% registrata in 3a scende al 25 %.
- A inizio 5a la percentuale di allievi che raggiungono il livello F è del 75%, tra questi il 7% raggiunge anche il livello M (sottrazioni con numeri decimali del tipo:  $95'648,95 - 6'729,6$ ). L’evoluzione dalla 4a alla 5a è indubbiamente positiva.

### Osservazione generale

Guardando l’insieme dei dati relativi alle sottrazioni (**orali, mentali e scritte**), possiamo affermare che, per un numero significativo di allievi, la sottrazione crea importanti difficoltà. Per alcuni di loro, circa un allievo su dieci, gli ostacoli sono seri, mentre per un altro 30-40% le competenze man mano acquisite rimangono fragili, con costanti flessioni negative dopo la pausa estiva (a testimonianza del fatto che, in genere, i livelli vengono superati probabilmente solo verso la fine dell’anno, con un tempo poi insufficiente per stabilizzarsi, ciò che avviene poi nei primi mesi della classe successiva).

Che fare?

Modificare le pretese, abbassando ulteriormente, per ogni classe, il grado di difficoltà delle sottrazioni?

Analizzare le scelte didattiche degli insegnanti?

Fare un’analisi qualitativa degli errori più comuni?

<b>10 - Moltiplicazioni: calcolo orale</b>
--

## Risultati del sondaggio

10 - Moltiplicazioni orali	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>55%</b>	<b>43%</b>	<b>2</b>	<b>0</b>
			<b>2%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>1%</b>	<b>9%</b>	<b>45</b>	<b>45</b>
			<b>90%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>52%</b>	<b>45%</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
			<b>3%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>4%</b>	<b>12%</b>	<b>49</b>	<b>35</b>
			<b>84%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>28%</b>	<b>67%</b>	<b>5</b>	<b>0</b>
			<b>5%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>2%</b>	<b>6%</b>	<b>50</b>	<b>42</b>
			<b>92%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- Più della metà degli allievi, a inizio terza, cioè il 55% (899 allievi su 1620) non sanno dire qual è il doppio dei numeri entro il 10! Il dato è veramente sorprendente e deve preoccupare. Difficile ipotizzarne le ragioni. E' la parola "doppio", "due volte", che fa problema, che non è compresa? In pratica si tratta della conoscenza del "2x" che, in seconda, dovrebbe essere stato affrontato (vedi Programmi), anche se non ancora memorizzato in modo automatico (la memorizzazione delle "tabelline" è un obiettivo di fine 3a). L'allievo, alla fine del I ciclo, dovrebbe anche essere in grado, a nostro avviso, di dire quale sia il doppio di 6,7,8,9, soprattutto perché si tratta delle coppie "6 e 6", "7 e 7", ecc., generalmente tra le più semplici da memorizzare. Solo il 45% (somma dei livelli F+M), dunque, degli allievi all'inizio della 3a, sa fare in modo completo e corretto il doppio dei numeri entro il 10.
- A fine 3a rimane un allievo su cento che non attesta la padronanza del doppio dei numeri entro il 10. In 3a si richiede la padronanza delle caselline, quelle più semplici al livello M (entro il 25, oltre al x2 e al x10) e tutte quante al livello D. Solo il 45% degli allievi padroneggia a fine 3a tutte le caselline, confermandone poi la padronanza a inizio 4a (in controtendenza con la flessione negativa della pausa estiva e ciò a testimonianza del fatto che, probabilmente, le caselline sono uno dei pochi "oggetti" presi seriamente in considerazione da parte delle famiglie quando si tratta di aiutare i figli durante le vacanze).
- A inizio 4a le caselline sono conosciute e memorizzate, in modo completo e corretto, dal 48% degli allievi. Per il resto degli allievi, 982 su 1905, la conoscenza della tavola di moltiplicazione e la memorizzazione piena di tutte le "tabelline" è ancora parziale.
- La tecnica dell'"aggiungere uno zero" è conosciuta, a inizio 4a, dal 3% degli allievi.

- A fine 4a rimane un 4% di allievi con delle insicurezze nelle caselline (rammentiamo comunque che bastano pochi errori per non “conquistare” il livello F), e un 12% di allievi che non padroneggia “la tecnica di aggiungere uno 0” in operazioni del tipo  $30 \times 4$ . Quanto è richiesto al livello D, ossia moltiplicazioni del tipo  $800 \times 3$  ;  $5000 \times 7$  ;  $68 \times 4$  ; ... rappresenta una competenza solo per il 35% degli allievi. Riteniamo comunque questo un risultato importante se consideriamo la difficoltà del compito quando il calcolo è richiesto a livello orale.
- In Inizio 5a, il 72% degli allievi padroneggia le “caselline” e raggiunge, dunque, pienamente, l’obiettivo della loro conoscenza rapida e automatizzata.
- Sempre a inizio 5a, il 5% degli allievi completano correttamente anche il livello M, mostrando di saper risolvere moltiplicazioni come  $3'450 \times 10$  oppure del tipo  $58,6 \times 10$ .

#### Relazione con i Programmi

Non si distingue il calcolo orale da quello mentale. (Rinviamo all’argomento successivo, 12-moltiplicazioni mentali).

<b>11 - Moltiplicazioni: calcolo mentale</b>
--

## Risultati del sondaggio

11 - Moltiplicazioni mentali	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>50%</b>	<b>49%</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>2%</b>	<b>8%</b>	<b>36</b>	<b>54</b>
			<b>90%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>32%</b>	<b>64%</b>	<b>4</b>	<b>0</b>
			<b>4%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>2%</b>	<b>13%</b>	<b>41</b>	<b>44</b>
			<b>85%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>28%</b>	<b>67%</b>	<b>5</b>	<b>0</b>
			<b>5%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>1%</b>	<b>5%</b>	<b>38</b>	<b>56</b>
			<b>94%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- Il dato che colpisce, scorrendo il foglio 11F e le relative percentuali di riuscita ottenute a inizio 3a, è che circa il 50% degli allievi di 3a si situa a livello "zero". In altre parole, solo un allievo su due è in grado (come già constatato per il foglio 10F, "Moltiplicazioni: calcolo orale") di fare il "doppio" dei primi dieci numeri e di 5 altri numeri (10, 20, 30, 40, 50). La difficoltà a "fare il doppio" di numeri semplici, confermata nei due fogli 10F e 11F, ci deve interrogare e far riflettere, deve fornire spunti di riflessione, in modo particolare, ai docenti che operano nel I ciclo.

Inoltre, il foglio 11F propone tutta la casellina del 2, con la classica scrittura del tipo  $0 \times 2 = \dots$ ,  $1 \times 2 = \dots$ ,  $2 \times 2 = \dots$ ,  $3 \times 2 = \dots$ , ecc. Quattro sono le ipotesi che possiamo avanzare a proposito delle difficoltà incontrate dalla metà degli allievi.

  - Difficoltà inerenti la conoscenza della parola "doppio".
  - Difficoltà relative al doppio dei numeri che passano la decina (6, 7, 8 e 9).
  - Difficoltà inerenti il doppio di 10, 20, 30, 40 e 50.
  - Incomprensione del segno  $\times$  (magari mai incontrato né trattato, benché previsto dai Programmi) e quindi errori nella colonna del  $\times 2$ .
  - Errore commesso soprattutto nella moltiplicazione  $0 \times 2$  (che potremmo effettivamente considerare un "tranello").
- I Programmi chiedono, tra l'altro, che a fine 3a gli allievi siano in grado di risolvere calcoli mentali del tipo "15x6", utilizzando strategie quali: "10x6 + 5x6". Il foglio 11 di livello M chiede proprio di risolvere mentalmente questo tipo di calcoli. Solo il 4% degli allievi di 4a (vedi livello M di inizio 4a), ossia 79 su 1905, raggiunge questo obiettivo. Su questa situazione, come sulle moltiplicazioni orali (automatizzazione delle caselline), vale senz'altro la pena di riflettere.

- Nel corso della 3a si prevede unicamente la padronanza delle caselline (come per le moltiplicazioni orali) e, sebbene rispetto alle competenze orali la situazione migliori un po', abbiamo a fine 3a solo la metà degli allievi che padroneggiano le caselline. Dobbiamo anche segnalare che un allievo su dieci permane in difficoltà con il "doppio" dei numeri entro il 20 e con la casellina del  $\times 2$ .
- A inizio 4a la percentuale di riuscita a livello F è del 68%: 1300 allievi su 1905 dimostrano di avere la competenza riguardante la memorizzazione delle "caselline".
- A inizio 4a la situazione è parecchio diversa da quanto si nota ad esempio per la sottrazione (ma non solo): invece di una flessione negativa dopo l'estate, si assiste ad una flessione positiva. Dal 54% di allievi che padroneggiavano tutte le caselline, si passa al 64%. Ciò può essere spiegato dal fatto che socialmente le caselline sono un "oggetto" che richiama l'attenzione delle famiglie e, di solito, prima dell'inizio della scuola o durante l'estate, esse sono spesso esercitate. Le caselline sono padroneggiate dal 98% degli allievi a fine 4a. L'85% degli allievi supera l'ostacolo rappresentato da operazioni del tipo  $15 \times 6$  mentre la metà circa degli allievi (44%) risolve correttamente anche moltiplicazioni del tipo  $150 \times 6$ ;  $800 \times 4$ ;  $3000 \times 6$  e anche con numeri decimali come ad esempio  $0,7 \times 9$  e  $0,2 \times 6$ .
- Le percentuali di riuscita ai livelli F rivelano una leggera evoluzione dalla 4a (68%) alla 5a (72%).
- A inizio 5a, il foglio 11F, oltre alla conoscenza e all'automatizzazione perfetta della tavola pitagorica, richiede di saper risolvere moltiplicazioni del tipo:  $17 \times 6 = (10 \times 6) + (7 \times 6)$ ;  $6 \times 13$ . Il tasso di riuscita raggiunge il 72% (1525 allievi su 2109).

#### Osservazione generale:

Considerando l'insieme dei dati che emergono dal presente argomento e da quello precedente, ovvero moltiplicazioni orali e mentali, possiamo fare l'ipotesi che le difficoltà siano da attribuire più a difficoltà di memorizzazione che non a carenze matematiche.

#### Relazione con i Programmi

##### Moltiplicazione in 3a:

costruzione e memorizzazione della tavola della moltiplicazione fino a  $10 \times 10$ ; calcoli mentali: utilizzazione delle proprietà commutativa, associativa e distributiva nelle strategie di calcolo entro 100 (es.  $15 \times 6 = 10 \times 6 + 5 \times 6$ ); in casi semplici, uso delle stesse proprietà in calcoli entro il 1000 (ad es.  $250 \times 3 = 200 \times 3 + 50 \times 3$ ); tecnica della moltiplicazione scritta, in calcoli del tipo  $158 \times 6$ .

##### Moltiplicazione in 4a:

estensione del campo numerico oltre il migliaio; introduzione dei numeri con la virgola fino al centesimo; ripresa e approfondimento dei concetti delle due operazioni (moltiplicazione/divisione); relazione tra moltiplicazione e divisione. (ad es. operatori diretti e inversi, catene di operatori, analisi della tavola di moltiplicazione e di divisione; diverso ruolo dello zero e dell'uno; ecc.;

Calcoli mentali, per la moltiplicazione, del tipo:

$$- 5 \times 38 = 5 \times (30 + 8) = (5 \times 30) + (5 \times 8); \quad 5,25 \times 4 = (5 + 0,25) \times 4 = (5 \times 4) + (0,25 \times 4); \quad 5 \times 39 = 5 \times (40 - 1) = (5 \times 40) - (5 \times 1);$$

- calcoli mentali, con dati semplici, con catene di operazioni: ad es.  $(5 \times 8) : 4 = \dots$ ;

- applicazione di particolari strategie di calcolo: ad es.  $\times 10$ ,  $\times 100$ ,  $\times 1000$ ;  $:10$ ,  $:100$ ;  $:1000$ ;  $\times 5$ ,  $\times 25$ ,  $\times 50$ .

##### Moltiplicazione in 5a:

applicazione, oltre a quelle acquisite in 4a, di particolari strategie di calcolo del tipo:

$$\times 0,5; \times 0,25; \times 0,75, \times 0,1$$

Calcoli rapidi per arrotondamento anche con numeri grandi del tipo:  $398 \times 4 \rightarrow 400 \times 4 \rightarrow 1600$

Tecnica della moltiplicazione in tutti i casi.



<b>12 - Moltiplicazioni: operazione scritta</b>
---

## Risultati del sondaggio

12 - Moltiplicazioni scritte	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	92%	8%	0	0
			0%	
fine 3a gr. A	6%	11%	47	36
			83%	
inizio 4a gr. B	52%	47%	1	0
			1%	
fine 4a gr. A	6%	12%	53	29
			82%	
inizio 5a gr. C	29%	68%	3	0
			3%	
fine 5a gr. A	5%	9%	41	45
			86%	

## Osservazioni e considerazioni

- Benché l'argomento sia quello della moltiplicazione scritta, il foglio non propone la risoluzione di una situazione algoritmica "classica" di moltiplicazione, ma un'attività centrata sul concetto di prodotto (anche se non esplicitamente espresso). Se guardiamo i materiali che hanno usato gli allievi e le relative scelte didattiche (vedi "introduzione alla moltiplicazione" proposta durante i corsi DIMAT), l'introduzione della moltiplicazione in 3a avviene, in genere, attraverso delle situazioni di combinatoria, con l'uso di soluzioni grafiche. Nel foglio del livello F viene presentata una situazione-problema in cui è necessario combinare tre modelli di biciclette, da donna, da uomo e da bambino, con quattro diversi colori. Abbiamo, già a inizio 3a, un certo numero di allievi (8%) che sa risolvere correttamente questo tipo di situazione.
- Nel corso della 3a la moltiplicazione scritta vera e propria, del tipo  $137 \times 6$ , è proposta solo al livello D e risolta in genere con l'uso di algoritmi spontanei (non abbiamo comunque dati certi sulla scelte didattiche degli insegnanti). Superano questo livello il 36% degli allievi.
- La tecnica della moltiplicazione scritta è richiesta dai Programmi per fine terza. Se più della metà degli allievi, a inizio 4a, non dimostra di possederla, è da chiedersi se ciò dipende da scelte fatte dalla maggioranza dei docenti in 3a (spazio e durata delle attività centrate sulla ricerca e la costruzione di algoritmi spontanei; passaggio o meno all'algoritmo convenzionale; "ritardo" nell'introduzione della moltiplicazione), o dalle difficoltà di una buona parte di allievi a scomporre, a intravedere, nel moltiplicando delle operazioni proposte (ad es.  $196 \times 5$ ), i raggruppamenti in centinaia, decine, unità e/o a mettere in atto strategie di calcolo entro il 1000 del tipo  $(152 \times 4 = 100 \times 4 + 50 \times 4 + 2 \times 4)$  previste, del resto, dal Programma di 3a. E' da chiedersi, dunque, su quale aspetto portare l'attenzione. Sul lavoro relativo ai raggruppamenti, al valore posizionale delle cifre, sullo sviluppo delle conoscenze e del controllo numerico? Oppure sulla programmazione e sulla relazione fra spazio dedicato e durata delle attività di ricerca-scoperta

di algoritmi spontanei e momento (a fine terza, inizio quarta?) riservato all'introduzione e all'istituzionalizzazione dell'algoritmo convenzionale?

- A inizio 4a, il foglio di livello F propone, oltre alla stima dei risultati, delle moltiplicazioni di numeri a 2 e 3 cifre, con moltiplicatori di una cifra (es.  $152 \times 4$ ) e una situazione-problema scritta che richiede un calcolo del tipo "128x7". Il 52% degli allievi, non supera il livello F. Per questi allievi la risoluzione dei compiti proposti non è ancora raggiunta né per mezzo di algoritmi spontanei, né tramite la tecnica della moltiplicazione scritta.
- Il "ritardo" che sembra esserci in 3a rispetto all'insegnamento tradizionale (dovuto a scelte didattiche precise) viene superato in 4a in modo significativo: rimane solo il 6% degli allievi che non superano il livello F dove sono previste le moltiplicazioni più semplici del tipo  $152 \times 4$  ;  $196 \times 5$  ; ... . Il livello M, con moltiplicazioni del tipo  $256 \times 38$  è superato dall'82% degli allievi di cui il 29% supera anche il livello D che prevede operazioni del tipo  $45,32 \times 24$ .
- Se consideriamo la percentuale di riuscita di inizio 5a, al livello F, otteniamo una percentuale del 71%. Buona parte degli allievi di 5a, dunque, a inizio anno, raggiunge pienamente uno degli obiettivi dei Programmi di fine 4a relativo alla tecnica della moltiplicazione, con moltiplicatore di due cifre (ad es.  $158 \times 23$ ). Ciò ci induce a pensare, ma si tratta di un'ipotesi da verificare, che il tempo "perso" in 3a per delle scelte didattiche fondate su una costruzione ragionata del concetto di prodotto, "porti i suoi frutti" nel corso della 4a. Si può comprendere, dunque, come sia importante considerare la programmazione secondo una "logica di ciclo" e non unicamente "di classe".
- A inizio 5a, una settantina di allievi (il 3%,) raggiunge anche il livello M che richiede di stimare il prodotto dell'operazione e moltiplicare numeri oltre il 1000 con numeri decimali, sia al moltiplicando che al moltiplicatore (ad es.  $183,45 \times 102$ ;  $2564 \times 2,75$ ).

#### Osservazione generale:

Per le moltiplicazioni scritte (ma anche per le addizioni e le sottrazioni scritte) rammentiamo che le scelte didattiche, in questi ultimi anni, si sono orientate verso un apprendimento basato sulla ricerca da parte degli allievi di soluzioni euristiche, prima dell'insegnamento diretto. Le situazioni numeriche sono proposte come veri e propri problemi che l'allievo è chiamato a risolvere "inventando" delle proprie modalità di risoluzione. L'algoritmo convenzionale è perciò insegnato solo in seconda battuta, ossia dopo che l'allievo ha avuto occasione di mettere in gioco nelle risoluzioni le sue conoscenze numeriche e le sue competenze nel calcolo mentale (considerato in questa fase prioritario rispetto al calcolo scritto).

#### Relazione con i Programmi

In 3a: tecnica della moltiplicazione scritta in calcoli del tipo  $158 \times 6$ ;

In 4a: tecnica della moltiplicazione con moltiplicatore di due cifre: ad es.  $158 \times 23 = \dots$ ; con numeri decimali sia al moltiplicando che al moltiplicatore: ad es.  $15,3 \times 3,5 = \dots$

Prova mediante scambio dei fattori.

In 5a: tecnica della moltiplicazione in tutti i casi.

<b>13 - Divisioni: calcolo orale</b>
--------------------------------------

## Risultati del sondaggio

13 - Divisioni orali	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	63%	36%	1	0
			1%	
fine 3a gr. A	3%	20%	39	38
			77%	
inizio 4a gr. B	42%	53%	5	0
			5%	
fine 4a gr. A	2%	11%	49	38
			87%	
inizio 5a gr. C	43%	56%	1	0
			1%	
fine 5a gr. A	3%	12%	47	38
			85%	

## Osservazioni e considerazioni

- A inizio 3a, solo il 37% degli allievi riescono a risolvere correttamente e interamente il foglio 13F. Esso richiede di "fare la metà" di 9 numeri (ad es. 100; 18; 20; 12; 2...). In altre parole, il 63% (1027 allievi su 1620), non sa fare la metà di numeri quali: 2; 20; 18; 14; 100; 10... . Questi allievi riescono forse a fare la metà di alcuni numeri proposti, ma non sono in grado di raggiungere una riuscita completa. Pretendere, a fine 2a, di saper fare la metà dei numeri sopra citati, è pretendere troppo?
- Nei materiali da inizio 3a a fine 4a, si passa dalla "metà" dei numeri pari entro il 20 "all'inverso delle caselline" (49:7) e a divisioni "semplici" del tipo 1000:200; 200:4; 100:25; 900:300. I progressi che si notano nel corso dell'anno, sia in 3a che in 4a, benché limitati (solo il 38% degli allievi superano il livello D) sono seguiti da un'importante flessione negativa a inizio del successivo anno scolastico (confermata anche dai dati di inizio 5a). Siamo di fronte ad una situazione molto simile a quella descritta a proposito delle sottrazioni orali e mentali.
- A inizio 4a, il 58% degli allievi risolvono correttamente i calcoli proposti, e cioè: "Fare la metà di decine e centinaia", ad es. 300:2; 700:2; 70:2; 90:2;...). Fra questi allievi, 109 su 1905, cioè il 5%, riescono a risolvere correttamente anche i compiti di livello M, in cui vengono proposti i calcoli più semplici della "Tavola della divisione" (ad es. "Quante volte sta il 5 nel 20 ?").
- A inizio 5a le percentuali di riuscita sono molto simili alla 4a, ossia il 57%.

<u>Relazione con i Programmi</u>
----------------------------------

Non sono precisate competenze in merito alla specificità del calcolo orale.
---

<b>14 - Divisioni: calcolo mentale</b>
--

**Risultati del sondaggio**

14 - Divisioni mentali	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>87%</b>	<b>13%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
			<b>0%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>9%</b>	<b>34%</b>	<b>29</b>	<b>28</b>
			<b>57%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>53%</b>	<b>46%</b>	<b>2</b>	<b>0</b>
			<b>2%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>6%</b>	<b>17%</b>	<b>37</b>	<b>40</b>
			<b>77%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>35%</b>	<b>59%</b>	<b>6</b>	<b>0</b>
			<b>6%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>3%</b>	<b>10%</b>	<b>43</b>	<b>44</b>
			<b>87%</b>	

**Osservazioni e considerazioni**

- A inizio 3a, nel foglio 14F, il tasso di riuscita è limitato al 13%. Su 1620, solo 212 allievi riescono a rispondere correttamente e integralmente alle domande proposte e a “fare la metà” di numeri entro il 20. Il foglio è molto denso, con parecchie consegne scritte e le risposte da dare sono 18. L’allievo, per riuscire il compito, deve fare una serie di calcoli, trovando “la metà” dei 18 numeri entro il 20, ad eccezione dei numeri 1 e 10. Oltre alla risoluzione dei calcoli, il foglio chiede anche di stendere un commento scritto, sul retro, per evidenziare le caratteristiche, le differenze, delle due serie di calcoli e di mettere in evidenza il fatto che la prima serie è composta da numeri pari da dividere a metà e la seconda da numeri dispari la cui metà dà sempre resto 1. La difficoltà del compito è evidenziata dall’87% degli allievi che si situano a livello “zero”.

Il fatto che poco più di un allievo su dieci riesca a superare il livello F (contrariamente alle divisioni orali dove si registra una riuscita del 53%), è sicuramente da ricondurre alla relativa difficoltà di lettura del foglio 14F dove, per separare i primi 20 numeri in due gruppi (numeri pari e dispari), bisogna conoscere il concetto di “resto” (la metà di 15 è 7 e resta 1). Sono pochi dunque gli allievi in grado di coordinare i concetti di numeri pari e dispari, resto e, anche, destra e sinistra.

- Nel corso della 3a quanto previsto al livello F (divisioni con o senza resto di 1) viene esteso al 100 e il livello M è superato dal 57% degli allievi. Tre allievi su dieci superano anche il livello D, dove sono proposte divisioni molto diverse tra loro (12:3 ; 15:5 ; 900:3 ; 100:4 ; 70:2 ; 300:2 ; 200:4 ;...).
- A inizio 4a il 48% degli allievi è in grado di risolvere correttamente tutte le 20 divisioni proposte al livello F (del tipo “80:2=”; “900:2=”; “1000:2=”), la situazione-problema scritta (“Disegnare 1/3 di un insieme di 18 CD dati”) e di riflettere sulle somiglianze e le differenze tra i calcoli proposti. Inoltre, a livello M, è proposta una serie di divisioni che presuppongono la conoscenza e la memorizzazione delle caselline e

dove si chiede, inoltre, di risolvere calcoli del tipo: "600:3"; "6000:10"; "10000:5". A settembre, il 2% di allievi riesce a risolvere correttamente e in modo completo questi compiti.

- A fine 4a, al livello D, il 40% degli allievi conferma di saper usare la tavola pitagorica (le caselline) per risolvere tutte le relative divisioni e di saper anche fare la metà dei numeri dispari entro il 100 usando la virgola ( $89:2=44,5$ ). Il resto degli allievi, il 60%, è in quest'ultimo compito che incontrano particolari difficoltà.
- A inizio 5a, il 65% degli allievi padroneggia le divisioni mentali che sono "l'inverso delle caselline". Il 35% degli allievi, dunque, non ha ancora una conoscenza/competenza piena della "Tavola della divisione" per riuscire a trasferire e risolvere con sicurezza tali conoscenze in divisioni del tipo "3'600:10" (tecnica del "diviso 10") e, rispettivamente, in calcoli che prevedono l'uso della tecnica del "diviso 100" ( $27'000:100$ ;  $7'500:100$ ).
- Sempre a inizio 5a, il 6% degli allievi raggiunge anche il livello M e dimostra di conoscere e applicare la tecnica del "diviso 10"; "diviso 100"; "diviso 1'000" a numeri fino al 100'000 e di essere in grado di risolvere, tramite calcolo mentale, divisioni del tipo "490:7"; "321:2"; "12,60:2", che implicano anche un primo livello di conoscenza dei numeri decimali.

#### Relazione con i Programmi

In 4a, calcoli del tipo:

$$525:5 = (500+25):5 = (500:5) + (25:5)$$

$$270:90 = (270:10) : (90:10) = 27:9 \text{ (quest'ultimo tipo di operazione è certamente da discutere!)}$$

In 5a sono da approfondire-applicare, oltre alle conoscenze acquisite in 4a, le strategie di calcolo del tipo: 0,2 oppure: 0,5 e le divisioni per 10, per 100, per 1000.

<b>15 - Divisioni: operazione scritta</b>
---

**Risultati del sondaggio**

Questo argomento non è previsto per la classe terza, dunque non è stato nemmeno verificato a inizio 4a.

15 - Divisioni scritte	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A				
fine 3a gr. A				
inizio 4a gr. B				
fine 4a gr. A	11%	14%	41	34
			75%	
inizio 5a gr. C	60%	40%	0	0
			0%	
fine 5a gr. A	8%	16%	46	30
			76%	

**Osservazioni e considerazioni**

- Chiaramente la divisione scritta non fa parte del Programma di terza. Il foglio DIMAT di 3a, al livello F, propone, comunque, una situazione-problema ("Tutti al circo") che richiede all'allievo di valutare quante volte il 34 sta in 151 (quanti autobus da 34 posti sono necessari per trasportare tutti gli allievi, gli insegnanti e il direttore: 151 persone). Questa situazione è stata comunque inserita tra il materiale di 3a come "stimolo", per favorire la ricerca degli allievi, indipendentemente dalle loro conoscenze della divisione. La situazione può, infatti, essere risolta adottando diverse procedure (additive, moltiplicative,...) o scritte, incluso l'ausilio del disegno. Considerando la difficoltà del compito e il campo numerico considerato, è comprensibile che solo l'1% degli allievi di terza (17 su 1620) siano riusciti a risolvere la situazione proposta.
- Sebbene in 3a non sia trattata la divisione scritta, a inizio 4a abbiamo comunque 101 allievi (il 5%) che sono in grado di risolvere situazioni del tipo "696:6" (stimandone prima il risultato), come pure una situazione-problema scritta ("*Roberto, quanto ha guadagnato al giorno? Dopo 5 giorni di lavoro il padrone gli ha dato una busta con 675 franchi.*").
- In 4a i Programmi prevedono la tecnica della divisione con numeri interi e con divisore di una cifra (ad es. 248:6). E' da chiedersi, dunque, se gli ostacoli che appaiono in 5a, a livello F, siano dovuti alla difficoltà derivante dall'estensione del campo numerico al 100'000 o a un'insufficiente acquisizione delle procedure di divisione con numeri interi e con divisore di una cifra.
- A inizio 5a il 40% degli allievi (845 su 2'109) risolvono divisioni scritte con numeri interi (estensione numerica fino al 100'000) e con il divisore di una cifra. Gli stessi allievi risolvono pure situazioni scritte del

tipo “Quanto spetta a ognuno dei fratelli? Tre fratelli hanno giocato assieme al LOTTO e hanno vinto 37'548 franchi”.

- Pur con tutta la prudenza del caso e ricordandosi che ogni percentuale è sempre da interpretare quale dato per difetto poiché non considera le competenze parziali degli allievi, ci si deve interrogare sul fatto che il 60% degli allievi di inizio 5a non è in grado di risolvere pienamente e correttamente il foglio F. La divisione scritta di un numero intero con divisore di una cifra sembra, dunque, essere un problema per buona parte degli allievi di 5a (1'264 su 2'109).
- Nei tre livelli di 5a, oltre al compito stesso, eseguire cioè la divisione, era richiesta una stima (che richiede buone competenze nel calcolo mentale). Non sappiamo come sono stati considerati dagli insegnanti eventuali errori nelle stime e in che misura ciò abbia inciso sul passaggio da un livello all'altro e sui tassi di riuscita.

#### Relazione con i Programmi

In 4a: tecnica della divisione con numeri interi e con divisore di una cifra (del tipo 248:6).

In 5a: tecnica della divisione; ripresa e sistemazione della tecnica della divisione scritta con numeri interi e decimali (senza indicare esplicitamente la sottrazione per il calcolo dei resti parziali); divisore al massimo di tre cifre.

<b>16 - Misure di lunghezza</b>
---------------------------------

## Risultati del sondaggio

16 - Misure di lunghezza	zero	F	M	D
<b>inizio</b> 3a gr. A	<b>72%</b>	<b>28%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
			<b>0%</b>	
<b>fine</b> 3a gr. A	<b>9%</b>	<b>22%</b>	<b>40</b>	<b>29</b>
			<b>69%</b>	
<b>inizio</b> 4a gr. B	<b>71%</b>	<b>28%</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1%</b>	
<b>fine</b> 4a gr. A	<b>11%</b>	<b>28%</b>	<b>40</b>	<b>21</b>
			<b>61%</b>	
<b>inizio</b> 5a gr. C	<b>52%</b>	<b>47%</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1%</b>	
<b>fine</b> 5a gr. A	<b>10%</b>	<b>15%</b>	<b>40</b>	<b>35</b>
			<b>75%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- A livello delle misure non convenzionali, foglio 16F, il 28%, riesce a risolvere correttamente il compito proposto. Esso consiste nel misurare con spanne, passi o oggetti intermediari, delle lunghezze, delle larghezze, delle altezze. Il foglio propone termini quali "lunghezza, larghezza, altezza" che presuppongono conoscenze/competenze geometriche non presenti, normalmente, a inizio terza, ma comunque socialmente diffuse. Sarebbe importante sapere, comunque, quale attenzione è data nel I ciclo alle misure non convenzionali, alla comprensione e all'uso del concetto di unità di misura e, non da ultimo, anche alla precisione nel misurare, probabilmente uno dei fattori chiave della non riuscita.
- Nel corso della 3a sarebbe opportuno sapere come mai tre allievi su 10 non raggiungono il livello M dove è richiesto di misurare in modo preciso sei listelli (le cui misure sono comprese tra 20 cm e 2 m) e di tracciare poi sul foglio dei segmenti (14 cm; 9 cm ; 6mm; ...). Dove risiedono le difficoltà di questi allievi? Nella precisione? Nella lettura del metro o del righello? Nella manipolazione del materiale? Nella conoscenza delle tre unità di misura considerate, ossia metri, centimetri e millimetri? Al livello M si propongono dei compiti rispetto ai quali, malgrado il successo del 69% degli allievi, è necessaria un'attenta riflessione: riteniamo infatti che tutti gli allievi, anche i meno e i poco esperti, dovrebbero poter raggiungere le competenze richieste. Misurare una lunghezza e tracciare un segmento preciso sono compiti pratici che dovrebbero vedere una riuscita molto più importante di quella registrata.
- In 4a, la percentuale di riuscita al livello F è solo del 29%; 7 allievi su 10 (1350 su 1905) non riescono a rispondere correttamente o interamente alle domande del foglio 16F. Le domande proposte nelle prime due parti del foglio F comportano la stima di misure (ad es. l'altezza di un palazzo, l'altezza dell'armadio, ecc...). Si può quindi comprendere il motivo della bassa percentuale di riuscita al compito, sapendo come sia difficile la stima dell'altezza, della lunghezza o dello spessore di un oggetto. Pure



l'uso di termini quali "larghezza, altezza, spessore, lunghezza", per una parte degli allievi, a inizio 4a, può aver posto dei problemi di comprensione. La terza parte del foglio ("tracciare dei segmenti date le misure", ad es. "9 cm e 5 mm"; "1 dm e 3 mm"; "4 cm e 6 mm"...), per contro, sembrerebbe più abbordabile visto come il Programma di terza proponga un'introduzione alle unità di misura "m, dm, cm, mm, km" e ai loro rapporti. Ipotizziamo il fatto che i tassi di riuscita parziale al livello F siano alti, ma ciò potrebbe essere confermato solo da un'analisi qualitativa condotta su un campione scelto.

- Nelle misure di lunghezza, generalmente considerate le più facili, constatiamo delle importanti difficoltà, nel corso della 3a e della 4a, nel confermare il livello M (30% in 3a; 40% in 4a) e, successivamente, confermare anche il livello D (raggiunto dal 29% in 3a e dal 21% in 4a). Quanto viene proposto nei diversi fogli è un insieme di compiti che prevedono momenti pratici, momenti teorici, stime, trasformazioni, risoluzioni di situazioni. Sarebbe utile sapere quali problemi incontrano gli allievi in relazione a ognuno di questi specifici compiti. Una raccolta e analisi degli errori più consueti potrebbe dare indicazioni interessanti.
- La brusca flessione negativa che si registra a inizio 4a, con solo tre allievi su dieci che superano il livello F, conferma quanto appena sottolineato circa l'attenzione che si dovrebbe dare alle limitate competenze degli allievi evidenziate dal livello M di 3a. Un inizio anno dove, come in 3a, l'insegnante ha in genere molti allievi con i quali deve riprendere i contenuti e le situazioni della classe precedente. Come visto per altri argomenti, la riuscita rispetto alle competenze dell'anno in corso si realizza spesso con una certa fragilità, testimoniata dalla scarsa percentuale di allievi che entro fine anno superano anche il livello D. Quasi inevitabilmente poi, dopo l'estate, la flessione negativa torna ad apparire, come in questo caso, con il 71% di non riuscita al livello F di 4a, oppure con il 52% di inizio 5a.
- Dobbiamo relativizzare la nostra analisi "severa", evidenziando il fatto che nelle misure, in 4a, al livello D entra in gioco il numero decimale. Se consideriamo che il 52% degli allievi non supera il livello D dell'argomento 1-Numeri (dove è richiesta la comprensione e il dominio dei decimali) è chiaro che questo rappresenta l'ostacolo principale per risolvere poi correttamente i livelli D degli argomenti relativi alle misure. Affinché ciò possa avvenire, l'allievo deve mostrare sicurezza, attraverso la coordinazione delle sue competenze numeriche ("fragili" nel caso dei decimali) con le competenze nelle trasformazioni (che si fondano sulla conoscenza immediata del rapporto tra le unità di misura più comuni), oltre che alle sue capacità di calcolo, in particolare rispetto al  $\times 10$   $\times 100$   $\times 1000$  e al  $:10$ ,  $:100$  e  $:1000$ .
- A inizio 5a, il 48% degli allievi (1021 su 2109) risolve correttamente il foglio F. Tali allievi dimostrano, cioè, di conoscere le unità di misura di lunghezza, i loro rapporti e di saper fare la stima di oggetti e distanze (ad es. un chiodo può essere lungo...; un palazzo può essere alto..., tra Zurigo e Milano ci sono...) scegliendo fra più misure la risposta adeguata ("un grosso cane può essere alto... 2km / 90cm / 3m"). Inoltre, essi dimostrano di saper fare le trasformazioni fra unità di misura (m, cm, mm, dam, hm, km). Più della metà degli allievi (1088 su 2109), comunque (e il fatto può far riflettere), si situa al livello "ZERO", non raggiungendo o raggiungendo solo in parte, le competenze richieste al livello F (che corrispondono, in buona parte, a quanto richiesto dai Programmi a fine terza).

#### Relazione con i Programmi

Classe 3a: esperienze di misurazione che mettano in evidenza il carattere convenzionale delle unità di misura; introduzione delle seguenti unità di misura: mm, cm, dm, m, km, e loro rapporti; conoscenza e uso dei seguenti strumenti: vari tipi di metro, riga centimetrata; attività di stima di lunghezze.

Classe 4a: Misure di lunghezza: ampliamento del sistema di unità di misura convenzionali (dam, hm); applicazione dei numeri decimali alle misure di lunghezza; conoscenza del decametro, del contachilometri.

Classe 5a: riesame sistematico del sistema metrico decimale: conoscenza e uso degli strumenti di misurazione.

<b>17 - Misure di peso</b>
----------------------------

## Risultati del sondaggio

17 - Misure di peso	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>41%</b>	<b>58%</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>5%</b>	<b>37%</b>	<b>43</b>	<b>15</b>
			<b>58%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>40%</b>	<b>60%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
			<b>0%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>6%</b>	<b>29%</b>	<b>49</b>	<b>16</b>
			<b>65%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>57%</b>	<b>42%</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>6%</b>	<b>11%</b>	<b>52</b>	<b>31</b>
			<b>83%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- Il 59% degli allievi di inizio 3a raggiunge pienamente il livello F nelle misure di peso. Questo foglio propone il confronto di una serie di coppie di oggetti, chiedendo all'allievo di definire l'oggetto più pesante, ma senza richiedere una stima del loro peso. Quasi 6 allievi su 10 (949 allievi su 1620) sono in grado di fare tale confronto e di decidere qual è l'oggetto più pesante di ogni coppia.
- A fine 3a, quegli allievi che non avevano superato il livello F (41%) ora lo superano (tranne il 5%), però poi li si fermano, malgrado che i compiti richiesti al livello M (costruzione di 1kg e scelta dei sassi più leggeri e più pesanti di 1kg) sono, a nostro avviso, non esageratamente complessi. C'è comunque da segnalare che nel foglio M, oltre ai due compiti descritti, si chiede anche di calcolare il tempo impiegato: non sappiamo in che misura eventuali sbagli nel calcolo del tempo abbiano o meno condizionato la riuscita completa nel compito. Al livello D, dove si tratta di risolvere una situazione-problema che presuppone la conoscenza di kg e hg, la riuscita si limita al 15%.
- Discreta riuscita, a inizio 4a, nel livello F (60%, 1152 su 1905 allievi). Il compito propone di stimare il peso e di mettere in ordine, dalla più pesante alla meno pesante, 4 scatole di peso diverso e, quindi, di verificare, grazie alla bilancia, se le scatole sono state ordinate correttamente. In sé, secondo i Programmi, quanto richiesto potrebbe essere definito di livello fine primo ciclo ("Classificazione e ordinamento di oggetti tramite confronto diretto"). Il foglio richiede, comunque, oltre alla capacità di stima e di confronto diretto, una certa attenzione di carattere procedurale, sia nel comprendere il testo di carattere prescrittivo, che nell'eseguire correttamente le diverse azioni. Queste componenti possono spiegare il fatto che quasi 4 allievi su 10 (753 su 1905) si situino a livello "ZERO".

- In 4a, il livello M implica la conoscenza delle prime unità di misura convenzionali (g, Kg, hg), la stima di oggetti che hanno il peso di queste tre unità e il rapporto fra loro (uguaglianze fra g/hg/Kg). Ad inizio 4a, questo compito è comprensibilmente ancora proibitivo per gli allievi (0,42%).
- A inizio 5a, il tasso di riuscita a livello F è del 43%. Notiamo una regressione nei tassi di riuscita rispetto al livello F di 4a, spiegabile con il fatto che il livello F di 5a è, proporzionalmente, più difficile: introduce attività di trasformazione fra g/kg/hg, oltre alla stima del peso di oggetti.
- Anche in 5a è quasi nulla la riuscita al livello M (0,76%) che è basato, in buona parte, sulla stima, sulle equivalenze (fra unità di misura comprendenti, oltre a "kg" e "g", anche "hg", "t", "q"), e che propone anche una situazione-problema per risolvere la quale è necessaria la conoscenza dei concetti di "tara, peso lordo e peso netto".
- Come ha sorpreso la percentuale di livelli "zero" a inizio 3a, altrettanto sorprende la quasi identica percentuale a inizio 4a. Dobbiamo però segnalare che ci troviamo di fronte ad una situazione (ordinare dalla più pesante alla meno pesante 4 scatole di peso diverso) che, a dipendenza di ciò l'insegnante mette nelle scatole, comporta una riuscita che può essere molto diversa; il compito potrebbe addirittura diventare molto difficile anche per un adulto. I dati delle diverse classi non sono pertanto comparabili e le relative percentuali di riuscita non le possiamo dunque statisticamente considerare. A partire dal livello M i dati sono invece attendibili in quanto tutti gli allievi sono confrontati con gli stessi compiti. Il salto dal livello F al livello M è molto "brusco" in quanto si tratta di conoscere e utilizzare correttamente grammi, ettogrammi e chilogrammi: l'insieme dei compiti richiesti non è per nulla semplice ed è positivo che ne confermino la padronanza il 65% degli allievi. La scarsa riuscita al livello D, il 16%, crediamo sia da attribuire più alla complessità (grafica, organizzativa e linguistica) della situazione-problema proposta, piuttosto che alle competenze in gioco (simili a quelle richieste al livello M).
- A inizio 5a, come in 3a e in 4a si registra una flessione negativa (23%) a testimonianza del fatto che, probabilmente, gli allievi con i grammi, gli ettogrammi e i chilogrammi non hanno più avuto molto a che fare durante la pausa estiva e che le conoscenze acquisite non erano sufficientemente stabili. Siamo ancora una volta confrontati, globalmente, con una situazione in cui in ogni classe, a inizio anno, quasi metà degli allievi deve "recuperare" una parte importante di quanto era previsto nell'anno scolastico precedente. Trattandosi di un numero importante di allievi (e non solo dunque dei meno esperti!) sarebbe utile poter capire se questa situazione sia o meno rimediabile, se tutto sia da attribuire ad un inevitabile "riflusso estivo" o se invece ci siano delle scelte didattiche da rivedere.
- Altro dato su cui riflettere, concernente tutte le classi, riguarda i livelli D: notiamo infatti che questo livello, che attesta una solida padronanza della materia, è superato in 3a da solo il 15% degli allievi, in 4a dal 16% e in 5a dal 31% degli alunni. "Questa debolezza" a fine anno spiega in parte i modesti risultati raggiunti nelle prove di settembre, a inizio anno.

#### Relazione con i Programmi

Classe 3a: esperienze con pesi e semplici relazioni tra grandezze (seriazione di oggetti in base al loro peso, loro classificazione, confronto diretto mediante bilance, ecc.).

Classe 4a: scoperta delle unità di misura convenzionali; introduzione delle seguenti unità di misura convenzionali - g, hg, kg -; conoscenza e uso dei vari tipi di bilance.

Classe 5a: ampliamento del sistema di unità di misura con l'introduzione delle seguenti unità: mg, q, t.

<b>18 - Misure di capacità</b>
--------------------------------

**Risultati del sondaggio**

18 - Misure di capacità	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	78%	21%	1 1%	0
fine 3a gr. A	10%	34%	35 56%	21
inizio 4a gr. B	65%	34%	1 1%	0
fine 4a gr. A	13%	29%	39 58%	19
inizio 5a gr. C	79%	21%	0 0%	0
fine 5a gr. A	14%	20%	41 66%	25

**Osservazioni e considerazioni**

- A inizio terza, il 22% degli allievi risponde correttamente e pienamente alle richieste del foglio 18F. Nello stesso si chiede di svolgere due tipi di compiti: uno di carattere essenzialmente linguistico - lessicale (completare un elenco di contenitori aggiungendone il nome di altri) e un altro di carattere procedurale, basato sul confronto diretto di capacità (misurare quante volte l'acqua di un bicchiere sta in una bottiglia). Il compito presuppone, dunque, conoscenze di tipo lessicale e discrete capacità di comprensione del testo. Inoltre, richiede capacità di tipo procedurale per misurare, rappresentarsi e disegnare la soluzione. Pure la frase "Misura, con il bicchiere che hai scelto, la capacità della bottiglia." può comportare delle difficoltà per parecchi allievi di inizio 3a., così come la parola "capacità" riferita ad una misura.
- Nel corso della 3a assistiamo ad un'evoluzione molto simile a quanto descritto per le misure di peso (la struttura e i compiti previsti sono stati preparati secondo una stessa ottica), però la flessione negativa a inizio 4a è molto più marcata.
- Il 35% degli allievi di inizio 4a riesce a risolvere correttamente i compiti proposti nel foglio F. Analizzando il foglio constatiamo che esso richiede prioritariamente una prestazione di carattere linguistico, di comprensione della lettura e espressioni o termini specifici alla nozione di capacità: ad es. "capiente", "carico di un'autocisterna", "contenuto di una botte". Nella prima parte si chiede, inoltre, all'allievo, di valutare la capienza di tre recipienti e di ordinarli dal meno al più capiente, descrivendone poi la procedura. Questi aspetti possono in parte render conto del basso tasso di riuscita.
- In 4a i dati sono pure simili a quelli delle misure di peso, come se le rispettive competenze avanzassero parallelamente; però, la flessione negativa, a inizio 5a, è più importante nelle misure di capacità. A livello D, oltre alla presenza del numero decimale che, come abbiamo visto (vedi misure di lunghezza), rappresenta un ostacolo supplementare, sono proposti anche i centilitri, un'unità di misura con la quale ra-

ramente un allievo di scuola elementare si trova confrontato. Ciò potrebbe essere un'ulteriore spiegazione del maggiore insuccesso rispetto alle misure di peso.

- A inizio 5a, 8 allievi su 10 (1671 su 2109) non sembrano possedere pienamente la conoscenza della relazione fra litro e decilitro e la capacità di trasferire questa conoscenza per risolvere una situazione-problema implicante un loro rapporto, del tipo: "58 bicchieri di un decilitro corrispondono a quanti litri?"... "20 bottiglie di 7 dl corrispondono a quanti litri?". Solo il 21% riesce a svolgere correttamente questo foglio F.

È la piena comprensione e integrazione del rapporto decilitro/litro o la formulazione scritta della situazione (di comprensione certamente non immediata) che fa problema?

### Osservazione generale

Possiamo considerare nel complesso scarsi i risultati positivi raggiunti in tutte le classi rispetto alle misure di capacità.

Questa constatazione è confermata dal fatto che sia in 3a, che in 4a e in 5a, solo un allievo su cinque circa risolve con successo i fogli del livello D.

Essendo gli obiettivi dell'anno, per ogni classe, rappresentati dai fogli M e D, risulta che, in genere, poco più di un allievo su due affronta con successo le situazioni previste nel corso dell'anno. E ciò malgrado il fatto che scorrendo i diversi fogli DIMATt troviamo molte situazioni pratiche, di manipolazione, con forte legame di senso. Come spiegare dunque questa situazione?

Anche in questo caso solo un'attenta analisi qualitativa, che includa un'osservazione delle lezioni-stimolo degli insegnanti, potrebbe apportare riflessioni utili per una efficace regolazione.

#### Relazione con i Programmi

Classe 3a: esperienze con le capacità e semplici relazioni tra grandezze (seriazione di oggetti in base alla loro capacità, confronto diretto mediante travasi, ecc.); semplici misurazioni.

Classe 4a: scoperta delle unità di misura convenzionali; introduzione delle unità di misura convenzionali - dl, l (litro) - e loro rapporti; conoscenza e uso dei vari tipi di recipienti con taratura ufficiale, misurini.

Classe 5a: ampliamento del sistema di unità di misura con l'introduzione del ml, cl, dal, hl.

<b>19 - Misure di valore</b>
------------------------------

**Risultati del sondaggio**

19 - Misure di valore	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>73%</b>	<b>23%</b>	<b>3</b>	<b>1</b>
			<b>4%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>8%</b>	<b>15%</b>	<b>39</b>	<b>38</b>
			<b>77%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>45%</b>	<b>50%</b>	<b>5</b>	<b>0</b>
			<b>5%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>9%</b>	<b>16%</b>	<b>40</b>	<b>35</b>
			<b>75%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>63%</b>	<b>35%</b>	<b>2</b>	<b>0</b>
			<b>2%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>6%</b>	<b>11%</b>	<b>33</b>	<b>50</b>
			<b>83%</b>	

**Osservazioni e considerazioni**

- Le riuscite a inizio 3a è del 27%: 441 allievi su 1620 riescono a sommare, a calcolare il valore di una certa quantità di monete reali o presentate in forma iconica (ad es. fr 9 e 50 ct – composta da monete da 5 fr, 2 fr, 1 fr e 50 ct.). L'argomento misure di valore non è un tema propriamente previsto dal Programma del I ciclo. Sicuramente però, l'ambito delle misure di valore, si fonda in buona parte su conoscenze di tipo sociale: per una parte degli allievi (e ciò può spiegare la loro riuscita al livello F), la conoscenza delle monete e il loro uso risulta dalle loro esperienze familiari e sociali. Per alcuni allievi (51 allievi su 1620, il 3%, livello M), questa conoscenza sociale si estende all'uso delle banconote e alla somma di monete e banconote.
- A fine 3a l'8% degli allievi non riesce a superare il livello F. Si tratta di risolvere una situazione relativamente complessa: contare i soldi di Tino e di Teresa (con l'immagine dei soldi davanti), ossia 9 fr e 50 ct e 4 fr e 50 ct e poi decidere se questi soldi bastano per comperare un pallone che costa 11 fr (dovrebbe essere evidente che la risposta è sì, indipendentemente dal calcolo esatto, basta "vedere" che "tutti quei soldi assieme" sono più di 11 fr). Infine, l'allievo deve poi calcolare la somma, ossia 14 fr, e disegnare le monete che restano. Per risolvere questa situazione si potevano anche utilizzare delle procedure empiriche, ad esempio togliere dai disegni, con una crocetta, 11 fr e poi vedere cosa restava. Come mai, a fine 3a, parecchi allievi non portano a termine con successo una simile situazione? Solo un'adeguata analisi qualitativa potrebbe permettere di cogliere alcune risposte significative per avanzare poi delle proposte didattiche che possano migliorare le competenze degli allievi.
- A fine 3a, nel livello M, si tratta di contare unicamente delle banconote (100 / 100 / 50 / 20 / 10) per un totale di 280 fr e di calcolare quanto rimane a Luca dopo aver pagato un debito di 165 fr. Le diverse procedure possibili (tre in particolare) hanno portato al superamento del livello il 77% degli allievi, atte-

stando comunque che due allievi su dieci non sanno risolvere questa situazione o commettono degli errori. Il livello D è superato dal 38% degli allievi: non è molto, ma bisogna considerare che il compito richiesto era molto complesso dal punto di vista organizzativo ed era pertanto facile commettere qua e là qualche errore (bisogna contare i soldi di quattro diverse persone e sommarli).

- A inizio 4a il tasso di riuscita è del 55%. Una discreta percentuale di allievi (1049 su 1905) conosce e riesce a calcolare, a sommare, delle quantità di monete e banconote contenute in due scatole, ad esempio:

$$100+100+50+20+10+10= 290 \text{ fr,}$$

$$5+5+5+2+1= 18 \text{ fr,}$$

$$200+200+50+20+20+10+10+10= 520 \text{ fr,}$$

$$2+2+2+2+2+2 +1+1+1+1+1+1= 21 \text{ fr.}$$

- A inizio 5a, il 37% degli allievi sa risolvere correttamente i diversi compiti proposti dal foglio F. Oltre ai compiti di sommare quantità di monete e banconote, e di tradurre un dato importo di denaro (ad es. fr. 98,35) disegnandone le monete e/o le banconote, esso richiede di risolvere due situazioni-problema che implicano il concetto di "resto di una spesa" (*"Pago un conto di fr 664,60 con quattro banconote. Che banconote sono? Quanto ricevo di resto?"*).

Rispetto alla percentuale di riuscita, a livello F, di inizio 4a, notiamo, dunque, un calo nella percentuale dal 55% al 37%. È, forse, la richiesta di risolvere delle situazioni-problema basate sul concetto di resto che ha fatto ostacolo per parecchi allievi? Oppure è il fatto che il foglio F di 5a (piuttosto "denso" e con compiti diversi), non ha permesso, a un maggior numero di allievi, di risolvere correttamente e pienamente tutti i punti? Sicuramente, fra i 1317 allievi (sui 2109 di 5a) che si situano a livello "ZERO", molti saranno riusciti a risolvere una parte dei compiti di livello F senza, però, riuscire a rispondere correttamente a tutte le domande del foglio. Qui, ancora, un'analisi qualitativa potrebbe permettere di comprendere le riuscite parziali e i tipi di errori commessi.

- Complessivamente, considerando l'importanza dell'argomento, i continui riferimenti ad essi e l'uso che si fa dei soldi, anche fuori dall'ambito scolastico, una maggiore riuscita in questo argomento potrebbe essere attesa. Infatti, al termine del ciclo, il successo pieno è raggiunto solo dalla metà esatta degli allievi.

#### Relazione con i Programmi

In 3a "conoscenza pratica delle monete".

In 4a "problemi sulle misure di valore - casi semplici-", non si dice altro riguardo alle misure di valore.

<b>20 - Misure di tempo</b>
-----------------------------

**Risultati del sondaggio**

20 - Misure di tempo	zero	F	M	D
inizio 3a gr. A	67%	31%	2	0
			2%	
fine 3a gr. A	7%	21%	40	32
			72%	
inizio 4a gr. B	46%	48%	5	1
			6%	
fine 4a gr. A	9%	18%	35	38
			73%	
inizio 5a gr. C	51%	47%	2	0
			2%	
fine 5a gr. A	5%	15%	51	29
			80%	

**Osservazioni e considerazioni**

- Il fatto che il 33% degli allievi di inizio 3a (532 su 1620) riesce a risolvere correttamente il compito di livello F è senz'altro un dato positivo, in quanto si tratta di compiti che esulano dal programma del I ciclo.
- Nel corso della 3a le competenze si centrano soprattutto sulla padronanza nella lettura degli orologi (incluso il posizionamento delle lancette) e nella capacità di calcolare la differenza di orario tra diversi orologi (livello D). In quest'ultimo compito abbiamo solo il 32% degli allievi che mostrano delle competenze acquisite.
- A inizio 4a, il 54% degli allievi (1021 su 1905) risolvono correttamente il foglio F. Dimostrano, cioè, di conoscere le relazioni fra anno, stagione, mese, settimana, giorno, ora, minuto. Il foglio non prevede compiti di lettura delle ore o il confronto fra l'orario di orologi "classici" e "digitali". Non verifica, dunque, l'obiettivo fondamentale, per le misure di tempo, previsto in 3a. Questo obiettivo è proposto nel foglio M ed è raggiunto soltanto dal 6% degli allievi che hanno in precedenza superato il livello F. È molto probabile che molti più allievi, a inizio 4a, abbiano raggiunto l'obiettivo di fine terza, cioè la "conoscenza pratica dell'orologio". Il fatto, però, che per affrontare il foglio di livello M (che prevede appunto tale conoscenza) gli allievi dovessero prima superare il livello F (centrato sui concetti di anno, mese, settimana, giorno, ora, minuto,...senza lettura dell'orologio), ha molto probabilmente impedito di verificare ed evidenziare l'acquisizione di questa conoscenza/competenza durante l'autovalutazione iniziale di 4a. (Un allievo, infatti, non può affrontare un livello M o D se prima non ha superato quello precedente).
- Il livello F d'inizio 4a riprende in modo quasi identico il livello D di 3a per cui il successo del 48% degli allievi, rispetto al 32% di fine 3a, mostra come questa volta, contrariamente alla maggior parte degli altri argomenti, possiamo parlare di una flessione positiva, rispetto alla pausa estiva, del 16%. Ciò è spiega-



bile dal fatto che le competenze richieste sono molto presenti socialmente e che permettono alle famiglie di avere con i propri figli delle collaborazioni e delle mediazioni efficaci, anche durante le vacanze. (Nella memorizzazione delle "caselline" assistiamo allo stesso fenomeno, ossia a una flessione positiva dopo le vacanze estive.)

- A inizio 5a, il 49% degli allievi (1037 su 2109) rispondono correttamente a tutte le domande proposte nel livello F. Il foglio, oltre a proporre una situazione-problema in cui si deve calcolare una durata (dalle ore 21<sup>20</sup> alle ore 7<sup>10</sup> del giorno seguente), comprende una serie di otto domande che chiedono all'allievo di ragionare sui rapporti fra stagioni, mesi, settimane, ore, minuti, secondi (ad es. *"Tre giorni, quante ore sono?"*). Si deve comunque constatare, e interrogarsi sul fatto che, un allievo su due, a inizio 5a, non possiede ancora, pienamente, le conoscenze relative ai rapporti fra le principali unità di misura del tempo (stagioni, mesi, settimane, ore, minuti, secondi) o ha difficoltà nel calcolare la durata da una certa ora di un giorno a una del giorno successivo.

## 21 - Diagrammi

## Risultati del sondaggio

21 - Diagrammi	zero	F	M	D
<b>inizio 3a gr. A</b>	<b>58%</b>	<b>38%</b>	<b>4</b>	<b>0</b>
			<b>4%</b>	
<b>fine 3a gr. A</b>	<b>7%</b>	<b>19%</b>	<b>35</b>	<b>39</b>
			<b>74%</b>	
<b>inizio 4a gr. B</b>	<b>40%</b>	<b>54%</b>	<b>6</b>	<b>0</b>
			<b>6%</b>	
<b>fine 4a gr. A</b>	<b>10%</b>	<b>17%</b>	<b>35</b>	<b>38</b>
			<b>73%</b>	
<b>inizio 5a gr. C</b>	<b>46%</b>	<b>51%</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
			<b>3%</b>	
<b>fine 5a gr. A</b>	<b>6%</b>	<b>15%</b>	<b>39</b>	<b>40</b>
			<b>79%</b>	

## Osservazioni e considerazioni

- A inizio 3a la riuscita al livello F è del 42% (678 allievi su 1620) ed è certamente significativa. Si chiedono agli allievi due tipi di operazioni: (a) quella di completare l'istogramma e (b) quella di interpretarne i dati rispondendo a 5 domande. Il tipo di compito richiesto non è semplice. Il numero e il tipo di consegne richiedono una discreta capacità di lettura e comprensione.
- A inizio 4a il tasso di riuscita al livello F è del 60% (1154 allievi su 1905). Gli allievi non devono inserire i dati nel grafico ma solo completarlo con un dato e poi interpretarlo rispondendo a quattro domande. Fatte le dovute proporzioni, il compito di livello F sembra più abbordabile rispetto a quello di 3a. Si tratta, dunque, di un tasso relativamente soddisfacente.
- Sia in 3a che in 4a i dati rivelano delle buone competenze, anche se abbiamo mediamente 4-5 allievi per classe che proseguono con una certa fatica. Osservando i vari compiti proposti, si nota che sempre all'allievo è richiesto un importante sforzo a livello linguistico, soprattutto per la lettura e la comprensione. Non sappiamo dunque in che misura correlare i dati emersi con difficoltà linguistiche. (Quest'ultima osservazione potrebbe però essere ripresa anche per parecchi altri argomenti, in particolare per tutti i fogli relativi alle misure).
- A inizio 5a, la percentuale di riuscita al livello F, è del 54% (1136 allievi su 2109). Si chiede unicamente agli allievi di completare il grafico inserendo i dati. Non si chiede, poi, alcuna interpretazione dei dati del grafico. Il foglio M di 5a è risolto da 57 allievi su 2109 (il 3%). Esso richiede la lettura e l'interpretazione del grafico per rispondere poi a cinque domande non facili.

## Appendice B: Classi 5e, differenze tra gli allievi del gruppo A e del gruppo B

**Gruppo A**  
Dati di giugno 2010 -classi 5e, allievi 1607

	ZERO	F	M	D	
1	73 4.54%	110 6.85%	285 17.73%	1139 70.88%	1
2	71 4.42%	135 8.40%	639 39.76%	762 47.42%	2
3	133 8.28%	325 20.22%	603 37.52%	546 33.98%	3
4	47 2.92%	143 8.90%	657 40.88%	760 47.29%	4
5	56 3.48%	61 3.80%	610 37.96%	880 54.76%	5
6	48 2.99%	45 2.80%	601 37.40%	913 56.81%	6
7	86 5.35%	199 12.38%	719 44.74%	603 37.52%	7
8	122 7.59%	190 11.82%	656 40.82%	639 39.76%	8
9	45 2.80%	85 5.29%	558 34.72%	919 57.19%	9
10	30 1.87%	100 6.22%	601 37.40%	676 42.07%	10
11	24 1.49%	74 4.60%	605 37.65%	904 56.25%	11
12	84 5.23%	145 9.02%	663 41.26%	715 44.49%	12
13	50 3.11%	192 11.95%	760 47.29%	605 37.65%	13
14	47 2.92%	170 10.58%	688 42.87%	701 43.62%	14
15	126 7.84%	260 16.18%	740 46.05%	481 29.93%	15
16	150 9.33%	247 15.37%	646 40.20%	564 35.10%	16
17	96 5.97%	184 11.45%	836 52.02%	491 30.55%	17
18	221 13.75%	315 19.60%	667 41.51%	404 25.14%	18
19	88 5.48%	178 11.08%	530 32.98%	811 50.47%	19
20	86 5.35%	238 14.81%	616 38.65%	467 29.06%	20
21	93 5.79%	239 14.87%	625 38.89%	650 40.45%	21

**Gruppo B**  
Dati di giugno 2009 - classi 5e, allievi 1778

	ZERO	F	M	D	
1	64 3.60%	165 9.28%	343 19.29%	1206 67.83%	1
2	67 3.77%	178 10.01%	739 41.56%	794 44.66%	2
3	157 8.83%	408 22.95%	715 40.21%	498 28.01%	3
4	51 2.87%	192 10.80%	720 40.49%	815 45.84%	4
5	42 2.36%	95 5.34%	580 32.62%	1061 59.67%	5
6	45 2.53%	75 4.22%	674 37.91%	984 55.34%	6
7	87 4.89%	289 15.13%	781 43.93%	641 36.05%	7
8	115 6.47%	229 12.88%	731 41.11%	703 39.54%	8
9	35 1.97%	120 6.75%	592 33.30%	1031 57.99%	9
10	29 1.63%	155 8.72%	610 34.31%	684 38.47%	10
11	22 1.24%	126 7.09%	619 34.81%	1011 56.86%	11
12	85 4.78%	170 9.56%	730 41.06%	793 44.60%	12
13	39 2.19%	279 15.69%	787 44.26%	673 37.85%	13
14	54 3.04%	226 12.71%	784 44.09%	714 40.16%	14
15	123 6.92%	310 17.44%	835 46.96%	510 28.68%	15
16	143 8.04%	350 19.69%	698 39.26%	587 33.01%	16
17	113 6.36%	277 15.58%	910 51.18%	478 26.88%	17
18	255 14.34%	390 21.93%	731 41.11%	402 22.61%	18
19	93 5.23%	249 14.00%	567 31.89%	869 48.88%	19
20	123 6.92%	321 18.05%	612 34.42%	522 29.36%	20
21	98 5.51%	353 19.85%	650 36.56%	677 38.08%	21

Differenze di riuscita, in %, degli allievi di 5a del gruppo A rispetto a quelli del gruppo B.

Argomento	ZERO	F	M	D
1	0.94	-2.43	-1.56	3.05
2	0.65	-1.61	-1.80	2.76
3	-0.55	-1.90	-2.69	5.97
4	0.05	-1.90	0.39	1.45
5	1.12	-1.54	5.34	-4.91
6	0.46	-1.42	-0.51	1.47
7	0.46	-2.75	0.81	1.47
8	1.12	-1.06	-0.29	0.22
9	0.83	-1.46	1.42	-0.80
10	0.24	-2.50	-1.30	3.60
11	0.25	-2.49	2.84	-0.61
12	0.45	-0.54	-0.20	-0.11
13	0.92	-3.74	3.03	-0.20
14	-0.12	-2.13	-1.22	3.46
15	0.92	-1.26	-0.91	1.25
16	1.29	-4.32	0.94	2.09
17	-0.39	-4.13	0.84	3.67
18	-0.59	-2.74	0.40	2.53
19	0.25	-2.92	1.09	1.59
20	-1.57	-3.24	5.11	-0.30
21	0.28	-4.98	2.33	2.37
<b>MEDIA</b>	<b>+0.33%</b>	<b>-2.43%</b>	<b>+0.67%</b>	<b>+1.43%</b>
	allievi meno esperti	allievi poco esperti	allievi esperti	allievi molto esperti
		<b>-2.10%</b>	<b>+2.10%</b>	

Il confronto tra i dati indica che:

- Nel 2010 aumentano dello 0,33% gli allievi che non padroneggiano il livello F. C'è dunque un leggerissimo aumento degli allievi meno esperti (coloro che hanno più di un anno di ritardo rispetto al programma scolastico).
- Nel 2010 diminuiscono gli allievi poco esperti nella misura del 2.43% (cioè coloro che arrivano solo al livello F e che hanno dunque meno di un anno di ritardo).
- Nel 2010 aumentano dello 0.67% gli allievi mediamente esperti (coloro che arrivano al livello M).
- Nel 2010 aumenta dell'1.43% il numero degli allievi più esperti (quelli che completano con successo anche i livelli D).

**Sebbene si noti un leggerissimo aumento dello 0.3% degli allievi meno esperti, l'insieme dei dati indica che gli allievi del gruppo A risultano un poco più esperti di quelli del gruppo B nella misura del 2% circa.**

## Appendice C: Classi 4e, differenze tra gli allievi del gruppo A e del gruppo B

Dopo aver comparato i dati di 5a dei gruppi A e B, abbiamo voluto verificare quali erano le differenze tra i due campioni di allievi anche a fine 4a. Ci siamo chiesti se i risultati leggermente migliori del **gruppo A** rispetto al **gruppo B** erano o meno già presenti l'anno precedente. Per rispondere a questo interrogativo, abbiamo comparato i dati di fine 4a dei due gruppi, con le stesse modalità utilizzate con i dati di fine 5a (calcolando cioè le differenze percentuali di riuscita del **gruppo A** rispetto al **gruppo B**).

### Gruppo A

Dati giugno 2009 - classi 4e, allievi 1712

	ZERO	F	M	D	
1	64	147	667	834	1
2	58	113	787	754	2
3	162	219	772	559	3
4	32	183	810	687	4
5	50	136	708	818	5
6	41	95	694	884	6
7	50	323	808	533	7
8	156	291	685	579	8
9	59	119	772	762	9
10	75	199	839	599	10
11	39	225	697	751	11
12	95	205	911	501	12
13	39	180	847	646	13
14	94	293	634	691	14
15	188	234	705	585	15
16	181	485	679	367	16
17	108	502	842	260	17
18	214	491	674	328	18
19	149	273	684	606	19
20	156	310	608	640	20
21	178	282	597	654	21

### Gruppo B

Dati giugno 2008 - classi 4e, allievi 1763

	ZERO	F	M	D	
1	53	140	646	924	1
2	30	139	789	803	2
3	106	286	833	558	3
4	21	151	767	824	4
5	39	131	658	935	5
6	20	97	677	969	6
7	61	224	860	619	7
8	92	246	740	685	8
9	44	110	774	835	9
10	50	149	905	659	10
11	36	180	748	801	11
12	52	208	887	614	12
13	50	169	855	699	13
14	67	248	618	830	14
15	212	234	681	627	15
16	104	381	809	469	16
17	74	426	908	355	17
18	109	481	753	420	18
19	82	251	690	740	19
20	102	330	666	665	20
21	88	302	652	722	21

Differenze di riuscita, in %, degli allievi di 4a del **gruppo A** rispetto a quelli del **gruppo B**.

Argomento	ZERO	F	M	D
1	0.73	0.65	2.32	-3.70
2	1.69	-1.28	1.22	-1.51
3	3.45	-2.30	-2.16	1.00
4	0.68	2.13	3.80	-6.61
5	0.71	0.51	3.98	-5.25
6	1.26	0.05	2.14	-3.32
7	-0.54	6.16	-1.58	-3.98
8	3.89	3.05	-1.96	-5.03
9	0.95	0.71	1.19	-2.85
10	1.54	3.17	-2.32	-2.39
11	0.24	2.93	-1.60	-1.56
12	2.60	0.17	2.90	-5.57
13	-0.56	1.49	0.97	-1.92
14	1.69	3.04	1.98	-6.72
15	-1.04	0.40	2.55	-1.39
16	4.67	6.72	-6.23	-5.16
17	2.11	5.16	-2.32	-4.95
18	6.02	1.30	-3.34	-4.66
19	4.05	1.71	0.81	-6.57
20	3.32	-0.61	-2.38	-0.34
21	5.41	-0.66	-2.11	-2.75
MEDIA	+2.04%	+1.64%	-0.10%	-3.58%
	allievi meno esperti	allievi poco esperti	allievi esperti	allievi molto esperti
	<b>+3.68%</b>		<b>-3.68%</b>	

Il confronto dei dati indica che:

- nel **gruppo A** aumentano del 2,04% gli allievi meno esperti (ossia coloro che hanno più di un anno di ritardo) e dell'1,64% quelli poco esperti (coloro che arrivano solo al livello F e che hanno dunque meno di un anno di ritardo).
- nei due gruppi il numero degli allievi esperti è mediamente simile mentre nel **gruppo A** sono percentualmente meno numerosi gli allievi molto esperti nella misura del 3,58%.

Globalmente gli allievi del **gruppo A** risultano meno brillanti di quelli del **gruppo B** nella misura del 3,68%.

Queste differenze si notano in particolare agli «estremi», ossia tra i gli allievi meno esperti (+2,04%) e gli allievi più esperti (-3,58%).

## Appendice D: Evoluzione delle competenze del gruppo A nel II ciclo

Consideriamo che una situazione è *stabile* quando le variazioni tra la 3a e la 5a non superano il 3%. In questi casi abbiamo lasciato le caselle vuote.

Nella tabella riportiamo il dato percentuale a fine 3a e, se i cambiamenti superano il 3%, vengono riportate anche le percentuali a fine 4a e a fine 5a.

**In giallo** sono evidenziate le caselle dei livelli finali M+D dove la riuscita ha superato l'80%.

**In celeste** sono evidenziate le caselle in cui il numero degli allievi meno esperti supera il 4%.

	Livello ZERO			Livello F			Livelli M+D		
	3a	4a	5a	3a	4a	5a	3a	4a	5a
1 Numeri	2%			8%			90%		
2 Segni aritmetici	2%			8%			90%		
3 Frazioni	9%			38%	13%	20%	53%	78%	72%
4 Add. orali	1%			9%			90%		
5 Add. mentali	2%			11%	8%	4%	87%	89%	93%
6 Add. scritte	3%			11%	6%	3%	86%	92%	94%
7 Sott. orali	1%	3%	5%	15%	19%	12%	84%	78%	83%
8 Sott. mentali	8%			20%	17%	12%	72%	74%	81%
9 Sott. scritte	9%	3%	3%	17%	7%	5%	74%	90%	92%
10 Molt. orali	1%			9%	12%	6%	90%	84%	92%
11 Molt. mentali	2%			8%	13%	5%	90%	85%	94%
12 Molt. scritte	6%			11%			83%	82%	86%
13 Div. orali	3%			20%	11%	12%	77%	87%	85%
14 Div. mentali	9%	6%	3%	34%	17%	10%	57%	77%	87%
15 Div. scritte	-	11%	8%	-	11%		75%		
16 Misure lunghezza	9%			22%	28%	15%	69%	61%	75%
17 Misure di peso	5%			37%	29%	11%	58%	65%	83%
18 Misure di capacità	10%	13%	14%	34%	29%	20%	56%	58%	66%
19 Misure di valore	8%			15%	16%	11%	77%	75%	83%
20 Misure di tempo	7%	9%	5%	21%	18%	15%	72%	73%	80%
21 Diagrammi	7%	10%	6%	19%	17%	15%	74%	73%	79%

## Appendice E: Campioni di allievi considerati

### Anno scolastico 2007-2008: settembre 2007

Ha partecipato all'indagine il 61% del totale degli allievi del II ciclo delle scuole elementari del Cantone Ticino (5634 allievi su un totale di 9136):

il 54% degli allievi di **3a**, 1620 su 2975 – **gruppo A**

il 62% degli allievi di **4a**, 1905 su 3052 – **gruppo B**

il 68% degli allievi di **5a**, 2109 su 3109 – **gruppo C**

Nella tabella che segue sono riassunte le percentuali secondo i diversi circondari.

Allievi che hanno partecipato all'indagine rispetto alla totalità degli alunni del II ciclo del Cantone.

Circ.	III			IV			V			Totale Cantone	Totale indagine	
	Cantone	indagine		Cantone	indagine		Cantone	indagine				
1°	354	228	64.4%	287	183	63.8%	341	233	68.3%	982	644	65.6%
2°	270	109	40.4%	306	150	49.0%	290	107	36.9%	866	366	42.3%
3°	341	122	35.8%	381	202	53.0%	352	187	53.1%	1074	511	47.6%
4°	408	147	36.0%	388	208	53.6%	422	213	50.5%	1218	568	46.6%
5°	308	222	72.1%	357	221	61.9%	311	260	83.6%	976	703	72.0%
6°	345	208	60.3%	353	254	72.0%	370	323	87.3%	1068	785	73.5%
7°	341	314	92.1%	347	301	86.7%	361	318	88.1%	1049	933	88.9%
8°	382	170	44.5%	400	229	57.3%	421	288	68.4%	1203	687	57.1%
9°	226	100	44.2%	233	157	67.4%	241	180	74.7%	700	437	62.4%
TI	2975	1620	54.5%	3052	1905	62.4%	3109	2109	67.8%	9136	5634	61.7%

**Anno scolastico 2007-2008 - giugno 2008:** Ha partecipato per le classi 3e e 4e:

il 49% degli allievi di **3a**, 1446 su 2975 – **gruppo A**

il 58% degli allievi di **4a**, 1763 su 3052 – **gruppo B**

**Anno scolastico 2008-2009 - giugno 2009:** Erano coinvolti solo gli allievi di 4a e di 5a elementare. Ha partecipato all'indagine:

il 57% degli allievi di **4a**, 1712 su 2979 – **gruppo A**

il 58% degli allievi di **5a**, 1778 su 3064 – **gruppo B**

**Anno scolastico 2009-2010 - giugno 2010:** Erano coinvolti solo gli allievi di 5a elementare. Ha partecipato all'indagine:

il 53% degli allievi di **5a**, 1607 su 3014 – **gruppo A**

Riassumendo, gli allievi del Gruppo principale A che sono stati coinvolti nell'indagine sono passati dal 54%, al 49% in 3a, poi al 57% in 4a e infine al 53% in 5a.

**La percentuale di allievi coinvolti nell'indagine si aggira tra il 50% e il 60% del totale degli allievi del Cantone delle rispettive classi.**



## Appendice F: In che misura gli allievi hanno raggiunto gli obiettivi previsti alla fine delle diverse classi?

In questa tabella, consideriamo raggiunto un obiettivo quando un allievo ha risolto correttamente almeno il livello M. Abbiamo pertanto cumulato le percentuali degli allievi "esperti" (che hanno superato il livello M e che sono in procinto di lavorare al livello D) e degli allievi "molto esperti", coloro che hanno superato anche il livello D.

Per rilevare i dati esatti dei livelli M e D, rinviamo alle tabelle relative ai singoli argomenti della Tabella di autovalutazione (Appendice A).

Per i dati di "fine 2a", raccolti in realtà a inizio 3a, abbiamo considerato la casella "zero" come obiettivi non raggiunti e cumulati i livelli F, M e D (infatti è il livello F di 3a che presenta i compiti la cui riuscita è prevista per fine 2a).

	fine 2a	fine 3a	fine 3a	fine 4a	fine 4a	fine 5a	fine 5a
	grupp o A	grupp o A	grupp o B	grupp o B	grupp o A	grupp o B	grupp o A
	sett. 2007	giu. 2008	sett. 2007	giu. 2008	giu. 2009	giu. 2009	giu. 2010
1 - Numeri	65%	90%	77%	89%	88%	87%	88%
2 - Segni aritmetici	57%	90%	80%	90%	90%	86%	87%
3 - Frazioni	23%	53%	50%	79%	78%	68%	72%
4 - Addizioni orali	76%	90%	70%	90%	87%	86%	88%
5 - Addizioni mentali	69%	87%	66%	90%	89%	93%	93%
6 - Addizioni scritte	69%	87%	72%	90%	92%	93%	94%
7 - Sottrazioni orali	68%	84%	51%	84%	78%	80%	83%
8 - Sottrazioni mentali	40%	72%	38%	81%	74%	81%	81%
9 - Sottrazioni scritte	7%	74%	60%	90%	90%	91%	92%
10 - Moltiplicazioni orali	45%	90%	48%	89%	84%	89%	92%
11 - Moltiplicazioni mentali	50%	90%	32%	88%	85%	92%	94%
12 - Moltiplicazioni scritte	8%	83%	48%	85%	82%	85%	86%
13 - Divisioni orali	37%	77%	58%	88%	87%	82%	85%
14 - Divisioni mentali	13%	57%	47%	82%	77%	84%	87%
15 - Divisioni scritte			5%	75%	75%	76%	76%
16 - Misure di lunghezza	28%	69%	29%	72%	61%	72%	75%
17 - Misure di peso	59%	58%	60%	72%	65%	78%	83%
18 - Misure di capacità	22%	56%	35%	67%	58%	64%	66%
19 - Misure di valore	27%	77%	55%	81%	75%	81%	83%
20 - Misure di tempo	33%	72%	53%	75%	73%	75%	80%
21 - Diagrammi	42%	84%	61%	78%	73%	75%	79%
<b>MEDIA</b>	<b>56.4%</b>	<b>77.0%*</b>	<b>54.5%*</b>	<b>82.6%</b>	<b>79.1%</b>	<b>81.8%</b>	<b>84.0%</b>

I compiti previsti ai livelli F degli argomenti le cui percentuali sono **oscurate**, non sono previsti alla fine della 2a elementare e non ci si poteva quindi attendere la padronanza (non sono considerati dunque nella media dell'ultima riga della tabella).

\* Nella media non è stata considerata la divisione scritta, (programma di 4a-5a)

I dati in **rosso** sono delle medie fra i dati raccolti dopo la pausa estiva quando, vedi Appendice 7.8., si registra generalmente una flessione negativa di circa il 20%.

**Precisazione:** diversamente da quanto scritto alla sezione 4., questa tabella non è più da "leggere per difetto" come è il caso, invece, per le tabelle dei singoli argomenti. Avendo cumulato le percentuali degli allievi che

hanno raggiunto il livello M con quelle del livello D (coloro quindi che mostrano effettivamente la completa padronanza di quanto previsto nei diversi compiti), i dati non dovrebbero più essere "penalizzanti" rispetto alla realtà.

Alcune osservazioni più dettagliate sono proposte nella presentazione dei dati di ogni singolo argomento, nell'Appendice A.

**Osservazione relativa agli argomenti "non attesi" (caselle oscurate)**

Sebbene i compiti previsti per questi argomenti non fossero "attesi", si nota che parecchi allievi, grossomodo  $\frac{1}{4}$  di loro, hanno delle buone competenze, a volte "oltre" quanto previsto per la fine del I ciclo.



## Appendice G: Quanti sono gli allievi che al termine dell'anno scolastico non raggiungono gli obiettivi della classe precedente?

Si tratta quindi degli allievi meno esperti che, rispetto ai Programmi, hanno un ritardo superiore ad un anno scolastico. Allievi che, ad esempio, a fine 4a non hanno ancora raggiunto nei diversi argomenti gli obiettivi di fine 3a.

	fine 3a gruppo A	fine 4a gruppo B	fine 4a gruppo A	fine 5a gruppo B	fine 5a gruppo A
	fine 3a	fine 4a	fine 4a	fine 5a	fine 5a
1 - Numeri	2%	3%	4%	4%	4%
2 - Segni aritmetici	2%	2%	3%	4%	4%
3 - Frazioni	9%	6%	9%	9%	8%
4 - Addizioni orali	1%	1%	2%	3%	3%
5 - Addizioni mentali	2%	2%	3%	2%	3%
6 - Addizioni scritte	3%	1%	2%	3%	3%
7 - Sottrazioni orali	1%	3%	3%	5%	5%
8 - Sottrazioni mentali	8%	5%	9%	6%	7%
9 - Sottrazioni scritte	9%	2%	3%	2%	3%
10 - Moltiplicazioni orali	1%	3%	4%	2%	2%
11 - Moltiplicazioni mentali	2%	2%	2%	1%	1%
12 - Moltiplicazioni scritte	6%	3%	6%	5%	5%
13 - Divisioni orali	3%	3%	2%	2%	3%
14 - Divisioni mentali	9%	4%	6%	3%	3%
15 - Divisioni scritte	-	12%	11%	7%	8%
16 - Misure di lunghezza	9%	6%	11%	8%	10%
17 - Misure di peso	5%	4%	6%	6%	6%
18 - Misure di capacità	10%	6%	13%	14%	14%
19 - Misure di valore	8%	5%	9%	5%	6%
20 - Misure di tempo	7%	6%	9%	7%	5%
21 - Diagrammi	7%	5%	10%	5%	6%
<b>MEDIA</b>	<b>5.2%</b>	<b>4.0%</b>	<b>6.0%</b>	<b>4.9%</b>	<b>5,1%</b>
	<b>MEDIA COMPLESSIVA</b> <b>5%</b>				

## Appendice H: Quanti sono gli allievi che raggiungono alla fine dell'anno scolastico solo gli obiettivi della classe precedente?

Si tratta degli allievi poco esperti che, rispetto ai Programmi, hanno meno di un anno di "ritardo". Consideriamo il fatto che questi allievi, una volta conquistato il livello F (relativo alla classe precedente), stanno lavorando sugli oggetti relativi alla classe che frequentano, pur non avendone ancora raggiunto la padronanza a fine anno scolastico. In questo caso la tabella deve essere dunque letta per difetto.

	obiettivi di 2a raggiunti a fine 3a <b>gruppo A</b>	obiettivi di 3a raggiunti a fine 4a <b>gruppo B</b>	obiettivi di 3a raggiunti a fine 4a <b>gruppo A</b>	obiettivi di 4a raggiunti a fine 5a <b>gruppo B</b>	obiettivi di 4a raggiunti a fine 5a <b>gruppo A</b>
1 - Numeri	8%	8%	8%	9%	7%
2 - Segni aritmetici	8%	8%	7%	10%	9%
3 - Frazioni	38%	15%	13%	23%	20%
4 - Addizioni orali	9%	9%	11%	11%	9%
5 - Addizioni mentali	11%	8%	8%	5%	4%
6 - Addizioni scritte	11%	6%	6%	4%	3%
7 - Sottrazioni orali	15%	13%	19%	15%	12%
8 - Sottrazioni mentali	20%	14%	17%	13%	12%
9- Sottrazioni scritte	17%	8%	7%	7%	5%
10- Moltiplicazioni orali	9%	8%	12%	9%	6%
11 - Moltiplicazioni mentali	8%	10%	13%	7%	5%
12 - Moltiplicazioni scritte	11%	12%	12%	10%	9%
13 - Divisioni orali	20%	9%	11%	16%	12%
14 - Divisioni mentali	34%	14%	17%	13%	10%
15 - Divisioni scritte		13%	14%	17%	16%
16 - Misure di lunghezza	22%	22%	28%	20%	15%
17 - Misure di peso	37%	24%	29%	16%	11%
18 - Misure di capacità	34%	27%	29%	22%	20%
19 - Misure di valore	15%	14%	16%	14%	11%
20 - Misure di tempo	21%	19%	18%	18%	15%
21 - Diagrammi	19%	17%	17%	20%	15%
<b>MEDIA</b>	<b>18.3%</b>	<b>13,2%</b>	<b>14.8%</b>	<b>13,3%</b>	<b>10,7%</b>
	<b>MEDIA COMPLESSIVA</b>				
	<b>14%</b>				

## Appendice I: Quale flessione si registra dopo la pausa estiva?

Per avere utili indicazioni, abbiamo fatto i seguenti confronti:

- Confronto tra i dati di fine terza (**gruppo A**, giugno 2008) e quelli di inizio 4a (**gruppo B**, sett. 2007).
- Confronto tra i dati di fine quarta (**gruppo A**, giugno 2009) e quelli di inizio 5a (**gruppo C**, sett. 2007).

	Obiettivi raggiunti a...			
	Fine 3a <b>gruppo A</b>	Inizio 4a <b>gruppo B</b>	Fine 4a <b>gruppo A</b>	Inizio 5a <b>gruppo C</b>
	giu. 2008	sett. 2007	giu. 2009	sett. 2007
1 - Numeri	90%	77%	88%	84%
2 - Segni aritmetici	90%	80%	90%	72%
3 - Frazioni	53%	50%	78%	48%
4 - Addizioni orali	90%	70%	87%	69%
5 - Addizioni mentali	87%	66%	89%	68%
6 - Addizioni scritte	87%	72%	92%	85%
7 - Sottrazioni orali	84%	51%	78%	50%
8 - Sottrazioni mentali	72%	38%	74%	50%
9 - Sottrazioni scritte	74%	60%	90%	75%
10 - Moltiplicazioni orali	90%	48%	84%	70%
11 - Moltiplicazioni mentali	90%	32%	85%	72%
12 - Moltiplicazioni scritte	83%	48%	82%	71%
13 - Divisioni orali	77%	58%	87%	57%
14 - Divisioni mentali	57%	47%	77%	64%
15 - Divisioni scritte	-	-	75%	40%
16 - Misure di lunghezza	69%	29%	61%	48%
17 - Misure di peso	58%	60%	65%	42%
18 - Misure di capacità	56%	35%	58%	21%
19 - Misure di valore	77%	55%	75%	38%
20 - Misure di tempo	72%	53%	73%	49%
21 - Diagrammi	84%	61%	73%	54%
<b>MEDIA</b>	<b>77.0%</b>	<b>54.5%</b>	<b>79,1%</b>	<b>58.6%</b>
<b>DIFFERENZE</b>	<b>22.5%</b>		<b>20.5%</b>	

Il confronto evidenzia un calo dopo la pausa estiva che, mediamente, supera di poco il **20%**.

## Appendice L: Allievi esperti e molto esperti, qual è il rapporto?

In diverse tabelle abbiamo raggruppato il numero degli allievi esperti e molto esperti, considerando l'insieme di questi allievi come coloro che hanno raggiunto un livello di padronanza negli argomenti previsti dai Programmi.

In questa Appendice, limitatamente al **gruppo A**, evidenziamo il rapporto esistente tra gli allievi esperti e quelli molto esperti. Ossia tra coloro che hanno superato il livello M e che stanno lavorando per superare il livello D, e coloro, i molto esperti, che invece l'hanno già superato.

	Relazione tra <b>allievi esperti</b> e <b>allievi molto esperti</b>					
	<b>Fine 3a</b>		<b>Fine 4a</b>		<b>Fine 5a</b>	
	gruppo A - giugno 2007		gruppo A - giugno 2007		gruppo A - giugno 2007	
	M %	D %	M %	D %	M %	D %
1 - Numeri	26	64	39	49	17	71
2 - Segni aritmetici	41	49	45	44	40	47
3 - Frazioni	31	22	44	33	38	34
4 - Addizioni orali	35	55	47	40	41	47
5 - Addizioni mentali	45	42	41	48	38	55
6 - Addizioni scritte	31	55	40	52	37	57
7 - Sottrazioni orali	42	42	47	31	45	38
8 - Sottrazioni mentali	41	31	40	34	41	40
9 - Sottrazioni scritte	28	46	45	45	35	57
10 - Moltiplicazioni orali	45	45	49	35	50	42
11 - Moltiplicazioni mentali	36	54	41	44	38	56
12 - Moltiplicazioni scritte	47	36	53	29	41	45
13 - Divisioni orali	39	38	49	38	47	38
14 - Divisioni mentali	29	28	37	40	43	44
15 - Divisioni scritte	-	-	41	34	46	30
16 - Misure di lunghezza	40	29	40	21	40	35
17 - Misure di peso	43	15	49	16	52	31
18 - Misure di capacità	35	21	39	19	41	25
19 - Misure di valore	39	38	40	35	33	50
20 - Misure di tempo	40	32	35	38	51	29
21 - Diagrammi	35	39	35	38	39	40
<b>MEDIA arrotondata</b>	<b>37%</b>	<b>40%</b>	<b>43%</b>	<b>36%</b>	<b>41%</b>	<b>43%</b>
<b>SOMMA</b>	<b>77%</b>		<b>79%</b>		<b>84%</b>	

## Appendice M: Dati degli allievi del gruppo A dal 2007 al 2010

Nelle tabelle che seguono presentiamo dapprima le percentuali medie di riuscita per ogni anno, in seguito le tabelle dei dati relativi ad ogni argomento da inizio 3a a fine 5a.

### A inizio 3a (fine 2a) settembre 2007

	<b>Zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
	705	861	46	6
		53.19%	2.84%	0.41%
<b>% su 1620 allievi</b>	<b>43.57%</b>	<b>56.43%</b>		

### A fine 3a, giugno 2008

	<b>Zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
	74	263	540	566
<b>% su 1446 allievi</b>	<b>5.18%</b>	<b>18.24%</b>	<b>37.40%</b>	<b>39.18%</b>

### A fine 4a, giugno 2009

	<b>Zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
	104	252	734	620
<b>% su 1712 allievi</b>	<b>6.09%</b>	<b>14.76%</b>	<b>42.88%</b>	<b>36.27%</b>

### A fine 5a, giugno 2010

	<b>Zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
	84	173	652	696
<b>% su 1607 allievi</b>	<b>5.26%</b>	<b>10.77%</b>	<b>40.62%</b>	<b>43.35%</b>

## A inizio 3a (fine 2a) settembre 2007

Abbiamo preso in considerazione solo gli argomenti previsti nel programma di 2a.

(Vedi osservazioni fatte nel Documento A relativo alla presentazione dei dati raccolti nel settembre 2007).

<b>Gruppo A - classe 3a - dati giugno 2008 - allievi 1446</b>				
	<b>zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
1 - Numeri	568	993	51	8
2 - Segni aritmetici	693	837	85	5
3 - Frazioni	--	--	--	--
4 - Addizioni orali	383	1102	107	32
5 - Addizioni mentali	504	1040	75	1
6 - Addizioni scritte	--	--	--	--
7 - Sottrazioni orali	521	1029	53	17
8 - Sottrazioni mentali	975	615	27	3
9 - Sottrazioni scritte	--	--	--	--
10 - Moltiplicazioni orali	899	696	25	0
11 - Moltiplicazioni mentali	818	791	11	0
12 - Moltiplicazioni scritte	--	--	--	--
13 - Divisioni orali	1027	575	17	1
14 - Divisioni mentali	--	--	--	--
15 - Divisioni scritte	--	--	--	--
16 - Misure di lunghezza	--	--	--	--
17 - Misure di peso	671	938	11	0
18 - Misure di capacità	--	--	--	--
19 - Misure di valore	--	--	--	--
20 - Misure di tempo	--	--	--	--
21 - Diagrammi	--	--	--	--

media	705	861	46	6
% su 1620	<b>43.57</b>	<b>53.18</b>	<b>2.84</b>	<b>0.41</b>

## A fine 3a, giugno 2008

<b>Gruppo A - classe 3a - dati giugno 2008 - allievi 1446</b>				
	<b>zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
1 - Numeri	30	114	370	932
2 - Segni aritmetici	28	114	601	703
3 - Frazioni	136	550	446	314
4 - Addizioni orali	16	122	507	800
5 - Addizioni mentali	32	166	648	600
6 - Addizioni scritte	40	163	453	790
7 - Sottrazioni orali	20	209	607	610
8 - Sottrazioni mentali	118	285	593	450
9 - Sottrazioni scritte	124	246	404	672
10 - Moltiplicazioni orali	14	132	643	657
11 - Moltiplicazioni mentali	24	116	522	784
12 - Moltiplicazioni scritte	85	154	680	527
13 - Divisioni orali	43	285	563	555
14 - Divisioni mentali	135	483	422	406
15 - Divisioni scritte	--	--	--	--
16 - Misure di lunghezza	131	315	588	412
17 - Misure di peso	67	538	616	225
18 - Misure di capacità	139	489	509	309
19 - Misure di valore	113	216	561	556
20 - Misure di tempo	100	304	582	460
21 - Diagrammi	104	273	499	570

media	74	263	540	566
% su 1446	<b>5.18</b>	<b>18.24</b>	<b>37.40</b>	<b>39.18</b>

E' stato tolto l'argomento 15 (div. scritte), non è richiesto in 3a.

## A fine 4a, giugno 2009

<b>Gruppo A - classe 4a - dati giugno 2009 - allievi 1712</b>				
	<b>zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
1 - Numeri	64	147	667	834
2 - Segni aritmetici	58	113	787	754
3 - Frazioni	162	219	772	559
4 - Addizioni orali	32	183	810	687
5 - Addizioni mentali	50	136	708	818
6 - Addizioni scritte	41	95	692	884
7 - Sottrazioni orali	50	323	806	533
8 - Sottrazioni mentali	156	291	686	579
9 - Sottrazioni scritte	59	119	772	762
10 - Moltiplicazioni orali	75	199	839	599
11 - Moltiplicazioni mentali	39	225	697	751
12 - Moltiplicazioni scritte	95	205	911	501
13 - Divisioni orali	39	180	847	646
14 - Divisioni mentali	94	293	634	691
15 - Divisioni scritte	188	234	705	585
16 - Misure di lunghezza	181	485	679	367
17 - Misure di peso	108	502	842	260
18 - Misure di capacità	214	491	679	328
19 - Misure di valore	149	273	684	606
20 - Misure di tempo	156	310	606	640
21 - Diagrammi	178	283	597	654

media	104	252	734	620
% su 1712	<b>6.09</b>	<b>14.76</b>	<b>42.88</b>	<b>36.27</b>



A fine 5a, giugno 2010.

<b>Gruppo A - classe 5a - dati giugno 2010 - allievi 1607</b>				
	<b>zero</b>	<b>F</b>	<b>M</b>	<b>D</b>
1- Numeri	73	110	285	1139
2- Segni aritmetici	71	135	639	762
3- Frazioni	133	325	603	546
4- Addizioni orali	47	143	657	760
5- Addizioni mentali	56	61	610	880
6- Addizioni scritte	48	45	601	913
7- Sottrazioni orali	86	199	719	603
8- Sottrazioni mentali	122	190	656	639
9- Sottrazioni scritte	45	85	558	919
10- Moltiplicazioni orali	30	100	801	676
11- Moltiplicazioni mentali	24	74	605	904
12- Moltiplicazioni scritte	84	145	663	715
13- Divisioni orali	50	192	760	605
14- Divisioni mentali	47	170	689	701
15- Divisioni scritte	126	260	740	481
16- Misure di lunghezza	150	247	646	564
17- Misure di peso	96	184	836	491
18- Misure di capacità	221	315	667	404
19- Misure di valore	88	178	530	811
20- Misure di tempo	86	238	816	467
21- Diagrammi	93	239	625	650

media	84	173	652	696
% su 1607	<b>5.26</b>	<b>10.77</b>	<b>40.62</b>	<b>43.35</b>

## Appendice N: Dati sulle competenze degli allievi al termine del I ciclo

Nel Documento E, del novembre 2008, sono riportati i dati e le osservazioni sulle competenze degli allievi al termine del I ciclo, registrate dopo la pausa estiva, ossia a inizio 3a.

Pur considerando che dopo le vacanze estive si registra in genere una flessione negativa di circa un 20 % (vedi Appendice I), i dati emersi mostrano dei tassi di non riuscita in alcuni casi allarmanti. Abbiamo così voluto raccogliere nel Documento E tutto quanto emerso dall'indagine di settembre nelle classi 3e per permettere una riflessione più approfondita in merito alla situazione degli allievi al termine dei primi due anni di scuola.

Il fatto di non aver raggiunto la padronanza dei livelli F, limitatamente agli argomenti che corrispondono alle aspettative di fine 2a, non significa evidentemente un'incapacità totale. Ricordiamo che uno dei limiti di questa indagine consiste appunto nel fatto che **non vengono considerate le riuscite parziali**. Le percentuali negative riportate riguardano dunque tutti gli allievi che non hanno raggiunto la riuscita completa, totale, nel compito proposto; comprendono sia coloro che hanno fatto poco o nulla, ma anche coloro che hanno commesso pochi errori (anche uno solo). **I dati, quindi, vanno sempre interpretati secondo una logica di "approssimazione per difetto"**.

Sarebbe auspicabile che i dati emersi, puramente di tipo quantitativo, possano dare avvio a delle osservazioni e analisi qualitative degli errori e delle incapacità degli allievi nel risolvere i compiti proposti ai livelli F di 3a.

L'analisi dei dati è stata separata in due diverse tabelle, una inerente gli argomenti "attesi" a inizio 3a, la seconda inerente gli argomenti "nuovi" per i quali non c'è nessuna aspettativa di riuscita. Le due tabelle che seguono evidenziano tale distinzione.

### Argomenti previsti dai Programmi al termine del I ciclo (fine 2a)

Tabella A

Matematica		Tabella di autovalutazione		F	M	D
1	Numeri					
2	Segni aritmetici					
4	Addizioni: calcolo orale					
5	Addizioni: calcolo mentale					
7	Sottrazioni: calcolo orale					
8	Sottrazioni: calcolo mentale					
10	Moltiplicazioni: calcolo orale					
11	Moltiplicazioni: calcolo mentale					
13	Divisioni: calcolo orale					
17	Misure di peso					

### Argomenti "nuovi" che saranno affrontati dagli allievi solo in 3a

Tabella B

Matematica		Tabella di autovalutazione		F	M	D
3	Frazioni					
6	Addizioni: operazione scritta					
9	Sottrazioni: operazione scritta					
12	Moltiplicazioni: operazione scritta					
14	Divisioni: calcolo mentale					
15	Divisione: operazione scritta (solo dalla 4a)					
16	Misure di lunghezza					
18	Misure di capacità					
19	Misure di valore					
20	Misure di tempo					
21	Diagrammi					

Presentiamo qui sotto solo i dati relativi agli argomenti "attesi" (Tabella A), per un approfondimento dei dati della Tabella B, rinviamo al Documento E presentato nel 2008.

Oltre ai tassi di non riuscita a conclusione del I ciclo (colonna in rosso), sono indicati i tassi di non riuscita al termine della 3a. I dati riportati nella colonna in verde indicano la percentuale di allievi "poco esperti" che, mediamente, tranne che per le sottrazioni mentali, si attesta attorno al 2%.

I dati si riferiscono alle percentuali della **NON padronanza totale** dei compiti previsti al livello F dei fogli DIMAT di 3a, su un campione di 1620 allievi.

<b>ARGOMENTI PREVISTI NEL PROGRAMMA DI 2a</b>	<b>a inizio 3a fine 2a</b>	<b>a fine 3a</b>
<b>Numeri</b>	<b>35%</b>	2,0 %
<b>Segni aritmetici</b>	<b>43%</b>	1,9 %
<b>+ calcolo orale</b>	<b>24%</b>	1,1 %
<b>+ calcolo mentale</b>	<b>31%</b>	2,2 %
<b>- calcolo orale</b>	<b>32%</b>	1,4 %
<b>- calcolo mentale</b>	<b>60%</b>	8,2 %
<b>x calcolo orale</b>	<b>55%</b>	1,0 %
<b>x calcolo mentale</b>	<b>50%</b>	1,7 %
<b>: calcolo orale</b>	<b>63%</b>	3,0 %
<b>Misure di peso</b>	<b>41%</b>	4,6 %
<b>Media</b>	<b>43.6%</b>	<b>2.4%</b>

Il tasso del 2,4% di non riuscita a fine 3a, limitatamente a questi dieci argomenti, è circa della metà del tasso medio del 5% di non riuscita nel corso del II ciclo (vedi Appendice G).

## Appendice O: Lista dei documenti prodotti durante l'indagine

Nel corso di tutta la durata dell'indagine sono stati redatti diversi rapporti intermedi che si possono consultare e scaricare sul sito del DFA sotto la rubrica pubblicazioni (<http://www.supsi.ch/dfa/ricerca/pubblicazioni.html>).

Presentiamo sotto la lista di tutti questi documenti.

<u>Documento A</u>	<i>Indagine sulle conoscenze iniziali in matematica in 3e, 4e e 5e elementare.</i>
Losa-Dellagana marzo 2008	<i>Presentazione dei dati raccolti nel settembre 2007.</i>
<u>Documento B</u>	<i>Presentazione dei dati raccolti nel settembre 2007.</i>
Losa-Dellagana marzo 2008	<i>Dati relativi alle classi 3e.</i>
<u>Documento C</u>	<i>Presentazione dei dati raccolti nel settembre 2007.</i>
Losa-Dellagana marzo 2008	<i>Dati relativi alle classi 4e e classi 5e.</i>
<u>Documento D</u>	<i>Confronto tra i dati raccolti in settembre 2007 e in giugno 2008.</i>
Dellagana dicembre 2008	<i>Dati relativi alle classi 3e e classi 4e.</i>
<u>Documento E</u>	<i>Dati relativi alle competenze degli allievi al termine del 1° ciclo, ossia all'inizio della classe 3a.</i>
Dellagana ottobre 2008	
<u>Documento F</u>	<i>Confronto tra i dati di giugno 2008 e giugno 2009 relativi alle classi 4e.</i>
Dellagana luglio 2009	
<u>Documento G</u>	<i>Presentazione dei dati di giugno 2009 in relazione ai dati raccolti in settembre 2007 e giugno 2008.</i>
Dellagana luglio 2009	<i>Dati relativi alle classi 3e - 4e - 5e.</i>
<u>Documento H</u>	<i>Presentazione di tutti i dati raccolti da settembre 2007 a giugno 2010 concernenti gli allievi del <b>gruppo A</b> e del <b>gruppo B</b>.</i>
Dellagana luglio 2010	



