

SUPSI

Quaderni di ricerca

Verifica delle Competenze Fondamentali (VeCoF) 2016

Risultati ticinesi in matematica nell'11° anno scolastico

Miriam Salvisberg, Francesca Crotta e Silvia Sbaragli



Proposta di citazione:

Salvisberg, M., Crotta F., & Sbaragli, S. (2019). *Verifica delle Competenze Fondamentali (VeCoF) 2016. Risultati ticinesi in matematica nell'11° anno scolastico*. Locarno: Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi.

Locarno, 2019

CIRSE - Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi

Piazza San Francesco 19, 6600 Locarno

dfa.cirse@supsi.ch

ISBN 978-88-85585-24-9

Autori: Miriam Salvisberg, Francesca Crotta e Silvia Sbaragli

Impaginazione: Selene Dioli

Copertina: Paola Dellea

Ringraziamenti

Agli allievi, ai docenti e alle direzioni degli istituti scolastici che hanno contribuito all'indagine 2016;
ai collaboratori esterni intervenuti nel corso dell'indagine (somministratori e codificatori);
al supporto Gestione Amministrativa delle Scuole – Gestione Allievi e Gestione Istituti (GAS-GAGI);
agli esperti di matematica e a Aldo Frapolli per la revisione critica del documento;
a Sandra Fenaroli, ricercatrice del CIRSE, per aver contribuito alla gestione e alla realizzazione dell'indagine 2016.

Sommario

1	La verifica delle competenze fondamentali (VeCoF)	7
2	Competenze fondamentali nazionali in matematica	9
2.1	Confronto tra competenze fondamentali e Piano di formazione della scuola media	14
2.2	Confronto tra competenze fondamentali e Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese	18
2.3	Operazionalizzazione delle competenze fondamentali nel test VeCoF	23
2.4	Esempi di item	24
2.5	Procedura di scaling degli item.....	27
3	Il campione ticinese dell'indagine VeCoF 2016.....	29
4	Risultati ticinesi sul raggiungimento delle competenze fondamentali in matematica	31
5	I risultati VeCoF nel contesto di PISA.....	41
6	Conclusioni	45
7	Bibliografia	47

1 La verifica delle competenze fondamentali (VeCoF)

L'Accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria (concordato HarmoS), entrato in vigore il 1° agosto 2009, definisce gli standard nazionali minimi di formazione (denominati competenze fondamentali) alla fine di determinati anni di scolarità e con essi la loro verifica.

Il 16 giugno 2011 (CDPE, 2011a) la Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione (CDPE) ha approvato le competenze fondamentali¹, elaborate e definite da gruppi di esperti, per le seguenti quattro discipline: lingua di scolarizzazione, scienze naturali, matematica e prima lingua seconda; le prime tre sono state definite per la fine del 4°, 8° e 11° anno scolastico², mentre la quarta per la fine dell'8° e 11° anno. Le competenze fondamentali definite a livello nazionale non rappresentano né la totalità del programma della scolarità obbligatoria né la totalità delle discipline, ma costituiscono la parte fondamentale dell'insegnamento scolastico, ossia le attitudini, le capacità e i saperi fondamentali che praticamente tutti gli allievi devono acquisire nelle quattro discipline per poter proseguire ulteriormente il loro percorso di formazione (CDPE, 2011b). La definizione di competenza adottata per tutte le discipline è quella di Weinert (2001): «le competenze sono le capacità e le abilità cognitive che un individuo possiede o che può apprendere per risolvere determinati problemi ma anche le capacità motivazionali, volizionali³ e sociali, ad esse connesse, per riuscire ad utilizzare in situazioni diverse le soluzioni trovate, con successo e in modo responsabile» (Klieme et al. 2004, p. 72).

Il concordato HarmoS prevede inoltre che i Piani di studio vengano coordinati dalle regioni linguistiche e che integrino al loro interno le competenze fondamentali di ciascuna di queste quattro discipline. Nella Svizzera francese il Plan d'études romand (PER)⁴ è entrato in vigore nell'anno scolastico 2011-2012 (CIIP, 2010) e, pur essendo stato elaborato prima dell'adozione delle competenze fondamentali, risulta essere compatibile con esse; nella Svizzera tedesca il Lehrplan21⁵ (D-EDK, 2016) è stato adottato nell'autunno 2014 dalla Conferenza dei direttori della pubblica educazione della Svizzera tedesca con l'approvazione di tutti i Cantoni coinvolti ed è stato implementato nei primi Cantoni dall'anno scolastico 2015/2016; in Canton Ticino è stato elaborato il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015) in modo che fosse compatibile con le competenze fondamentali stabilite dal concordato HarmoS ed è entrato in vigore nell'anno scolastico 2015-2016.

Per definire in che misura le competenze fondamentali in un determinato livello scolastico sono state raggiunte in tutti i Cantoni, si ricorre alla Verifica del raggiungimento delle competenze fondamentali (VeCoF). L'indagine è rivolta a verificare quale percentuale di allievi raggiunge le competenze fondamentali auspiccate, fornendo così indicazioni sul grado di armonizzazione degli obiettivi nazionali nei Cantoni e sull'efficacia dei sistemi scolastici. In Svizzera, l'introduzione di VeCoF si rivela un'importante novità, poiché per la prima volta tutti i Cantoni partecipano a un'indagine standardizzata su larga scala con test che valutano competenze nazionali ancorate nei Piani di studio regionali. Inoltre, per la prima volta, è stato effettuato un monitoraggio che include le lingue seconde (prima lingua seconda), ambito che in precedenza non è mai stato indagato a livello nazionale con test standardizzati, neppure dalla più longeva indagine PISA⁶.

La prima rilevazione effettuata sulle competenze fondamentali è stata realizzata nella primavera del 2016 e ha riguardato le competenze in matematica degli allievi dell'11° anno scolastico; valutazione che è oggetto di questo documento. È poi seguita nel 2017 una seconda indagine, rivolta agli allievi dell'8° anno, riguardante la lingua di scolarizzazione (comprensione dello scritto e ortografia) e la prima lingua seconda (comprensione dello scritto e comprensione orale).

¹ Per maggiori informazioni sui modelli di competenza di ogni disciplina si veda: <http://www.edk.ch/dyn/15415.php>.

² La CDPE fa riferimento al concordato HarmoS per definire gli anni scolastici. Gli ultimi due anni di scuola dell'infanzia sono inclusi nella scuola obbligatoria, in questo modo la durata totale della scuola obbligatoria è di undici anni. Anni scolastici HarmoS: 1° anno scolastico HarmoS = primo anno obbligatorio della scuola dell'infanzia; 4° anno = seconda elementare; 8° anno = prima media; 11° anno = quarta media.

³ Capacità volizionali: facoltà di dirigere volontariamente i propri atti e le proprie intenzioni d'agire.

⁴ Per un approfondimento si veda: <https://www.plandetudes.ch/per>

⁵ Per un approfondimento si veda: <https://www.lehrplan21.ch/>

⁶ Programme for International Student Assessment. Per maggiori informazioni: <http://www.oecd.org/pisa/>. Indagine alla quale la Svizzera partecipa dal 2000 ogni tre anni, con la partecipazione di solo alcuni Cantoni (dal 2000 al 2012). Questo studio valuta le competenze dei quindicenni in matematica, scienze e comprensione dello scritto.

Il 24 maggio 2019 sono stati pubblicati due rapporti nazionali: uno sulla rilevazione del 2016 (Consorzio VeCoF, 2019a) e l'altro su quella del 2017 (Consorzio VeCoF, 2019b), nei quali sono presentati i risultati sulle competenze fondamentali di tutti i Cantoni. Il presente rapporto ha lo scopo di descrivere i risultati dell'indagine 2016 in matematica degli allievi del Canton Ticino. Per contestualizzare maggiormente i risultati ottenuti dagli allievi delle scuole ticinesi, in questo rapporto sono confrontate le definizioni di competenze fondamentali nazionali con ciò che è dichiarato nel Piano di formazione della scuola media (Repubblica e Cantone Ticino, 2004) e nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015), con la volontà di esplicitare quanto e in che forma le competenze fondamentali testate siano presenti in questi documenti. Occorre tener presente che i risultati derivanti dall'indagine VeCoF 2016, oggetto di questo rapporto, sono stati ottenuti prima che le competenze fondamentali fossero realmente radicate nei dispositivi d'insegnamento e per questo motivo si è deciso di considerare in questa trattazione anche il Piano di formazione precedente (Repubblica e Cantone Ticino, 2004). In seguito, viene descritta sinteticamente l'operazionalizzazione delle competenze fondamentali in esercizi per il test e la procedura usata per determinare la soglia del raggiungimento delle competenze fondamentali. Nel capitolo successivo, si espone la composizione del campione ticinese che ha partecipato all'indagine. Infine, dopo aver presentato i risultati ticinesi all'indagine VeCoF 2016, l'ultimo capitolo presenta un confronto tra alcune caratteristiche delle due indagini standardizzate VeCoF e PISA riferite alla matematica allo scopo di investigare in che misura esse si differenziano nella concezione, negli obiettivi e nei risultati che ne scaturiscono. In particolare, il paragone serve a mettere in luce la definizione delle competenze fondamentali a livello svizzero in confronto con quella delle competenze di base nell'indagine internazionale PISA.

2 Competenze fondamentali nazionali in matematica

Le competenze fondamentali riferite alla matematica sono definite all'interno di un modello di competenza che rappresenta uno strumento per concepire, descrivere e ordinare le competenze in base a diversi aspetti. Tale modello è stato stabilito all'interno del consorzio scientifico per la matematica (CDPE, 2011a) e tiene in considerazione sia modelli di competenza di altri Paesi o progetti internazionali (come l'NCTM⁷, 2000; gli standard di formazione della KMK⁸, 2004; il programma quadro di insegnamento della Svizzera francese Pecaro, 2004; gli studi PISA, 2000, 2003⁹), sia peculiarità della Svizzera (confronto tra i Piani di studio regionali, differenze culturali e linguistiche).

Il modello pluridimensionale adottato per la matematica considera i seguenti diversi aspetti e fattori che risultano importanti per la descrizione delle competenze matematiche:

- 1) aspetti di competenza;
- 2) ambiti di competenza (con riferimento ai contenuti);
- 3) diversi livelli di competenza;
- 4) una dimensione evolutiva (4°, 8° ed 11° anno);
- 5) dimensioni non cognitive (in particolare aspetti motivazionali e sociali) (CDPE, 2011a, p. 6).

Nella Figura 1 sono rappresentate «le due prime dimensioni citate – «aspetti di competenza» e «ambiti di competenza» – sotto forma di una matrice, che costituisce lo schema di base per la descrizione delle competenze relative ai singoli anni di scolarità» (CDPE, 2011a, p. 7).

La struttura matriciale permette così di evidenziare come la descrizione di competenze matematiche debba presentare sia un elemento conoscitivo (ambiti di competenza) sia un elemento operativo (aspetti di competenza).

Figura 1: Modello di competenza in matematica (CDPE, 2011a, p. 7)



Come sostenuto nel documento di riferimento (CDPE, 2011a, p. 6): «Le competenze fondamentali per la matematica (come attese di prestazione cognitiva da parte degli allievi) stabiliscono quali competenze devono essere raggiunte praticamente da tutti gli allievi al termine dei tre anni chiave della scolarità. Esse rappresentano delle attese nei confronti degli allievi, ma implicano ugualmente delle aspettative degli allievi nei confronti della società e del suo sistema educativo. Di questo contesto allargato si dovrebbe sempre tener conto in

⁷ National Council of Teachers of Mathematics: <http://www.nctm.org/standards/>.

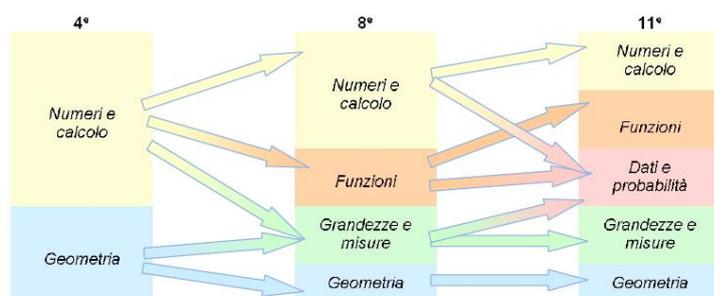
⁸ Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland: <http://www.kmk.org/bildung-schule/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards/dokumente.html>.

⁹ Per un approfondimento si veda CDIP (2003) e OCSE (2003).

seguito, quando le competenze fondamentali verranno formulate e concretizzate sotto forma di richiesta di prestazione agli allievi».

La progressione degli ambiti di competenza da un ciclo all'altro previsti dalla CDPE (2011a, p. 9), e quindi il fatto che vi siano diversi livelli di competenza nel tempo che seguono una dimensione evolutiva, è mostrata nella figura seguente (Figura 2).

Figura 2: Progressione degli ambiti di competenza da un ciclo all'altro (CDPE, 2011a, p. 9).



L'elenco di tutte le competenze fondamentali che si intendono raggiungere alla fine di ogni ciclo permette di leggere questa progressione anche in rapporto ad ognuno degli aspetti di competenza. Le competenze fondamentali previste alla fine dell'11° anno sono riportate di seguito (CDPE, 2011a, p. 19-25).

Figura 3: Competenze fondamentali per la matematica nell'11° anno (sintesi)

11° anno		Numeri e calcolo	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Dati e Probabilità
Sapere, riconoscere e descrivere	Gli allievi...	<ul style="list-style-type: none"> comprendono e utilizzano termini algebrici o aritmetici (in particolare: espressione letterale, equazione, incognita, soluzione, stima, approssimazione, numero primo, radice quadrata); conoscono e utilizzano le principali forme di rappresentazione di un numero (decimale, frazionaria, percentuale, scientifica, potenza con base razionale ed esponente naturale). 	<ul style="list-style-type: none"> conoscono e utilizzano i principali termini e concetti della geometria del piano e dello spazio; riconoscono, anche nel mondo quotidiano, figure piane e solide, le descrivono con un linguaggio adeguato e le classificano in base alle proprietà; conoscono dei teoremi fondamentali della geometria del piano (in particolare: T. di Pitagora, T. sulla somma degli angoli di un triangolo). 	<ul style="list-style-type: none"> conoscono i principali prefissi (in particolare: mega, kilo, deci, centi, milli); conoscono le grandezze usuali (lunghezza, superficie, volume, capacità, massa, tempo, velocità), le relative unità di misura principali con i loro simboli usuali ufficiali; conoscono la struttura del sistema metrico decimale fondata sulla rappresentazione mediante potenze di dieci. 	<ul style="list-style-type: none"> riconoscono una funzione come corrispondenza univoca fra gli elementi di due insiemi, anche fra due insiemi di grandezze; conoscono la terminologia, le notazioni e i simboli più importanti relativi al concetto di funzione (in particolare: variabile, forma algebrica, tabella delle coppie, rappresentazione grafica cartesiana, $f: x \rightarrow f(x)$); riconoscono situazioni semplici di variazione proporzionale diretta e inversa; distinguono le funzioni affini ($x \rightarrow ax + b$) dalle altre. 	<ul style="list-style-type: none"> comprendono e utilizzano i termini specifici della statistica e del calcolo delle probabilità (in particolare: tabella di valori, diagramma, media, frequenza, evento, probabilità di un evento).
		<ul style="list-style-type: none"> eseguire le quattro operazioni di base – con tecniche di calcolo mentale, mentale-scritto e/o tramite la calcolatrice a seconda della complessità – con numeri espressi sotto forma decimale, frazionaria o di semplici potenze (in particolare la notazione scientifica); approssimare, stimare risultati; utilizzare le proprietà delle operazioni (in particolare la distributività) per trasformare semplici espressioni algebriche; risolvere semplici equazioni di primo grado ad un'incognita. 	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare figure geometriche bidimensionali in un sistema di riferimento cartesiano ed eseguire delle costruzioni di base; rappresentare i principali solidi in vari modi (in particolare schizzi in prospettiva e sviluppi); calcolare lunghezze e ampiezze utilizzando i teoremi fondamentali della geometria del piano. 	<ul style="list-style-type: none"> stimare e calcolare lunghezze, perimetri, aree e volumi; eseguire calcoli con grandezze (anche con semplici grandezze composte, in particolare la velocità) e operare trasformazioni da un'unità di misura all'altra; calcolare distanze in vera grandezza a partire da mappe e rapporti di scala. 	<ul style="list-style-type: none"> determinare, per funzioni semplici, i valori corrispondenti a un numero dato aiutandosi con una tabella o con una rappresentazione grafica oppure calcolandoli a partire dalla forma algebrica, assegnata tramite un'equazione (p.es. $y = 2x + 3$) e/o un'altra rappresentazione (p.es. $x \rightarrow 2x + 3$); svolgere calcoli relativi a semplici situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa; rappresentare graficamente su un sistema di coordinate cartesiano una o più funzioni di tipo affine; determinare graficamente le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di due funzioni affini. 	<ul style="list-style-type: none"> costruire un diagramma adeguato a partire da insiemi di dati, da tabelle di valori o da diagrammi esistenti; determinare frequenze assolute e relative e calcolare la media aritmetica di dati; determinare la probabilità di un evento a partire dagli insiemi dei casi possibili e dei casi favorevoli trovati in modo sperimentale o con l'aiuto di un diagramma ad albero.
Eseguire e applicare	Gli allievi sono in grado di...					

11° anno		Numeri e calcolo	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Dati e Probabilità
Utilizzare strumenti	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare le funzioni più importanti di una calcolatrice tascabile (in particolare $+$, $-$, \times, \div, $=$, x^2, \sqrt{x}, $1/x$, STO, RCL, $()$, y^x); • utilizzare un foglio di calcolo per rappresentare una serie di dati ed esplorare una situazione numerica; • utilizzare tavole, formulari, opere di riferimento e Internet per trovare una formula o una procedura adeguata per risolvere dei problemi numerici. 	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare compasso, riga, squadra, goniometro per risolvere problemi geometrici; • utilizzare (con aiuto se necessario) un programma di geometria dinamica per rappresentare, esplorare e risolvere problemi. 	<ul style="list-style-type: none"> • scegliere uno strumento usuale (riga centimetrata, metro, goniometro, bilancia, cronometro, recipiente graduato) per effettuare delle misurazioni (lunghezza, ampiezza, massa, tempo, volume); • utilizzare un formulario, una calcolatrice e/o un foglio di calcolo per calcolare misure ed eseguire trasformazioni. 	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare la calcolatrice e un computer (in particolare un foglio di calcolo) per determinare tabelle di valori e rappresentare graficamente delle funzioni. 	<ul style="list-style-type: none"> • usare la calcolatrice o un foglio di calcolo per trattare insiemi di dati con numerosi elementi; • utilizzare degli strumenti appropriati (p. es. goniometro, carta millimetrata, computer) che permettano di costruire un grafico (p. es. diagramma circolare, diagramma a colonne).
Presentare e comunicare		<ul style="list-style-type: none"> • prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri, dei dati numerici adeguati su testi, schizzi, disegni, piani, tabelle o diagrammi; • esplicitare dei procedimenti risolutivi per mezzo di frasi, di simboli aritmetici e algebrici, di tabelle e di schizzi adeguati. 	<ul style="list-style-type: none"> • prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri, delle informazioni geometriche adeguate su testi, schizzi, disegni, piani, tabelle; • esplicitare dei procedimenti risolutivi per mezzo di un linguaggio verbale adeguato, di schizzi, disegni, mappe e modelli. 	<ul style="list-style-type: none"> • prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri, delle misure adeguate su testi, schizzi, disegni, piani, tabelle o diagrammi; • esplicitare dei procedimenti risolutivi per mezzo di un linguaggio verbale e di misure appropriate. 	<ul style="list-style-type: none"> • ricavare in modo pertinente e presentare in maniera comprensibile ed utilizzabile da terzi informazioni concernenti delle relazioni di tipo funzionale presenti in testi, tabelle di valori o rappresentazioni grafiche. 	<ul style="list-style-type: none"> • prelevare in modo pertinente dei dati da testi, tabelle, diagrammi (in particolare tratti dai media), e presentarli in modo comprensibile e utilizzabile da altri; • esplicitare dei procedimenti risolutivi per mezzo di tabelle, liste di casi, diagrammi ad albero, parole e calcoli.
Matematizzare e modellizzare		<ul style="list-style-type: none"> • tradurre problemi quotidiani e situazioni matematiche in un linguaggio aritmetico o algebrico (in particolare sottoforma di espressioni, equazioni) in vista di poi determinare una soluzione. 	<ul style="list-style-type: none"> • tradurre una situazione della realtà quotidiana in un linguaggio geometrico (in particolare punti, linee, superfici, volumi) al fine di prendere decisioni o di determinare una soluzione. 	<ul style="list-style-type: none"> • tradurre in un linguaggio matematico una situazione della vita quotidiana (p. es. area di una stanza, velocità di un'automobile, consumo di carburante) identificando le grandezze pertinenti e scegliendo le unità di misura adatte. 	<ul style="list-style-type: none"> • tradurre situazioni di vita corrente sotto forma di relazioni di tipo funzionale per descrivere e risolvere dei problemi. 	<ul style="list-style-type: none"> • interpretare problemi della vita quotidiana alla luce dei loro aspetti statistici e probabilistici e, sulla loro scorta, prendere decisioni adeguate; • determinare, ordinare ed elaborare i dati pertinenti, p. es. relativi ad una piccola inchiesta; • risolvere semplici problemi combinatori di vita corrente, mediante l'elencazione e il conteggio sistematici oppure il calcolo.

11° anno		Numeri e calcolo	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Dati e Probabilità
Argomentare e giustificare	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> giustificare un'affermazione o un procedimento risolutivo per mezzo del calcolo o di spiegazioni e argomentazioni basate su proprietà numeriche, aritmetiche o algebriche. 	<ul style="list-style-type: none"> giustificare la correttezza di semplici formule (p.es. formule per il calcolo dell'area) e l'esistenza di relazioni fra figure (p.es. la conservazione dell'area) a partire da proprietà geometriche; proporre argomenti a sostegno di semplici congetture geometriche. 	<ul style="list-style-type: none"> giustificare affermazioni utilizzando in modo pertinente delle grandezze (semplici e composte), delle misure e dei calcoli con unità di misura, tenendo in considerazione le norme ufficiali. 	<ul style="list-style-type: none"> giustificare delle affermazioni concernenti la proporzionalità per mezzo di tabelle di valori, di rappresentazioni grafiche o di calcoli e condurre semplici ragionamenti argomentati; prendere decisioni plausibili (p. es. nel caso di un acquisto o di un contratto) basandosi sull'analisi di situazioni funzionali. 	<ul style="list-style-type: none"> giustificare affermazioni basate su insiemi di dati e diagrammi o concernenti la probabilità di eventi, come pure affermazioni proprie, facendo capo a delle rappresentazioni e a dei calcoli statistici.
Interpretare e riflettere sui risultati		<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare risultati, rappresentazioni e affermazioni numeriche mediante il calcolo e controllandone la coerenza con le condizioni del problema; esaminare se un procedimento risolutivo dato può essere riutilizzato per risolvere un altro problema dato. 	<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare un risultato, una rappresentazione o un'affermazione mediante le proprietà geometriche e controllandone la coerenza con le condizioni del problema; esaminare se un procedimento risolutivo dato può essere riutilizzato per risolvere un altro problema geometrico dato. 	<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare risultati, rappresentazioni e affermazioni mediante il calcolo con unità di misura e controllandone la coerenza con le condizioni del problema; valutare se l'unità di misura è adeguata alla situazione proposta e se l'ordine di grandezza di un risultato ha senso. 	<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare risultati, rappresentazioni e affermazioni concernenti delle situazioni funzionali (in particolare delle semplici equazioni lineari) facendo capo al calcolo o a metodi algebrici o grafici e controllandone la coerenza con le condizioni del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> analizzare in modo critico delle affermazioni o delle decisioni fondate sulla probabilità e/o su dati statistici; esaminare se le rappresentazioni scelte da altri o personalmente sono utilizzate correttamente e illustrano efficacemente la situazione.
Esplorare e tentare		<ul style="list-style-type: none"> effettuare tentativi numerici pertinenti, variando sistematicamente dati e operazioni, per cercare di individuare una soluzione; testare una congettura al fine di trovare un procedimento risolutivo e generalizzabile. 	<ul style="list-style-type: none"> esplorare situazioni geometriche, formulare delle congetture e confermarle o confutarle mediante delle prove sistematiche. 	<ul style="list-style-type: none"> effettuare delle misurazioni di prova per esplorare una situazione e determinare degli esempi, delle proprietà e delle relazioni. 	<ul style="list-style-type: none"> individuare e testare congetture relative a situazioni funzionali osservate nella realtà e in matematica. 	<ul style="list-style-type: none"> effettuare semplici esperienze aleatorie con dadi, monete o carte da gioco, elencare i casi possibili e determinare per tentativi la probabilità di un evento.

Dato che la somministrazione della verifica delle competenze fondamentali nazionali è stata effettuata nel 2016, in questo documento viene presentato un confronto sia con il Piano di formazione della scuola media (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a), a quel momento documento di riferimento principale in Canton Ticino per gli allievi sottoposti al test, sia con il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015), entrato in vigore l'anno precedente per gli allievi a inizio ciclo.

2.1 Confronto tra competenze fondamentali e Piano di formazione della scuola media

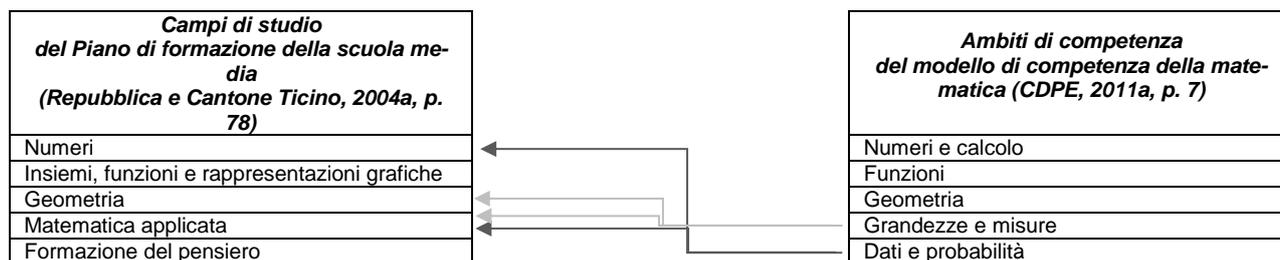
Il Piano di formazione della scuola media del 2004, in vigore fino al 2015 per gli studenti a inizio ciclo,¹⁰ teneva già conto del concetto di competenza che veniva fornito tramite una definizione generale valevole per tutte le discipline: «la competenza è definita come capacità di affrontare un compito/una situazione complesso/a, utilizzando in modo creativo e funzionale le conoscenze, le capacità e gli atteggiamenti acquisiti. Le conoscenze, le capacità e gli atteggiamenti sono quindi le risorse necessarie per costruire competenze» (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 9). La domanda fondamentale che ci si poneva e la relativa risposta fornita sono le seguenti: «Che cosa deve aver imparato il giovane alla fine della scuola dell'obbligo? In termini generali, la risposta data è la seguente: egli deve aver acquisito conoscenze, ma deve anche aver imparato a fare e aver maturato degli atteggiamenti» (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 8).

Nel Piano di formazione della scuola media, per quanto concerne la matematica, vengono definite delle competenze da raggiungere alla fine di ogni anno associate a obiettivi di apprendimento che coinvolgono contenuti disciplinari (il sapere) e delle competenze comuni per tutti gli anni che coinvolgono abilità (saper fare) e componenti più generali e trasversali (saper essere). Come esplicitato nel Piano di formazione della scuola media: «le competenze integrano insieme di obiettivi relativi a un argomento disciplinare più o meno vasto e concernenti saperi, saper fare e saper essere; sono sempre riferite a una situazione, dove il termine "situazione" sta per "famiglia di situazioni", all'interno della quale il docente sceglierà di volta in volta quella particolare che meglio si adatta all'apprendimento dei propri alunni. Le competenze per classe sono apprendimenti che vanno terminati in quell'anno e rappresentano lo zoccolo duro attorno al quale viene organizzata l'attività didattica annuale. Accanto alle competenze per classe vanno perseguite le competenze che sono state definite comuni a tutte le classi e che consistono, in sostanza, nei saper fare e saper essere legati a quegli aspetti dell'insegnamento non strettamente caratterizzanti la disciplina ma maggiormente legati ad una formazione più generale dell'allievo» (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 75). Un esempio di competenza comune a tutte le classi è la seguente: CC.05 "Analizzare criticamente la soluzione di un problema di matematica, inerente il programma svolto, redatta da un compagno o dal docente e condividerla o confutarla" (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 78).

I contenuti sono suddivisi in cinque campi di studio, che devono essere sviluppati lungo tutto l'arco della scolarità media: "Numeri", "Insiemi, funzioni e rappresentazioni grafiche", "Geometria", "Matematica applicata" e "Formazione del pensiero" (i contenuti di quest'ultimo sono comuni a tutte le classi) (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 78). L'ambito "Grandezze e misure", previsto dal modello di competenza della matematica, nel Piano di formazione lo si ritrova distribuito all'interno degli ambiti "Geometria" e "Matematica applicata", mentre l'ambito "Dati e probabilità" è presente all'interno di "Numeri" e "Matematica applicata", a partire dalla classe terza come ambito specifico e in classe seconda come interpretazione della frazione. Si riporta di seguito uno schema di quanto esplicitato.

¹⁰ Per gli studenti che si trovavano nell'anno scolastico 2015/16 dal secondo anno di un ciclo continuavano ad essere in vigore i documenti ufficiali precedenti, per la scuola media il Piano di formazione. Ciò valeva quindi per gli studenti sottoposti alla somministrazione VeCoF.

Figura 4: Confronto degli ambiti matematici previsti dal Piano di formazione della scuola media e dal modello di competenza della matematica



Va però osservato che l'ambito "Dati e probabilità" è meno presente nel Piano di formazione, rispetto al modello di competenza della matematica (CDPE, 2011a). Ciò è stato esplicitato anche nel documento "HarmoS Consultazione Standard di formazione matematica" voluto dal DECS-UIM nel maggio 2010: «Il quinto campo di studio del modello HarmoS è invece "Dati e Caso"¹¹ che raccoglie quei contenuti legati al calcolo combinatorio, alla probabilità e alla statistica, che nel PFM¹² sono raccolti nel campo "Numeri". L'implicazione principale è che nel modello HarmoS tali contenuti appaiono in una forma molto più esplicita e ampia rispetto al PFM e di conseguenza sia possibile un'ampia variazione del grado di effettiva trattazione didattica nelle classi» (AA.VV., 2010, p. 7).

Le competenze per anno legate ai contenuti matematici in terza e quarta media sono suddivise in corso base e corso attitudinale (alcuni elementi sono riportati nella Figura 24 e nella Figura 25).

Inoltre, nell'Allegato 2 del Piano di formazione della scuola media vengono definite le risorse per anno coniugate in chiave di obiettivi disciplinari (distinti in saperi, saper fare e saper essere) da perseguire con l'attività didattica: «Gli obiettivi raggiunti dagli allievi costituiscono le risorse a cui essi possono attingere nel momento in cui è loro richiesto di dimostrare di aver raggiunto una determinata competenza» (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b). Le competenze fondamentali di matematica previste dal modello di competenza in matematica possono essere rintracciate all'interno del Piano di formazione nella parte relativa alla "Mappa formativa per la matematica" (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a) e nell'Allegato 2 (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b); in quest'ultimo documento si rintracciano obiettivi solitamente espressi in modo più puntuale rispetto alle competenze fondamentali e distribuiti nei diversi anni di scolarità. Si riporta nella Figura 5 un esempio dove la competenza fondamentale dell'ambito "Geometria", inerente il "Sapere, riconoscere e descrivere": "Riconoscono, anche nel mondo quotidiano, figure piane e solide, le descrivono con un linguaggio adeguato e le classificano in base alle proprietà" è stata rintracciata in modo puntuale nel Piano di formazione della scuola media tra gli obiettivi delle diverse classi. Va notato che i saperi dell'aspetto di competenza "Sapere, riconoscere e descrivere" sono espressi nell'Allegato 2 prevalentemente con il verbo riconoscere.

¹¹ Il modello di competenze della matematica (CDPE, 2001a) ha utilizzato inizialmente il nome "Dati e caso" per l'ambito riferito alla probabilità e statistica, per poi scegliere definitivamente "Dati e probabilità".

¹² PFM rappresenta l'acronimo usato per il Piano di formazione della scuola media.

Figura 5: Esempio di confronto tra una competenza fondamentale del modello di competenza in matematica relativa a “Sapere, riconoscere e descrivere” e gli obiettivi del Piano di formazione

Esempio di competenza fondamentale di “Geometria” dell’aspetto di competenza: “Sapere, riconoscere e descrivere” (CDPE, 2011)	Obiettivi inerenti la competenza fondamentale rintracciabili nei diversi anni del Piano di formazione della scuola media nel campo “Geometria” (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b)
<p>“Riconoscono, anche nel mondo quotidiano, figure piane e solide, le descrivono con un linguaggio adeguato e le classificano in base alle proprietà”.</p>	<p>Classe prima:</p> <p>(G101¹³): “Riconoscere i principali poligoni e le loro caratteristiche essenziali”;</p> <p>(G102): “Riprodurre le definizioni dei principali poligoni e dei loro elementi essenziali”;</p> <p>(G103): “Riprodurre le definizioni di cerchio, di circonferenza e dei loro elementi (centro, raggio, corda, diametro, arco);</p> <p>(G104): “Riconoscere figure simmetriche, ruotate, traslate, rappresentarle e applicare le loro proprietà in determinate situazioni;</p> <p>(G111): “Riconoscere il parallelepipedo rettangolo (cubo), i suoi elementi essenziali, rappresentarli mediante schizzi, con particolare attenzione agli spigoli in secondo piano, rappresentarne gli sviluppi”.</p> <p>Classe seconda:</p> <p>(G201): “Riconoscere le caratteristiche degli angoli interni dei poligoni e sfruttarle per le loro costruzioni, in particolare nel caso dei poligoni regolari”;</p> <p>(G202): “Riprodurre le definizioni di cerchio, di circonferenza, dei loro elementi (centro, raggio, corda, diametro) e delle loro parti (archi, settori, corone, segmenti circolari);</p> <p>(G203): “Riconoscere assi e centri di simmetria, centri di rotazione di determinate figure, saperli disegnare e applicare le loro proprietà”;</p> <p>(G207): “Riconoscere prismi e cilindri, i loro elementi essenziali e rappresentarli mediante schizzi, con particolare attenzione alle linee in secondo piano; rappresentarne gli sviluppi”.</p> <p>Classe terza:</p> <p>(Gb¹⁴ e a 302): “Descrivere le caratteristiche strutturali di una piramide o di un prisma (vertici, spigoli, facce, base, vertice della piramide, altezza, sviluppo).</p> <p>Classe quarta:</p> <p>(Gb e a 403): “Descrivere le caratteristiche strutturali di un poliedro o di un solido di rotazione (cilindri, coni e sfera): vertici, spigoli, facce, base, vertici della piramide e del cono, altezza, apotema della piramide e del cono; centro e raggio di un sfera; superfici laterali, sviluppi”.</p>

Si nota quindi come un’unica competenza fondamentale possa essere rintracciata ed espressa in modo più dettagliato nei diversi obiettivi dei vari anni di scolarizzazione del Piano di formazione della scuola media.

In modo analogo si rintracciano le competenze fondamentali in matematica previste per gli aspetti di competenza: “Eseguire e applicare”, “Utilizzare strumenti”, “Matematizzare e modellizzare” e “Interpretare e riflettere sui risultati” esplicitate in modo puntuale e distribuito nei diversi anni all’interno dell’Allegato 2 e in parte tra le competenze comuni a tutte le classi (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 78). Si riporta di seguito un altro esempio riferito all’aspetto di competenza “Eseguire e applicare”.

¹³ La lettera G indica il campo Geometria ed è seguita da una numerazione progressiva dove la prima cifra indica la classe di riferimento.

¹⁴ Con b si intende corso base, con a si intende corso attitudinale.

Figura 6: Esempio di confronto tra una competenza fondamentale del modello di competenza in matematica relativa a “Eseguire e applicare” e gli obiettivi del Piano di formazione della scuola media

Esempio di competenza fondamentale di “Numeri e calcolo” dell’aspetto di competenza: “Eseguire e applicare”, 11° anno (CDPE, 2011)	Obiettivi inerenti la competenza fondamentale rintracciabili nei diversi anni del Piano di formazione della scuola media del campo “Numeri” (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b)
<p>“Risolvere semplici equazioni di primo grado ad un’incognita”.</p>	<p>Classe seconda:</p> <p>(N229): “Riconoscere e risolvere equazioni, assegnate sia con i percorsi frecciati sia mediante la formalizzazione algebrica”.</p> <p>Classe terza:</p> <p>(Nb317): “Risolvere equazioni dei tipi:</p> $a + x = b \quad ax = b \quad ax + b = c \quad ax + b = cx + d$ $x^2 = k \quad x^2 + a = b \quad (\text{con } x \text{ incognita})$ <p>(in un primo momento al posto delle lettere che non rappresentano l’incognita si possono mettere numeri interi, poi anche numeri razionali sia in forma decimale sia in forma frazionaria);</p> <p>(Na319): “Risolvere equazioni dei tipi:</p> $a + x = b \quad ax = b \quad ax + b = c \quad ax + b = cx + d$ $\frac{a}{x+b} = c \quad \frac{a+x}{x+b} = c \quad \frac{ax+b}{cx+d} = k \quad (\text{con } x \text{ incognita})$ <p>(in un primo momento al posto delle lettere che non rappresentano l’incognita si possono mettere numeri interi, poi anche numeri razionali sia in forma decimale sia in forma frazionaria).”</p> <p>Classe quarta:</p> <p>(Nb409): “Risolvere equazioni dei tipi:</p> $a + x = b \quad ax = b \quad ax + b = c \quad ax + b = cx + d$ <p>(con x incognita)</p> <p>(in un primo momento al posto delle lettere che non rappresentano l’incognita si possono mettere numeri interi, poi anche numeri razionali sia in forma decimale sia in forma frazionaria);</p> <p>(Na412): “Risolvere equazioni in R riconducibili a quelle di primo grado; riconoscere i casi singolari”.</p>

Si nota come la risoluzione di equazioni di primo grado venga considerata nel Piano di formazione dalla seconda alla quarta classe. Va inoltre sottolineato l’uso del termine “semplice” nella competenza fondamentale, assai frequente nel documento del modello di competenza in matematica, che può essere interpretato in modi diversi dal lettore.

Gli aspetti di competenza: “Presentare e comunicare” e “Argomentare e giustificare” risultano invece meno presenti in modo esplicito nel Piano di formazione della scuola media per i diversi ambiti di competenza. Si ritrovano però globalmente espressi nelle competenze comuni a tutte le classi (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a, p. 78): CC.01, “Presentare la risoluzione di un problema con le spiegazioni dei calcoli effettuati e delle eventuali aggiunte grafiche apportate, in modo che, per chi legge, sia comprensibile il procedimento seguito” e CC.03, “Essere in grado di analizzare una figura geometria (schizzo / disegno in scala / costruzione con riga e compasso) giustificando quali sono le proprietà valide e quelle non valide”; e si possono rintracciare tra gli obiettivi dell’Allegato 2 (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b) prevalentemente con il termine “giustificare” all’interno della Formazione del pensiero (comune a ogni classe): (FP009): “Giustificare congetture e soluzioni trovate all’interno di una situazione o di un problema” e in modo esplicito solo per l’ambito “Geometria”; (Ga306) “Indurre dalla sperimentazione (fatta anche mediante l’uso di un programma di geometria dinamica) determinate congetture su proprietà di figure piane e produrre una giustificazione razionale” e (Ga408): “Determinare determinate proprietà di figure piane (dalla definizione, dall’esistenza di assi o centri di simmetria, dalle caratteristiche degli angoli, ...) giustificarle razionalmente e applicarle per trovare altre proprietà”.

Invece, l’aspetto di competenza “Esplorare e tentare”, che non è stato oggetto di questa somministrazione, non sembra emergere in modo esplicito nel Piano di formazione della scuola media.

Le competenze fondamentali riferite agli ambiti di competenza “Numeri e calcolo”, “Geometria”, “Dati e probabilità” e “Funzioni” sono esplicitate nella maggior parte dei casi all’interno del Piano di formazione della scuola media. Invece, le competenze fondamentali riferite all’ambito “Grandezze e misure” sono presenti solo in parte all’interno di “Geometria” e “Matematica applicata”; ad esempio le competenze fondamentali legate al sistema metrico decimale: “Conoscono la struttura del sistema metrico decimale fondata sulla rappresentazione mediante potenze di dieci” e ai prefissi: “Conoscono i principali prefissi (in particolare: mega, kilo, deci, centi, milli)” non sono presenti in modo esplicito nel Piano di formazione della scuola media.

In sintesi, risulta difficile confrontare puntualmente ogni competenza fondamentale di matematica all’interno del Piano di formazione della scuola media, sebbene nella maggior parte dei casi emerga come esse siano previste.

2.2 Confronto tra competenze fondamentali e Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese

L’8 luglio 2015, con la risoluzione numero 2901, il Consiglio di stato ha approvato il nuovo Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese (2015) autorizzandone la diffusione e la progressiva messa in atto durante il successivo triennio (2015-2018).

Il Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese considera il modello di competenza matematica proposto dalla CDPE, accettando un’idea di competenza che non si limita al raggiungimento di obiettivi di apprendimento disciplinare, ma coinvolge la mobilitazione congiunta di risorse cognitive e processi, in una visione più ampia di tale concetto. Seguendo questa impostazione, si è scelto di individuare nel Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese i traguardi di competenza da raggiungere al termine di ogni ciclo che possono essere definiti come sintesi generale di quanto viene proposto in modo più analitico nelle matrici dei traguardi di apprendimento; essi evolvono in profondità e in articolazione da un ciclo a un altro.

Per quanto concerne la struttura del modello, si evidenziano le seguenti differenze:

- *Durata dei tre cicli.*

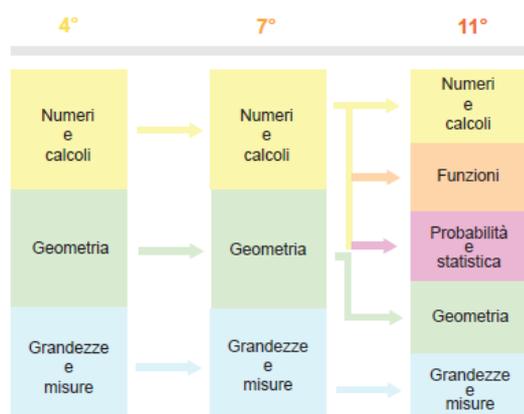
Il modello di competenza in matematica prevede la loro conclusione alla fine del 4°, 8° e 11° anno con l’unica eccezione del Ticino che presenta un’anomalia dovuta a una deroga ottenuta al momento dell’adesione al Concordato Harnos (CDPE, 2007): infatti la fine dei cicli in Canton Ticino è prevista alla fine del 4°, 7° e 11° anno di scolarizzazione. Ciò per fare in modo che il secondo ciclo termini con la fine della scuola elementare come nel resto della Svizzera e non alla fine della prima media, come avverrebbe invece assumendo l’8° anno come scadenza. Questo fatto potrebbe creare qualche difficoltà al momento della verifica delle competenze fondamentali all’8° anno scolastico.

- *Ambiti.*

Sono sempre previsti cinque ambiti di competenza sulle stesse tematiche matematiche previste dal modello delle competenze fondamentali in matematica (CDPE, 2011a) che devono essere sviluppate lungo tutto l’arco della scolarità obbligatoria, ma l’ambito “Dati e probabilità” è chiamato nel Piano di studio “Probabilità e statistica”, in quanto ritenuto più appropriato per uniformità di nomenclatura, dato che tutti gli altri ambiti richiamano tematiche convenzionali della matematica.

Considerato che l’anno di fine del secondo ciclo in Canton Ticino è diverso da quello definito dal concordato Harnos (si veda Figura 2), lo sviluppo dei vari ambiti sull’arco dei tre cicli è stato un po’ modificato rispetto a quello nazionale, come illustrato di seguito; anche i collegamenti tra i vari ambiti sono di conseguenza stati modificati.

Figura 7: Progressione degli ambiti di competenza da un ciclo all'altro nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015, p. 143)



Si è scelto di non esplicitare alla fine della quinta elementare (7° anno) l'ambito "Funzioni", ma di inserire alcuni traguardi di apprendimento specifici per questo in altri ambiti, in particolare in "Numeri e calcolo". Nel documento nazionale, invece, tale ambito è stato previsto, dato che la fine del secondo ciclo corrisponde all'8° anno di scolarizzazione. L'ottica scelta nel Piano di studio è stata di inserire al termine del secondo ciclo, e con riferimento a certi ambiti, alcuni traguardi di apprendimento per introdurre conoscenze e abilità che solo più tardi, dopo un adeguato processo di maturazione, potranno diventare competenza.

- *Aspetti di competenza.*

Rispetto al modello di competenza in matematica adottato dal consorzio scientifico per la matematica (CDPE, 2011a) si è optato per una riduzione del numero di aspetti di competenza da otto a sei e per una loro riorganizzazione.

Sono stati apportati i seguenti cambiamenti: si è scelto di riunire i due aspetti "Presentare e comunicare" e "Argomentare e giustificare" in uno unico chiamato: "Comunicare e argomentare"; di chiamare il "Sapere, riconoscere e descrivere" solamente "Sapere e riconoscere", lasciando la "descrizione" al processo "Comunicare e argomentare", di sostituire "Esplorare e tentare" con "Esplorare e provare" e di considerare l'aspetto "Utilizzare strumenti" come una componente trasversale importante in ciascun ciclo per acquisire competenza matematica e che va tenuta in considerazione durante tutto il processo di insegnamento-apprendimento; per questo non si è creato un aspetto di competenza specifico.

I sei aspetti di competenza così individuati sono stati distinti in risorse cognitive, legati alle conoscenze e alle abilità, e in processi cognitivi; tale distinzione non emergeva nel modello di competenza in matematica.

Gli aspetti di competenza scelti dal Piano di studio diventano dunque i seguenti:

- risorse cognitive: "Sapere e riconoscere", "Eseguire e applicare";
- processi cognitivi: "Esplorare e provare", "Matematizzare e modellizzare", "Interpretare e riflettere sui risultati", "Comunicare e argomentare".

- *Dimensione evolutiva.*

Cambiamento della fine del secondo ciclo: fine primo ciclo (4°anno), fine secondo ciclo (7°anno) e fine terzo ciclo (11° anno);

- *Dimensioni extra cognitive.*

Sono considerate in entrambi i modelli le disposizioni ad agire connesse a processi motivazionali, sociali, attribuzionali ecc.

Da questa scelta ne scaturisce un quadro che può essere rappresentato schematicamente come nella Figura 8 tramite una matrice composta di 30 celle, nella quale riconoscere i traguardi di apprendimento essenziali relativi alla disciplina matematica.

Figura 8: Modello di competenza in matematica (Repubblica e Cantone Ticino, 2015, p. 142)

		1°-2°-3° ciclo				
		Ambiti di competenza				
		Numeri e calcolo	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Probabilità e statistica
Aspetti di competenza	Risorse cognitive	Sapere e riconoscere	Manifestazioni di competenza			
		Eseguire e applicare				
	Processi cognitivi	Esplorare e provare				
		Matematizzare e modellizzare				
		Interpretare e riflettere sui risultati				
		Comunicare e argomentare				

La struttura proposta dal Piano di studio permette di identificare con buona approssimazione le competenze in gioco, attraverso l'insieme delle risorse e dei processi necessari per rispondere con successo a una situazione. Essa costituisce pertanto uno strumento per la descrizione delle competenze relative ai singoli cicli di scolarità e alla loro evoluzione.

Le competenze fondamentali nazionali hanno rappresentato la base sulla quale definire i traguardi di apprendimento previsti dal Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese per ciascun ambito/aspetto di competenza e risultano quindi tutte considerate. I traguardi di apprendimento del Piano di studio sono però stati formulati in modo più ampio, sia perché ciò che si auspica sia mobilitato dagli studenti non riguarda solamente le competenze fondamentali (ma anche quelle più complesse), sia perché in questo documento i traguardi previsti per l'11° anno sono stati definiti per un corso attitudinale.

Si riporta di seguito un esempio di confronto per l'ambito di competenza "Funzioni" tra le competenze fondamentali previste per l'11° anno tratte dal documento nazionale (CDPE, 2011a) e i traguardi di apprendimento del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015).

Figura 9: Esempio di confronto tra le competenze fondamentali dell'ambito "Funzioni" riferite ai diversi aspetti previsti dal modello di competenza in matematica e i traguardi di apprendimento del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese

Competenze fondamentali per la matematica (CDPE, 2011a) – Funzioni, 11° anno			Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015) – Funzioni, 11° anno		
Sapere, riconoscere e descrivere	Gli allievi...	<ul style="list-style-type: none"> • riconoscono una funzione come corrispondenza univoca fra gli elementi di due insiemi, anche fra due insiemi di grandezze; • conoscono la terminologia le notazioni e i simboli più importanti relativi al concetto di funzione (in particolare: variabile, forma algebrica, tabella delle coppie, rappresentazione grafica cartesiana, $f: x \rightarrow f(x)$); • riconoscono situazioni semplici di variazione proporzionale diretta e inversa; • distinguono le funzioni affini ($x \rightarrow ax + b$) dalle altre. 	Sapere e riconoscere	Gli allievi...	<ul style="list-style-type: none"> • riconoscere una funzione come corrispondenza univoca fra gli elementi di due insiemi; • conoscere la terminologia, le notazioni e i simboli più importanti relativi al concetto di funzione (in particolare: argomento, immagine, forma algebrica, tabella delle coppie (grafo); rappresentazione sagittale, cartesiana, algebrica - $f: x \mapsto ax + b$); • conoscere il concetto di variazione proporzionale e riconosce situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa legati a significative situazioni; • riconoscere funzioni reali del tipo $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto \frac{k}{x}$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto \sqrt{x}$, sia in forma algebrica sia grafica; • distinguere situazioni esprimibili tramite funzioni affini ($x \mapsto ax + b$) da situazioni esprimibili tramite altri tipi di funzioni.
Eseguire e applicare	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> • determinare, per funzioni semplici, i valori corrispondenti a un numero dato aiutandosi con una tabella o con una rappresentazione grafica oppure calcolandoli a partire dalla forma algebrica, assegnata tramite un'equazione (p.es. $y = 2x + 3$) e/o un'altra rappresentazione (p.es. $x \rightarrow 2x + 3$); • svolgere calcoli relativi a semplici situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa; • rappresentare graficamente su un sistema di coordinate cartesiano una o più funzioni di tipo affine; • determinare graficamente le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di due funzioni affini. 	Eseguire e applicare	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> • determinare le immagini di argomenti dati e viceversa, relative a una funzione, a partire da diversi tipi di rappresentazioni grafiche o algebriche; • determinare una tabella di valori relativa a una funzione che modella una situazione data e rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano il grafico di una o più funzioni di cui è nota la forma algebrica, anche ricorrendo alla calcolatrice e al foglio di calcolo; • rappresentare una data funzione in diversi registri semiotici (in particolare: linguistica, grafica, algebrica); • risolvere graficamente (in modo approssimato) equazioni e disequazioni del tipo $f(x) = k$, $f(x) < k$, $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, date le rappresentazioni cartesiane di due funzioni f, g, anche con un foglio di calcolo (analogamente per i sistemi); • determinare algebricamente le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di due funzioni affini che modellizzano una situazione data; • applicare il concetto di variazione proporzionale diretta e inversa in situazioni significative; • riconoscere l'esistenza, tra due insiemi di dati, di legami caratterizzati da regolarità di tipo funzionale (in particolare di variazione proporzionale diretta o inversa) e stabilirne in casi semplici la legge corrispondente.

Competenze fondamentali per la matematica (CDPE, 2011a) – Funzioni, 11° anno			Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015) – Funzioni, 11° anno		
Utilizzare strumenti	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> utilizzare la calcolatrice e un computer (in particolare un foglio di calcolo) per determinare tabelle di valori e rappresentare graficamente delle funzioni. 	Comunicare e argomentare	Gli allievi sono in grado di...	<ul style="list-style-type: none"> descrivere in maniera comprensibile e utilizzabile da altri, informazioni, procedimenti e risultati concernenti relazioni di tipo funzionale presenti in testi, tabelle di valori, rappresentazioni grafiche o altri tipi di rappresentazione; giustificare affermazioni concernenti la proporzionalità per mezzo di diverse rappresentazioni (in particolare descrizioni verbali, tabelle di valori, grafici o calcoli); argomentare procedimenti o soluzioni concernenti situazioni funzionali facendo capo a tabelle di valori, calcoli o spiegazioni verbali. comprendere e valutare la bontà di procedimenti risolutivi o argomentazioni proposti da altri relativi a situazioni funzionali.
Presentare e comunicare		<ul style="list-style-type: none"> ricavare in modo pertinente e presentare in maniera comprensibile ed utilizzabile da terzi informazioni concernenti delle relazioni di tipo funzionale presenti in testi, tabelle di valori o rappresentazioni grafiche. 			
Matematizzare e modellizzare		<ul style="list-style-type: none"> tradurre situazioni di vita corrente sotto forma di relazioni di tipo funzionale per descrivere e risolvere dei problemi. 	Matematizzare e modellizzare		<ul style="list-style-type: none"> analizzare e tradurre una situazione concernente relazioni di tipo funzionale assegnate in una forma facente capo al linguaggio e alle proprietà specifici delle funzioni in gioco (in particolare tabelle di valori, forma algebrica e rappresentazioni grafiche), al fine di modellizzare la situazione e mettere a punto una procedura risolutiva.
Argomentare e giustificare		<ul style="list-style-type: none"> giustificare delle affermazioni concernenti la proporzionalità per mezzo di tabelle di valori, di rappresentazioni grafiche o di calcoli e condurre semplici ragionamenti argomentati; prendere decisioni plausibili (p. es. nel caso di un acquisto o di un contratto) basandosi sull'analisi di situazioni funzionali. 			
Interpretare e riflettere sui risultati		<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare risultati, rappresentazioni e affermazioni concernenti delle situazioni funzionali (in particolare delle semplici equazioni lineari) facendo capo al calcolo o a metodi algebrici o grafici e controllandone la coerenza con le condizioni del problema. 	Interpretare e riflettere sui risultati		<ul style="list-style-type: none"> interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di procedimenti e risultati concernenti situazioni funzionali, espresse in diversi modi tramite diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare algebriche e grafiche) e controllandone la coerenza con le condizioni della situazione o di realtà.
Esplorare e tentare		<ul style="list-style-type: none"> individuare e testare congetture relative a situazioni funzionali osservate nella realtà e in matematica. 	Esplorare e provare		<ul style="list-style-type: none"> procedere per prove e tentativi per individuare procedimenti o soluzioni accettabili concernenti una situazione funzionale reale o astratta; esplorare situazioni funzionali reali o astratte per individuare e verificare congetture.

Si nota come spesso la dicitura è analoga, ma nel caso del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese in alcuni casi i traguardi di apprendimento risultano più ampi. Si può osservare come l'aspetto di competenza: "Utilizzare strumenti", che non è previsto dal Piano di studio in modo esplicito, viene in realtà ripreso in due punti nell'"Eeguire e applicare": "determinare una tabella di valori relativa a una funzione che modella una situazione data e rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano il grafico di una o più funzioni di cui è nota la forma algebrica, anche ricorrendo alla calcolatrice e al foglio di calcolo" e "risolvere graficamente (in modo approssimato) equazioni e disequazioni del tipo $f(x) = k$, $f(x) < k$, $f(x) < g(x)$, date le rappresentazioni cartesiane di due funzioni f , g , anche con un foglio di calcolo (analogamente per i sistemi)". Inoltre i traguardi di apprendimento dell'aspetto di competenza "Comunicare e argomentare" del Piano di studio considerano le diverse competenze fondamentali previste per "Presentare e comunicare" e "Argomentare e giustificare" del modello di competenza in matematica (CDPE, 2011a).

Da questa analisi emerge quanto sia più facile rintracciare le competenze fondamentali all'interno del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese rispetto al Piano di formazione precedente.

2.3 Operazionalizzazione delle competenze fondamentali nel test VeCoF¹⁵

L'indagine VeCoF 2016 ha riguardato buona parte delle competenze fondamentali previste dal modello di competenza in matematica: i cinque ambiti di competenza "Numeri e calcolo", "Funzioni", "Dati e probabilità", "Grandezze e misure" e "Geometria" e cinque degli otto aspetti di competenza previsti dal modello: "Sapere, riconoscere e descrivere", "Eeguire e applicare", "Presentare e comunicare", "Matematizzare e modellizzare" e "Argomentare e giustificare". Per misurare tali dimensioni sono stati somministrati 132 item al computer (si veda Figura 10).

Figura 10: Numero di item del test in base agli aspetti e agli ambiti di competenza di matematica (Consorzio VeCoF, 2019a, p.22)

		Aspetti di competenza					Totale
		Sapere, riconoscere e descrivere	Eeguire e applicare	Presentare e comunicare	Matematizzare e modellizzare	Argomentare e giustificare	
Ambiti di competenza	Numeri e calcolo	5	14	4	1	6	30
	Geometria	4	10	4	5	6	29
	Grandezze e misure	3	2	3	6	6	20
	Funzioni	3	6	8	10	5	32
	Dati e probabilità	6	2	2	7	4	21
Totale		21	34	21	29	27	132

Gli item sono stati creati, revisionati e validati da esperti di didattica della matematica appartenenti alle Alte scuole pedagogiche e al Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI, in collaborazione con il segretariato della banca dati degli esercizi della CDPE.

La tipologia degli item è la seguente riportata nel rapporto nazionale: «Ogni esercizio inizia con uno stimolo, che, accanto al testo, può contenere figure o tabelle. Ad esso fanno seguito una o più domande o esercizi, che a loro volta possono contemplare spiegazioni, figure o tabelle. Le domande o gli esercizi sono chiamati item. Gli item implicano formati di risposta chiusi, semiaperti o aperti. Quelli chiusi sono a scelta multipla con un'opzione di risposta corretta e almeno tre distrattori nonché i cosiddetti item a scelta multipla complessi con

¹⁵ Questo capitolo fa riferimento a quanto scritto nel rapporto nazionale nel capitolo 2.3 (Consorzio VeCoF, 2019a, p.28).

Esempio di item relativo all'aspetto "Eseguire e applicare" nell'ambito "Funzioni"

M_i_9_104_004

Un pullover costa normalmente 170.- CHF. Durante i saldi un negozio fa uno sconto del 20% su tutti gli abiti.



Richiesta

Quanto costa questo pullover durante i saldi?

Risposta: Il pullover costa CHF.

Gli allievi sono in grado di

- svolgere calcoli relativi a semplici situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa.

Commento didattico

Gli allievi conoscono il contesto di merce saldata e, in genere, i manuali didattici contengono esercizi relativi alla riduzione dei prezzi. È stata scelta una riduzione del 20% per consentire agli allievi di risolvere l'esercizio senza calcolatrice: invece del 20% di 170 CHF si può calcolare il 10% di 170 CHF, moltiplicare per due il risultato e dedurlo da 170 CHF. La descrizione della situazione accenna al contesto di funzione lineare: dato che il negozio concede uno sconto unitario del 20% su tutti gli abiti, sarebbe possibile sviluppare degli item (più difficili), che richiederebbero di calcolare la riduzione del prezzo di più abiti o di indicare un'equazione per la riduzione dei prezzi ($y = \frac{20}{100} \cdot x$).

Soluzione: 136

Tasso di riuscita: il 72% degli allievi della Svizzera risponde correttamente. Il 72% degli allievi del Ticino risponde correttamente.

Figura 13: Esempio di item relativo all'aspetto "Sapere, riconoscere e descrivere" nell'ambito "Numeri e calcolo"

M_i_9_121_001

Giulio propone il seguente problema di calcolo al suo amico Pietro:

Prendi il numero 6, aggiungi 2, moltiplica il risultato per 3 e sottrai 1.

Richiesta

Quale delle seguenti espressioni corrisponde al calcolo proposto? Clicca la risposta corretta.

- $6 + 2 \cdot 3 - 1$
- $(6 + 2 \cdot 3) - 1$
- $(6 + 2) \cdot 3 - 1$
- $(6 + 2) \cdot (3 - 1)$

Gli allievi...

- comprendono e utilizzano termini algebrici o aritmetici (in particolare: espressione letterale, equazione, incognita, soluzione, stima, approssimazione, numero primo, radice quadrata).

Commento didattico

In questo esercizio occorre descrivere un calcolo con l'aiuto di un'espressione. Esso presuppone la comprensione di termini algebrici o aritmetici («addizione», «moltiplicazione», «espressione»), ma soprattutto la conoscenza dell'ordine delle operazioni e dell'uso opportuno delle parentesi affinché l'espressione riproduca correttamente le indicazioni di calcolo assegnate. Contrariamente ad altri aspetti di competenza, l'aspetto «sapere, riconoscere e descrivere» persegue la conoscenza delle convenzioni matematiche e la capacità di rilevare e calcolare un fatto matematico. Non si chiede pertanto il risultato di un calcolo né il valore numerico di un'espressione, bensì una conoscenza o la capacità di applicare direttamente termini, concetti e regole. In esercizi più complessi si possono includere o chiedere termini non specificati (il termine «in particolare» indica che l'elenco non è esaustivo) e/o che richiedono il riconoscimento immediato o la descrizione di fatti e termini algebrico-matematici che rientrano nelle «esigenze avanzate» di un piano di studio.

Soluzione

$$(6 + 2) \cdot 3 - 1$$

Tasso di riuscita: il 73% degli allievi della Svizzera risponde correttamente. Il 79% degli allievi del Ticino risponde correttamente.

2.5 Procedura di scaling degli item

Per quanto riguarda la procedura di scaling degli item, si rimanda il lettore ai seguenti documenti: Angelone & Keller (2019) e Consorzio VeCoF (2019a). Si evidenzia qui la metodologia utilizzata per definire la soglia delle competenze fondamentali (*standard-setting*). Dopo la somministrazione del test principale, sotto la direzione del Segretariato della banca dati degli esercizi della CDPE (BDE) si è proceduto a stabilire il valore soglia tra il non raggiungimento delle competenze fondamentali (=0) e il raggiungimento delle stesse (=1) utilizzando un metodo di *standard-setting* denominato Bookmark codificato. Ad alcuni esperti di didattica e insegnanti provenienti da tutte e tre le regioni linguistiche sono stati distribuiti tutti gli item in ordine di riuscita da parte degli allievi. Sulla base delle informazioni relative all'item (descrizione dell'item, immagini, soluzioni, istruzioni di codifica) è stato chiesto di individuare l'item "soglia", dopo il quale si potesse reputare che gli item seguenti non rientrassero più nella definizione delle competenze fondamentali. La procedura ha implicato anche una fase di condivisione e di decisione consensuale che è scaturita nel determinare l'item "soglia" (in questo caso l'item M_9_103_006) che definisce quindi il limite per le competenze fondamentali.

3 Il campione ticinese¹⁶ dell'indagine VeCoF 2016

All'indagine VeCoF 2016 in Svizzera hanno partecipato un totale di 22'423 allievi. Di questi, 695 allievi provengono dalle scuole ticinesi. Essi rappresentano la popolazione VeCoF¹⁷ ticinese di 3'205 allievi (con una copertura stimata al 95.4%).

Il campionamento per il Ticino è stato svolto in una sola fase in quanto all'indagine hanno partecipato tutte le scuole (pubbliche e private parificate)¹⁸ con allievi dell'11° anno scolastico, e in ogni scuola è stato estratto un campione comprendente fino a un massimo di 36 allievi. Degli allievi che sono stati selezionati, l'1.8% non ha preso parte al test poiché rientra nella categoria degli allievi con bisogni educativi speciali, i quali non possono partecipare autonomamente al test o hanno una conoscenza limitata della lingua del test (italiano).

Il campione ticinese ponderato secondo la popolazione VeCoF, di cui le caratteristiche sono rappresentate nella Figura 15 è equilibrato secondo il genere (52% di ragazzi e 48% di ragazze). La condizione sociale dei giovani delle scuole ticinesi, rispetto alla media svizzera¹⁹, è caratterizzata per una maggior presenza di allievi con una condizione avvantaggiata (29% si situano nel quartile svizzero superiore e 27% nel quartile svizzero medio superiore) rispetto a coloro del quartile svizzero inferiore (22%) o medio inferiore (23%).²⁰ Inoltre, la maggior parte degli allievi (61%) a casa parla la lingua del test (italiano o dialetto), il 33% parla sia la lingua del test che una o più altra/e lingua/e mentre il 6% parla a casa unicamente una o più altra/e lingua/e. Rispetto allo statuto migratorio, il 66% degli allievi è considerato senza statuto migratorio (almeno un genitore è nato in Svizzera), il 21% ha uno statuto migratorio di seconda generazione (allievo nato in Svizzera e genitori nati all'estero) e il 14% di prima generazione (allievo nato all'estero come i genitori). Infine, gli allievi delle scuole medie ticinesi all'11° anno scolastico sono suddivisi in corsi di matematica con un differente grado di esigenze a partire dal 10° anno scolastico sulla base della valutazione in matematica ottenuta alla fine del 9° anno scolastico. I corsi attitudinali (A) si differenziano dai corsi base (B) per essere più esigenti. In alcuni casi particolari, alcuni allievi sono esonerati dai corsi di matematica e possono seguire una differenziazione curriculare. Come mostrato nella Figura 15, nel 2015/16 il 58% degli allievi segue due corsi attitudinali, il 16% di allievi segue un corso attitudinale e un corso base, mentre il 24% ha un profilo curriculare composto da due corsi base. Solo il 2% ha un profilo curriculare che include un esonero che comporta una differenziazione curriculare in una o entrambe le materie.²¹ Infine, l'età media degli allievi nelle scuole ticinesi all'11° anno scolastico è di 15.13 anni (in data 20.05.2016) e seppure si differenzi significativamente dall'età media svizzera (15.73 anni), l'effetto dell'età sulle prestazioni ottenute nel raggiungimento delle competenze fondamentali in Canton Ticino (controllato per il genere, lo statuto migratorio, la lingua parlata a casa, la professione dei genitori e se l'allievo ha ripetuto una classe o meno) non è risultato significativo.

¹⁶ Per maggiori dettagli relativi al campionamento e alla partecipazione delle scuole e degli allievi, si fa riferimento al rapporto nazionale (Consorzio VeCoF, 2019a).

¹⁷ La popolazione VeCoF fa riferimento alla "dimensione stimata della popolazione rappresentata dal campione partecipante al test, che è basata sulla somma dei pesi di campionamento degli allievi" (Consorzio VeCoF, 2019a, p. 149).

¹⁸ Gli allievi delle scuole speciali non sono stati chiamati a partecipare. Per questi allievi non era infatti possibile garantire la fattibilità del test e non era neanche scontato attribuire tali giovani a un determinato anno scolastico. Si stima che essi siano il 2.1% della popolazione di riferimento (Consorzio VeCoF, 2019a).

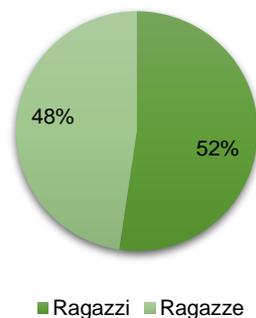
¹⁹ La condizione sociale è stata calcolata in riferimento alla condizione sociale degli allievi di tutta la Svizzera e dei quartili relativi; il quartile svizzero inferiore fa dunque riferimento al 25% inferiore degli allievi di tutta la Svizzera, e, ad esempio, dato che solo il 22% degli allievi ticinesi fa parte di questa categoria significa che in questo Cantone c'è un 3% in meno di allievi rispetto all'insieme della Svizzera che ha una condizione sociale bassa (relativamente alla distribuzione svizzera).

²⁰ Tutte le percentuali relative alla distribuzione degli allievi sono approssimate a numeri interi, motivo per il quale la somma delle percentuali può non corrispondere esattamente al 100%.

²¹ Di seguito la percentuale nel raggiungimento delle competenze fondamentali non è riportata per gli allievi con una differenziazione curriculare in matematica o in tedesco perché sono stati testati meno di 30 allievi.

Figura 14: Distribuzione degli allievi dell'11° anno scolastico secondo il genere, la condizione sociale, la lingua parlata a casa, lo statuto migratorio e il profilo curricolare in Ticino

Genere



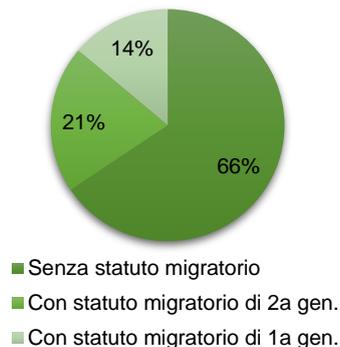
Condizione sociale



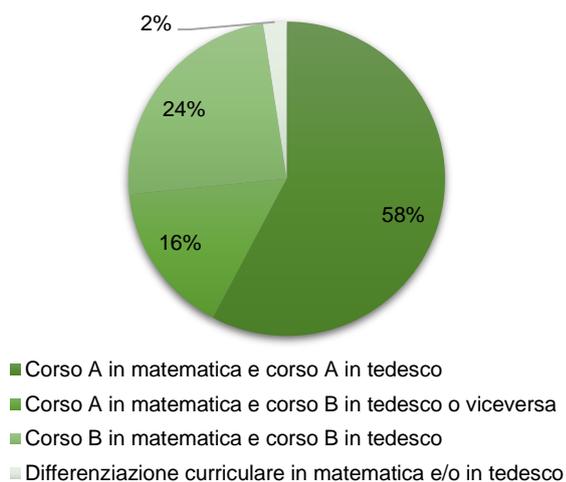
Lingua parlata a casa



Statuto migratorio



Profilo curricolare



Nota: le percentuali sono approssimate a numeri pieni, motivo per il quale la somma delle percentuali può non corrispondere esattamente al 100%.

4 Risultati ticinesi sul raggiungimento delle competenze fondamentali in matematica

Nel presente capitolo sono esposti i risultati sul raggiungimento delle competenze fondamentali in matematica per gli allievi delle scuole ticinesi a confronto con gli altri Cantoni²². Come già menzionato, tali risultati sono costituiti dagli esiti delle risposte agli item nei cinque ambiti e in cinque aspetti di competenza di matematica testati; le prestazioni per i diversi ambiti e aspetti di competenza sono state ugualmente riportate.²³ Non da ultimo, alcuni fattori individuali e il tipo di curriculum frequentato sono tenuti in conto per evidenziare eventuali differenze tra gli allievi.

Risultati globali in matematica

Come mostrato nella Figura 16, in Ticino il 64% degli allievi raggiunge le competenze fondamentali, quota che non si differenzia significativamente²⁴ dalla media svizzera (62%) e da altri 20 Cantoni (Argovia, Appenzello esterno, Berna (germanofona e francofona), Friburgo (germanofono), Ginevra, Glarona, Grigioni, Jura, Neuchâtel, Nidvaldo, Obvaldo, San Gallo, Sciaffusa, Svitto, Turgovia, Uri, Vaud, Zugo e Zurigo).

Sono quattro i Cantoni che hanno registrato delle percentuali inferiori al Ticino dal punto di vista statistico nel raggiungimento delle competenze fondamentali (Basilea Città con il 43%, Basilea Campagna con il 53%, Soletta con il 55% e Lucerna con il 56%) mentre altri quattro Cantoni si sono distinti per delle prestazioni superiori al Ticino (Friburgo francofono con l'83%, Vallese francofono con l'82%, Appenzello Interno con l'80% e Vallese germanofono con il 71%).

Tutti gli effetti delle differenze nelle prestazioni cantonali e della Svizzera rispetto al Ticino sono trascurabili (d di Cohen²⁵ inferiori allo .20), ad eccezione dell'effetto piccolo con Appenzello interno (d di Cohen: .38) e dell'effetto medio con il Vallese francofono (d di Cohen: .42) e con Friburgo francofono (d di Cohen: .44). Un'ipotesi secondo la quale le differenze cantonali nel raggiungimento delle competenze fondamentali siano da ricondurre a delle differenze nella composizione della popolazione cantonale rispetto alle caratteristiche individuali non è sufficiente. Infatti, i tre Cantoni che hanno ottenuto delle prestazioni significativamente migliori non sembrano avere una distribuzione delle caratteristiche individuali (genere, condizione sociale, lingua parlata, status migratorio) o della struttura del programma cantonale di studio simili che li porterebbero a differenziarsi dal Canton Ticino (per le caratteristiche campionarie dei tre Cantoni si veda le sintesi cantonali riportate in Consorzio VeCoF, 2019a, pp. 122-4, 143-5, 164-6). Ad esempio, nel Friburgo francofono e in Appenzello Interno vige un modello scolastico separato invece che un modello cooperativo/integrativo come in Ticino o nel Vallese francofono. Inoltre, in Appenzello interno e in parte anche nel Vallese francofono vi è una percentuale più alta di allievi senza status migratorio rispetto al Ticino, ma ciò non è il caso nel Friburgo francofono che invece è più simile al Ticino. Già nel rapporto nazionale (Consorzio VeCoF, 2019a) si è cercato di capire se aggiustando le percentuali di tali caratteristiche (ad esempio rendendo la distribuzione cantonale equivalente alla media nazionale) le prestazioni cantonali sarebbero risultate diverse, senza però trovare evidenze importanti in tale direzione. Le condizioni per una buona riuscita scolastica sembrano dunque da ricercare in

²² Con il termine di Cantoni si includono le regioni linguistiche cantonali che hanno partecipato all'indagine con un campione rappresentativo. Infatti, per Berna, Friburgo e il Vallese i risultati sono distinti tra la regione tedesca e quella francese. Nel complesso dunque, il Ticino è messo a confronto con 28 "Cantoni".

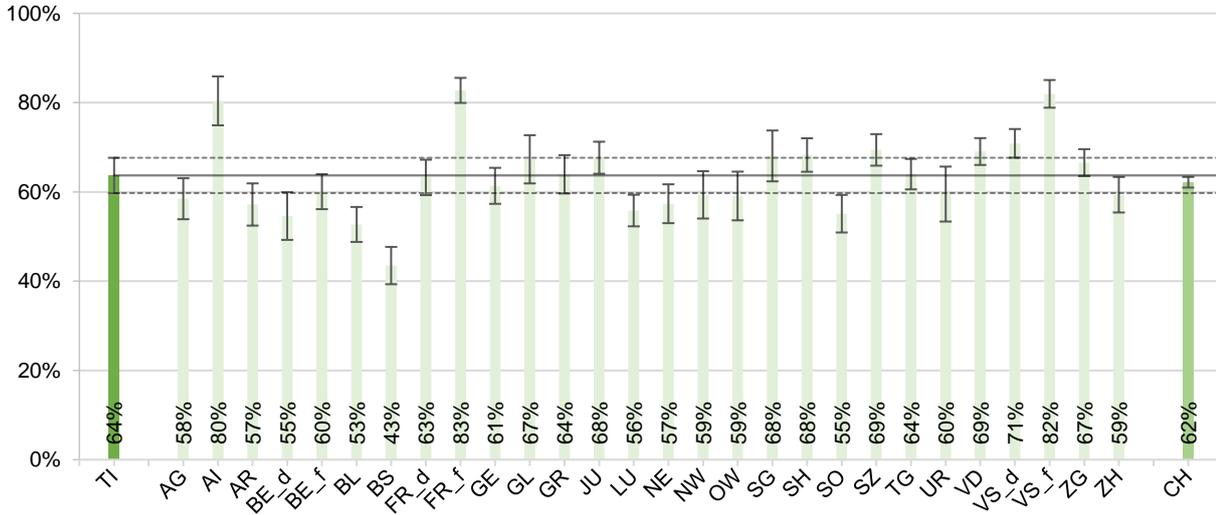
²³ Nel caso dei singoli aspetti e ambiti di competenza, occorre tener conto del fatto che la soglia fissata per determinare chi ha raggiunto o meno le competenze fondamentali è la stessa utilizzata sulla scala globale di matematica e non prende quindi in considerazione il fatto che uno specifico ambito o aspetto di competenza possa in realtà richiedere una soglia specifica più alta o più bassa.

²⁴ La significatività statistica è stata misurata con una probabilità del 95%. Graficamente (si vedano le figure presenti nel capitolo), gli intervalli di confidenza mostrano l'intervallo nel quale il valore reale della popolazione si situa al 95%. Se gli intervalli di confidenza di due valori non si sovrappongono, la differenza tra i due valori è significativa, mentre tale differenza non è considerata statisticamente significativa quando i due intervalli si sovrappongono.

²⁵ Oltre alla significatività statistica, si è tenuto conto della grandezza dell'effetto legato alle differenze secondo il valore del d di Cohen. Per interpretare questo dato si è deciso di usare le soglie proposte da Hattie (2009): i valori minori di .20 rappresentano un effetto molto piccolo o trascurabile, valori tra .20 e .40 un effetto piccolo, tra .40 e .60 un effetto medio mentre valori maggiori di .60 rappresentano un effetto grande.

un sistema più complesso dove una moltitudine di fattori diversi (in cui possono rientrare altri elementi individuali ma anche ad esempio a livello di classe o insegnanti) si intrecciano in un modo per cui non per forza ciò che funziona in un Cantone opera nello stesso modo in un altro Cantone.

Figura 15: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica nei Cantoni e in Svizzera

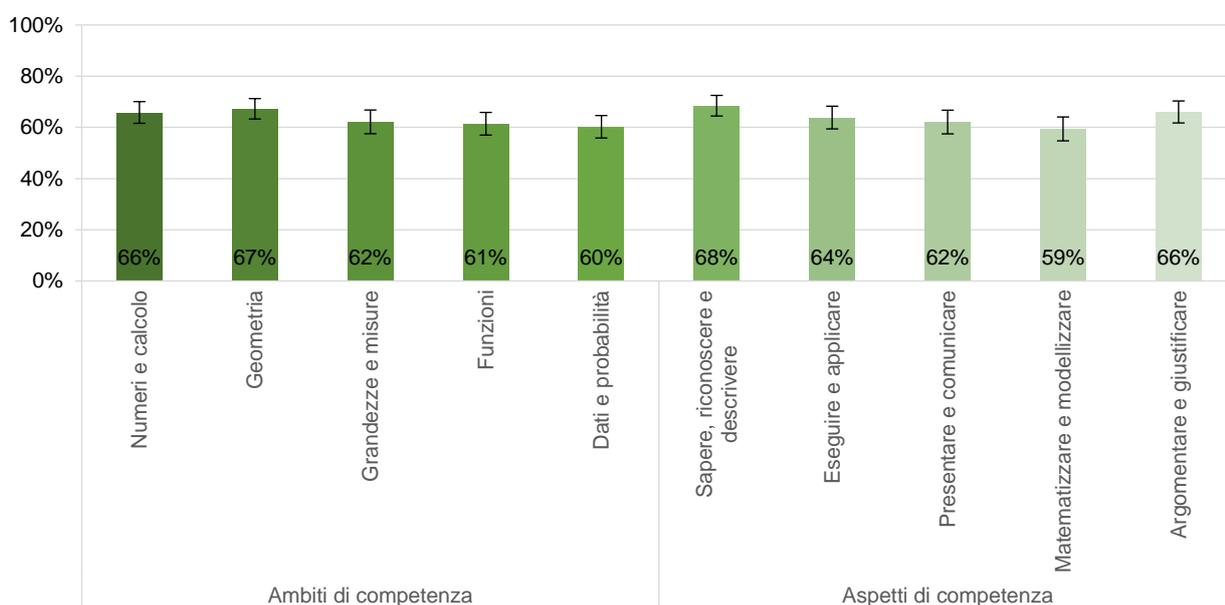


Nota: le linee orizzontali fanno riferimento alla media (linea continua) e all'intervallo di confidenza del 95% (linee a trattini) del Ticino.

Risultati secondo gli ambiti e gli aspetti di competenza

Per ciascun ambito e aspetto di competenza non esistono differenze significative di prestazione dato che gli effetti sono tutti nulli o talmente piccoli da essere considerati trascurabili (d di Cohen tra lo 0 e lo .10); questo significa che dal punto di vista statistico le prestazioni non sono differenti tra loro e si decide pertanto di non interpretare i risultati. Il fatto che in quest'indagine sono verificate delle competenze fondamentali che quasi tutti gli allievi dovrebbero raggiungere, può contribuire a spiegare perché i risultati nei diversi ambiti e aspetti di competenza sono equivalenti tra loro da un punto di vista statistico, ma allo stesso tempo ci si poteva aspettare risultati più differenziati se si considera la maggiore presenza di alcune tematiche disciplinari rispetto ad altre all'interno del Piano di formazione della scuola media e nelle pratiche didattiche quotidiane.

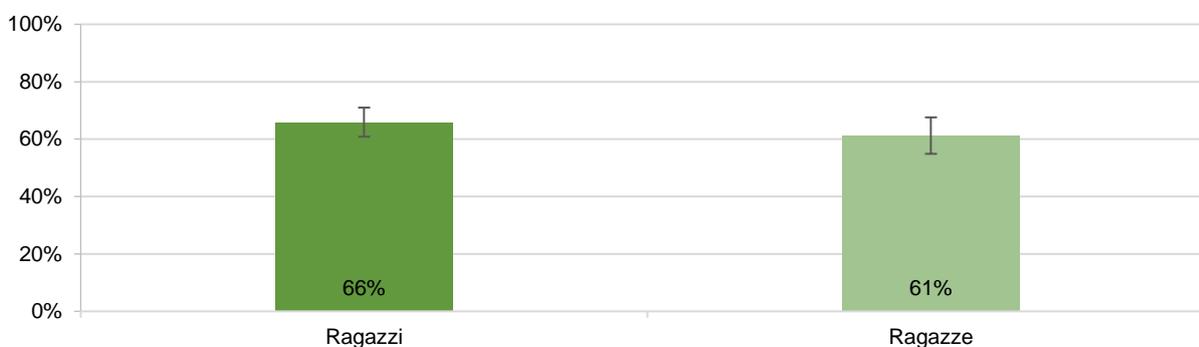
Figura 16: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo gli ambiti e gli aspetti di competenza in Ticino



Risultati secondo il genere

Il 66% dei ragazzi delle scuole ticinesi raggiunge le competenze fondamentali in matematica contro il 61% delle ragazze (Figura 18). Tuttavia, dal punto di vista statistico le prestazioni secondo il genere non si differenziano per la loro significatività e l'ampiezza dell'effetto della differenza tra ragazzi e ragazze è trascurabile (d di Cohen molto piccolo: .10). Sia a livello nazionale che a livello internazionale è già stato mostrato tramite le indagini PISA che nell'ambito della matematica i ragazzi tendono ad ottenere delle prestazioni migliori delle ragazze (Consortio PISA, 2013, 2014; OCSE, 2016), anche se fin dalla prima indagine PISA in cui la matematica era il principale ambito testato (PISA, 2003), il Ticino era risultato uno dei Cantoni con una minor differenza nel punteggio da questo punto di vista (Origoni, 2007). Tuttavia, in queste indagini si era anche osservato che in Svizzera il divario di genere sembrava essere più importante per i livelli di competenza elevati (Consortio PISA, 2013), fatto che potrebbe spiegare perché nell'indagine VeCoF, dove tali livelli di competenza non sono considerati, in nessun Cantone è stata osservata una differenza significativa di genere (Consortio VeCoF, 2019a).

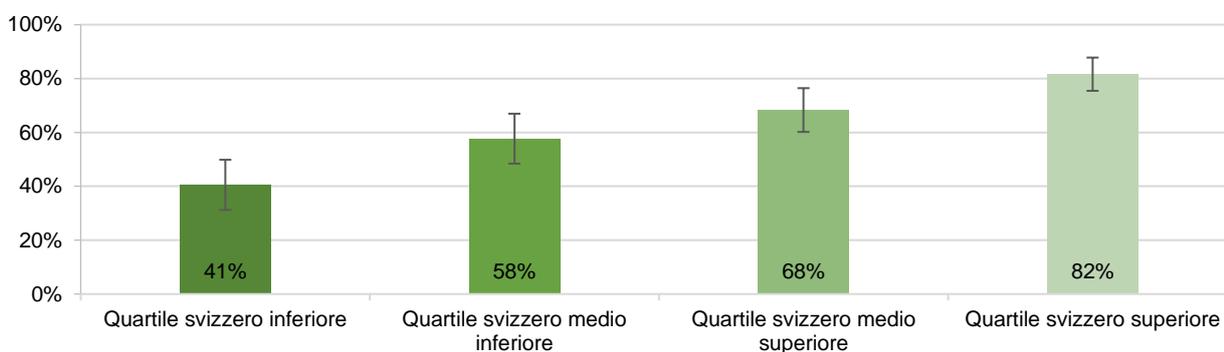
Figura 17: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo il genere in Ticino



Risultati secondo la condizione sociale

Alcuni studi evidenziano come nelle valutazioni che hanno lo scopo di selezionare gli allievi per essere promossi all'anno successivo o per intraprendere un percorso formativo con esigenze più elevate, i giovani con una condizione sociale svantaggiata risentono maggiormente gli effetti di tale valutazione e ottengono prestazioni inferiori di quanto otterrebbero da valutazioni a scopo formativo (Autin, Batruch, & Butera, 2019; Batruch, Autin, Bataillard, & Butera, 2019) e nei casi di test standardizzati l'effetto è ancora più importante rispetto alle note assegnate dagli insegnanti (Atkinson & Geiser, 2009). Tuttavia - anche nel caso di test standardizzati che non hanno lo scopo di valutare il singolo allievo come PISA e VeCoF - in Svizzera la condizione sociale si rivela come un fattore importante nella differenziazione delle prestazioni ottenute dagli allievi (ad es. OECD, 2016; Consorzio VeCoF, 2019a). Il Ticino non sfugge a questa dinamica, sebbene in più occasioni è stato mostrato che il ruolo della condizione sociale è meno determinante rispetto ad altri Cantoni o regioni linguistiche svizzere sia in matematica che in altri ambiti (ad es. Origoni, 2007; Fenaroli, Salvisberg, Reggiani, & Crotta, 2019). Nell'indagine VeCoF in matematica (si veda Figura 19), l'82% degli allievi che hanno una condizione sociale più favorita (e si situano nel quartile svizzero superiore) raggiunge le competenze fondamentali in matematica, percentuale che si discosta in modo statisticamente significativo da quella degli allievi situati nel quartile inferiore (41%) e nel quartile medio inferiore (58%), con un'ampiezza dell'effetto grande nel primo caso (d di Cohen: .93) e media nel secondo (d di Cohen: .54). La quota di allievi nel quartile svizzero medio superiore (68%) non si differenzia statisticamente da coloro dei quartili svizzeri superiore e medio inferiore (effetti piccoli, d di Cohen rispettivi: .31 e .22), ma rispetto agli allievi più svantaggiati resta una differenza significativa con un effetto di medie dimensioni (d di Cohen: .58). Infine, il d di Cohen tra il quartile svizzero inferiore e il quartile svizzero medio inferiore segnala un effetto di dimensioni piccole (.35), che peraltro si riferisce a una differenza non significativa.

Figura 18: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo la condizione sociale in Ticino

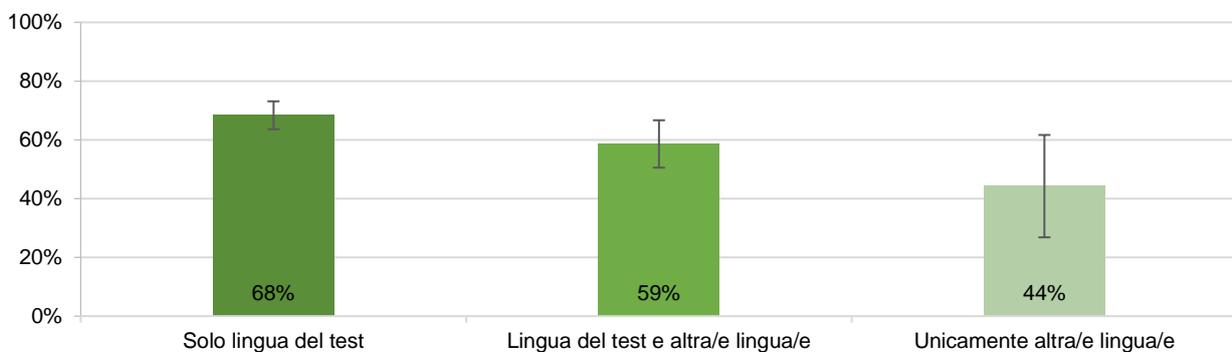


Nota: La condizione sociale è stata calcolata in riferimento alla condizione sociale degli allievi di tutta la Svizzera e dei quartili relativi. Ad esempio, le prestazioni del quartile svizzero inferiore riportate nella figura fanno riferimento ai risultati ottenuti dagli allievi del Cantone che fanno parte del 25% (quartile) di tutti gli allievi della Svizzera con una condizione sociale inferiore rispetto al 75% restante degli allievi. Si veda la Figura 15 per la distribuzione degli allievi del Cantone nei quartili di riferimento.

Risultati secondo la lingua parlata a casa

Nel complesso, nei Cantoni svizzeri vi è una percentuale significativamente più alta di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica tra coloro che a casa parlano esclusivamente la lingua del test rispetto agli allievi che parlano anche o esclusivamente altra/e lingua/e (Consorzio VeCoF, 2019a). Tale asserzione è parzialmente vera anche nel caso del Ticino (si veda Figura 20), dove il 68% di chi parla a casa solo la lingua del test raggiunge le competenze fondamentali in modo significativamente superiore a chi parla unicamente altra/e lingua/e (44%) con un effetto medio (d di Cohen: .50), mentre chi parla a casa sia la lingua del test che altra/e lingua/e non si differenzia in maniera significativa dagli altri due gruppi (effetti piccoli con un d di Cohen equivalente a .20 rispetto a chi parla unicamente altra/e lingua/e e a .29 nei confronti di chi parla esclusivamente la lingua del test). Recenti interrogativi sono stati sollevati sulla possibile composizione eterogenea delle altre lingue che vengono parlate a casa: tali lingue potrebbero risultare molto diverse tra loro, ad esempio in termini di prossimità genealogica rispetto alla lingua del test, e avere quindi un impatto differente sull'acquisizione delle competenze a scuola (Crotta & Ambrosetti, 2018).

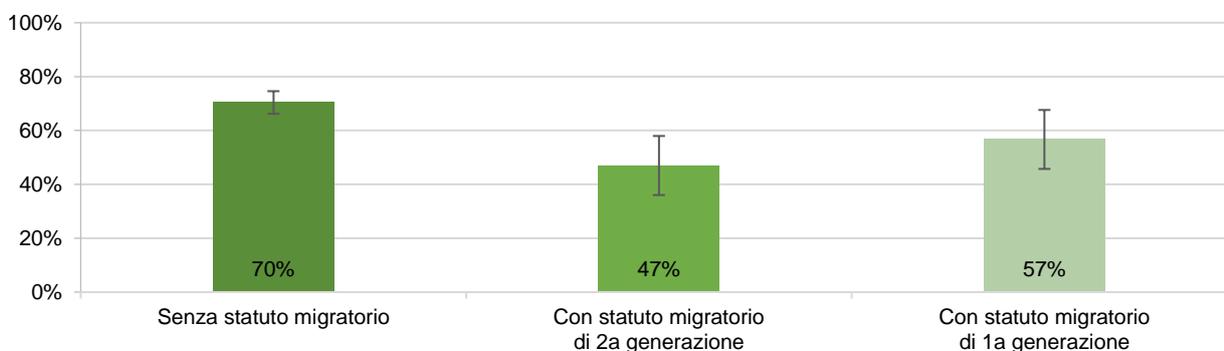
Figura 19: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo la lingua parlata a casa in Ticino



Risultati secondo lo statuto migratorio

Gli allievi senza statuto migratorio, in Svizzera, raggiungono mediamente più facilmente le competenze fondamentali rispetto ai coetanei con statuto migratorio (Consorzio VeCof, 2019a). In realtà, si può osservare dalla Figura 21 che in Ticino solo coloro con uno statuto migratorio di seconda generazione si differenziano nella percentuale di allievi che raggiunge le competenze da coloro senza statuto migratorio (47% vs 70%) con un effetto di medie dimensioni (d di Cohen: .49). Invece, l'ampiezza dell'effetto relativa alla differenza non significativa del 57% di allievi con statuto migratorio di prima generazione che raggiunge le competenze fondamentali rispetto agli altri due gruppi mostra un'ampiezza dell'effetto tra molto piccola (rispetto allo statuto migratorio di seconda generazione) e piccola (rispetto a non avere uno statuto migratorio, d di Cohen: .29). Il fatto che gli allievi con statuto migratorio di seconda generazione non si distinguono significativamente da coloro con statuto migratorio di prima generazione mitiga la relazione lineare tra le tre categorie relative allo statuto migratorio e il raggiungimento delle competenze fondamentali.

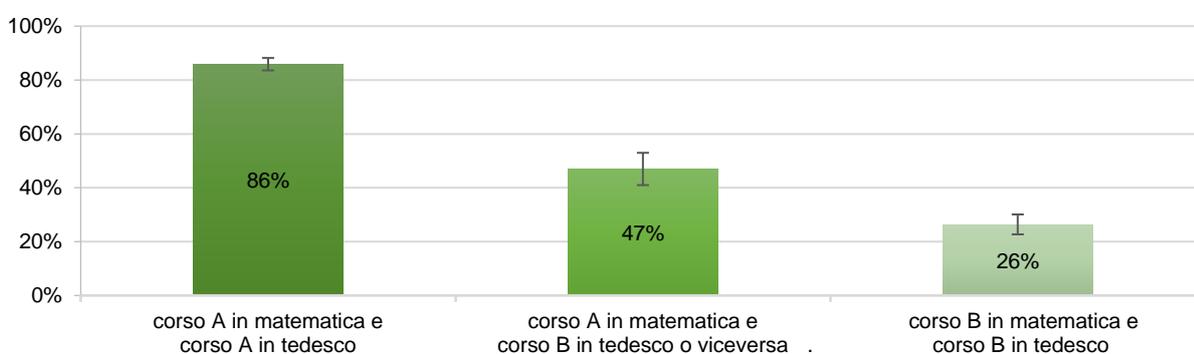
Figura 20: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo lo statuto migratorio in Ticino



Risultati secondo i profili curricolari

Come già menzionato precedentemente, gli allievi nelle scuole ticinesi seguono corsi di matematica differenziati. Tuttavia, le competenze fondamentali sono per definizione competenze che ci aspetta che praticamente tutti gli allievi raggiungano durante la scuola obbligatoria (CDPE, 2011a), indipendentemente dal programma scolastico seguito. Nelle precedenti analisi rispetto ai punteggi ottenuti nell'indagine PISA da allievi con profili curricolari differenti in Ticino (Origoni, 2007; Salvisberg & Zampieri, 2015), è stato osservato che, sebbene i punteggi medi si differenziassero a seconda dei corsi frequentati, la dispersione dei punteggi andava in gran parte ad intersecarsi. I risultati dell'indagine VeCoF mostrano che la percentuale di allievi che raggiunge le competenze fondamentali è significativamente differente a seconda del profilo curricolare degli allievi e passa dall'86% di chi segue i due corsi attitudinali al 47% per chi segue un corso attitudinale e un corso base ad appena il 26% per chi segue i due corsi base (si veda Figura 22).

Figura 21: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo il profilo curricolare in Ticino



L'ampiezza dell'effetto della differenza nel raggiungimento delle competenze fondamentali seguendo due corsi attitudinali è molto grande sia rispetto a chi segue un corso attitudinale e un corso base (d di Cohen: .90) sia rispetto a chi frequenta i due corsi base (d di Cohen: 1.50). Rispetto alla differenza tra gli ultimi due gruppi l'effetto è di media entità (d di Cohen: .44). Dunque, sebbene "allievi che secondo il test PISA hanno le medesime competenze sono inseriti in curricoli diversi che offrono, per la formazione successiva, sbocchi differenti" (Faggiano & Origoni in Origoni, 2007, p.37), dall'indagine VeCoF sorge piuttosto la questione relativa al fatto che le stesse competenze che quasi tutti gli allievi dovrebbero ottenere non sono acquisite in egual misura da allievi che seguono corsi diversi.

Ciò sembra non dipendere da come sono esplicitate le competenze nel Piano di formazione della scuola media (Repubblica e Cantone Ticino, 2004a) per i due tipi di corso, base e attitudinale, dato che si differenziano solo per aspetti di approfondimento disciplinare che non rientrano nelle competenze fondamentali, come emerge dalla seguente tabella di confronto (si veda Figura 23).

Lo stesso vale se si effettua il confronto in modo più specifico sugli obiettivi per classe dei diversi campi di studio che si trovano nell'Allegato 2 del Piano di formazione (Repubblica e Cantone Ticino, 2004b). Nella Figura 24 è riportato il confronto per il campo "Numeri", dove sono stati sottolineati solo gli aspetti di differenza tra il corso base e attitudinale. Le cause delle differenze nel raggiungimento delle competenze fondamentali nell'indagine VeCoF vanno quindi ricercate in altri aspetti.

Figura 22: Confronto tra le competenze di IV media per il corso base e per il corso attitudinale, Piano di formazione della scuola media (2004)

Competenze di IV media corso base	Competenze di IV media corso attitudinale
<p>CIIIb/1 Frazioni, percentuali, rapporti, proporzioni</p> <p>In una situazione concernente frazioni o percentuali, saper risolvere problemi, in particolare di proporzionalità, usando la calcolatrice e operando opportune approssimazioni dei risultati.</p>	<p>CIIIa/1 Numeri razionali, equazioni</p> <p>In una situazione concernente i numeri razionali nelle forme decimale, frazionaria e percentuale saper risolvere problemi anche facendo ricorso alle funzioni e alle equazioni.</p>
<p>CIIIb/2 Applicazione del teorema di Pitagora a figure piane</p> <p>In una situazione geometrica piana che comprende figure composte, riconoscere triangoli rettangoli, applicare il teorema di Pitagora, usare la calcolatrice (compresa la funzione radice), scegliere le cifre significative del risultato e approssimare convenientemente.</p>	<p>CIIIa/2 Figure piane, teorema di Pitagora</p> <p>In una situazione geometrica concernente una figura piana, essere in grado di calcolare, sia esattamente (eventualmente mediante un'equazione) sia in modo approssimato mediante la calcolatrice (scelta delle cifre significative), determinate lunghezze, anche con l'ausilio del teorema di Pitagora.</p>
<p>CIIIb/3 Geometria dei solidi</p> <p>In una situazione geometrica concernente prismi, piramidi e cilindri riconoscere il tipo di solido e i suoi elementi essenziali, operare degli schizzi, disegnare con precisione gli sviluppi, calcolare aree e volumi usando convenientemente le unità di misura</p>	<p>CIIIa/3 Geometria dei solidi</p> <p>In una situazione concernente prismi, piramidi, cilindri, o solidi composti di questi ultimi, eseguire uno schizzo, disegnare (se possibile) il loro sviluppo, calcolare i loro elementi sconosciuti (anche applicando il teorema di Pitagora), calcolare aree e volumi.</p>
<p>CIVb/1 Calcolo numerico, equazioni, uso di formule</p> <p>In una situazione (anche extra-matematica), organizzare sequenze di calcoli da eseguire con la calcolatrice, impostare semplici equazioni che permettano di rispondere a domande relative alla situazione, adattare le soluzioni al contesto, ricavare una lettera da una data formula.</p>	<p>CIVa/1 Calcolo letterale in R, equazioni e disequazioni</p> <p>In una situazione (anche extra-matematica), saper utilizzare lettere sia come variabili, sia come parametri, sia come incognite per costruire modelli matematici mediante l'impiego dei concetti di funzione, equazione, disequazione e sistema; saper semplificare espressioni letterali, saper calcolare con radici quadrate e saper risolvere equazioni, disequazioni e sistemi relativi alla situazione data.</p>
<p>CIVb/2 Funzioni e grafici</p> <p>In una situazione (anche extra-matematica) basata su una funzione, interpretare la forma algebrica della funzione, tabularla e rappresentarla graficamente; leggere il grafico (dall'argomento all'immagine e viceversa) e, quando è possibile, trovare col calcolo i valori esatti; descrivere la variazione della funzione.</p>	<p>CIVa/2 Funzioni e grafici</p> <p>In una situazione-problema (anche extra-matematica), saper caratterizzare le funzioni che possono essere usate per rispondere a determinati interrogativi, riconoscere la terminologia e la simbologia relativa, trovare la loro forma algebrica, rappresentarle graficamente, leggere determinati valori approssimati sul grafico, controllare, se possibile, col calcolo.</p>
<p>CIVb/3 Geometria piana</p> <p>In una situazione riguardante poligoni, riconoscere triangoli simili e applicarne le proprietà per ricavare determinate lunghezze; inoltre operare riduzioni e ingrandimenti in scala di figure piane.</p>	<p>CIVb/3 Geometria piana</p> <p>In una situazione riguardante figure piane, riconoscere, in particolare, triangoli simili e applicarne le proprietà per ricavare determinate lunghezze e aree; inoltre operare riduzioni e ingrandimenti in scala di figure piane.</p>
<p>CIVb/4 Geometria dei solidi</p> <p>In una situazione concernente prismi, piramidi, cilindri, coni o sfere, eseguire uno schizzo, disegnare (se possibile) il loro sviluppo, calcolare loro elementi sconosciuti (anche applicando il teorema di Pitagora), calcolare aree e volumi.</p>	<p>CIVa/4 Geometria solida</p> <p>In una situazione riguardante solidi geometrici applicare le conoscenze sulla similitudine per trovare determinate lunghezze.</p>

Figura 23: Confronto degli obiettivi per la classe IV, corso base e corso attitudinale, del Piano di formazione della scuola media (2004)

Obiettivi per la classe IV-corso base NUMERI - calcolo numerico	Obiettivi per la classe IV-corso attitudinale NUMERI - calcolo numerico
<p>Nb401) Eseguire le quattro operazioni con i numeri sia in forma decimale, sia in forma frazionaria. In casi semplici, calcolare mentalmente.</p> <p>Esempi: $2,5 \cdot 0,4 = 25/10 \cdot 4/10 = 100/100 = 1$</p>	<p>Na401) <u>Eseguire calcoli</u>²⁶ con i numeri <u>reali</u> sia in forma decimale, sia in forma frazionaria, <u>sia in forma radicale</u>. In casi semplici, calcolare mentalmente.</p> <p>Esempi: $2,5 \cdot 0,4 = 25/10 \cdot 4/10 = 100/100 = 1$</p> $\frac{2\sqrt{75}}{5\sqrt{3}} = 2$ $3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{13}{4}\sqrt{2} - \frac{9}{2}\sqrt{3}$ $\sqrt{50} + 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75} + 4\sqrt{32} = 21\sqrt{2} - 9\sqrt{3}$
	<p><u>Na402) Conoscere il significato di potenza con esponente intero relativo e base reale ed eseguire i calcoli relativi.</u></p>
<p>Nb402) Applicare le tecniche di calcolo mentale conosciute (basate sulle proprietà commutativa e associativa dell'addizione e della moltiplicazione, sulla proprietà distributiva e sull'invarianza della divisione) a casi semplici.</p>	<p>Na403) Applicare le tecniche di calcolo mentale conosciute (basate sulle proprietà commutativa e associativa dell'addizione e della moltiplicazione, sulla proprietà distributiva e sull'invarianza della divisione, <u>sulle proprietà delle potenze e delle radici</u>) a casi semplici.</p>
<p>Nb403) Organizzare, eseguire e verificare un algoritmo di calcolo procedendo sia mentalmente (in casi semplici) sia con la calcolatrice. In particolare: - con la calcolatrice, usare convenientemente i comandi "frazione", "quadrato" ("cubo"), "radice quadrata" ("cubica"), "potenza", "1/x", "memorizza", "richiama", "conversione sessagesimale-decimale e viceversa", "introduzione di una successione di dati", "media". - con il foglio elettronico, introdurre e propagare formule, usare qualche funzione.</p>	<p>Na404) Organizzare, eseguire e verificare un algoritmo di calcolo procedendo sia mentalmente (in casi semplici) sia con la calcolatrice. In particolare: - con la calcolatrice, usare convenientemente i comandi "frazione", "quadrato" ("cubo"), "radice quadrata" ("cubica"), "potenza", "1/x", "memorizza", "richiama", "conversione sessagesimale-decimale e viceversa", "introduzione di una successione di dati", "media". - con il foglio elettronico, introdurre e propagare formule, usare qualche funzione.</p>
<p>Nb404) Stimare il risultato di un'espressione numerica mediante opportuni arrotondamenti e calcolo mentale.</p>	<p>Na405) Stimare il risultato di un'espressione numerica con opportuni arrotondamenti e calcolo mentale.</p>
<p>Nb405) Conoscere e usare i termini "approssimazione per difetto, per eccesso" ed eseguire approssimazioni con precisione prefissata alla n-esima cifra decimale.</p>	<p>Na406) Conoscere e usare i termini "approssimazione per difetto, per eccesso" ed eseguire approssimazioni con precisione prefissata alla n-esima cifra decimale.</p>
<p>Nb406) Riconoscere e applicare la scrittura scientifica di un numero.</p>	<p>Na407) Riconoscere e applicare la scrittura scientifica di un numero.</p>
<p>Nb407) Applicare le conoscenze relative ai numeri a problemi di varia natura.</p>	<p>Na408) Applicare le conoscenze relative ai numeri <u>per risolvere</u> problemi di varia natura.</p>

²⁶ Per una più facile lettura sono state sottolineate le parti che si differenziano tra le due colonne.

5 I risultati VeCoF nel contesto di PISA

L'indagine VeCoF va ad aggiungersi alle altre indagini standardizzate, PISA e le prove cantonali standardizzate, presenti nel sistema scolastico ticinese che hanno come scopo principale quello di valutare le competenze degli allievi in determinate discipline.

L'indagine internazionale PISA, presente dal 2000 in Svizzera e nel Canton Ticino è promossa dall'Organizzazione per la cooperazione e lo sviluppo economico (OCSE) e finanziata dalla Segreteria di Stato per la formazione, la ricerca e l'innovazione (SEFRI) e dalla Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione (CDPE). Essa viene proposta ogni tre anni e valuta le competenze in matematica, scienze e comprensione dello scritto (lettura) degli allievi quindicenni di circa 80 Paesi. Lo studio permette di comparare le competenze degli allievi della Svizzera con quelle di allievi degli altri Paesi. Queste competenze sono definite in un quadro teorico universale, elaborato da esperti provenienti da diversi Paesi, che non fa riferimento al Piano di studio specifico di un solo Paese (o Cantone). Come già riportato all'inizio di questo documento, dal 2016, VeCoF, finanziata dalla CDPE, verifica invece il raggiungimento delle competenze fondamentali definite a livello nazionale in ogni Cantone; queste competenze fondamentali sono confluite nei Piani di studio regionali che ogni Cantone deve adottare nel proprio sistema scolastico. Va anche precisato che la valutazione sulla totalità delle competenze presenti nei Piani di studio implementati nei diversi Cantoni con lo scopo di avere un bilancio relativo a tutte le competenze, è sotto la responsabilità delle diverse regioni linguistiche. A questo proposito, in Canton Ticino, il Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport (DECS) ha dato mandato al Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi (CIRSE) di elaborare delle prove standardizzate sulle competenze in matematica e in italiano per gli allievi delle scuole elementari (di cui le prime sono state svolte tra il 2013 e il 2015; per maggiori dettagli si veda CIRSE, 2014; Crescentini, 2017a; Crescentini, 2017b). Le prossime indagini alle scuole elementari verranno svolte nella primavera 2020, nel 7° anno scolastico, per testare le competenze degli allievi in italiano e in matematica. Mentre nelle scuole medie le prime prove standardizzate si svolgeranno nella primavera 2021 nell'11° anno scolastico, per valutare le competenze degli allievi in italiano e matematica. Tali prove hanno due scopi: 1) fornire agli insegnanti i risultati della loro classe e di ogni allievo con la possibilità di confrontarli con tutta la popolazione ticinese e 2) disporre di strumenti di monitoraggio del sistema scolastico (CIRSE, 2014). Inoltre, il DECS ha dato mandato al Centro competenze Didattica della Matematica (DdM) di effettuare una valutazione didattica delle prove standardizzate di quarta e quinta elementare con lo scopo di mettere in evidenza punti di forza e debolezze nelle prestazioni degli allievi che consentano di effettuare utili riflessioni sul processo di insegnamento/apprendimento della matematica (Sbaragli & Franchini, 2014, 2018).

Sul sistema scolastico ticinese, e in particolare sulla sua efficacia e equità, si hanno dunque fonti di informazione multiple che si possono mettere a confronto per corroborare i risultati ottenuti o eventualmente comprendere le cause di esiti differenti. L'intento del presente capitolo è di evidenziare le specificità delle indagini PISA e VeCoF e i rispettivi risultati.

Come sottolineato in precedenza, in VeCoF si valutano le competenze fondamentali che costituiscono la parte fondamentale dell'insegnamento scolastico, ossia le attitudini, le capacità e i saperi fondamentali che praticamente tutti gli allievi devono necessariamente acquisire nelle quattro discipline per il seguito del loro percorso di formazione (CDPE, 2011b). In particolare, per quanto concerne la matematica, viene sostenuta l'importanza del raggiungimento di tali competenze tramite la seguente affermazione: «Senza una formazione di base in matematica si ha un accesso solo limitato al mondo di oggi, fatto di informazione, comunicazione e tecnica e le possibilità di coinvolgimento e di partecipazione alla vita sociale si riducono» (CDPE, 2011a, p. 5).

Anche in PISA è presente una soglia di base delle competenze matematiche necessarie per partecipare a pieno titolo alla vita moderna (OCDE, 2014), che viene definita come livello 2. Tuttavia, in tale indagine, a differenza di VeCoF, sono presenti sei distinti livelli di competenza. In particolare, in PISA vengono analizzati maggiormente i risultati di due gruppi di allievi: quelli sotto il livello 2 che non raggiungono le competenze di base e sono considerati a rischio rispetto alla possibilità di proseguire la loro formazione e per un'entrata proficua nel mondo del lavoro e quelli che si situano nei livelli 5 e 6, che invece sono allievi molto competenti. I livelli 3 e 4 sono livelli intermedi. Nella Figura 25 si mostrano le descrizioni di ogni livello di competenza dell'indagine PISA 2012 nell'ambito della matematica.

Figura 24: Descrizione dei livelli di competenza della scala globale in matematica dell'indagine PISA 2012 (INVALSI, 2013, pp. 27.28)

Livello	Competenze necessarie a risolvere i compiti proposti e caratteristiche dei compiti stessi
6	Gli studenti che si collocano al 6° Livello sono in grado di concettualizzare, generalizzare e utilizzare informazioni basate sulla propria analisi e modellizzazione di situazioni problematiche e complesse. Essi sono in grado di collegare fra loro differenti fonti d'informazione e rappresentazioni passando dall'una all'altra in maniera flessibile. A questo livello, gli studenti sono capaci di pensare e ragionare in modo matematicamente avanzato. Essi sono inoltre in grado di applicare tali capacità di scoperta e di comprensione contestualmente alla padronanza di operazioni e di relazioni matematiche di tipo simbolico e formale in modo da sviluppare nuovi approcci e nuove strategie nell'affrontare situazioni inedite. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di esporre e di comunicare con precisione le proprie azioni e riflessioni collegando i risultati raggiunti, le interpretazioni e le argomentazioni alla situazione nuova che si trovano ad affrontare.
5	Gli studenti che si collocano al 5° Livello sono in grado di sviluppare modelli di situazioni complesse e di servirsene, di identificare vincoli e di precisare le assunzioni fatte. Essi sono inoltre in grado di selezionare, comparare e valutare strategie appropriate per risolvere problemi complessi legati a tali modelli. A questo livello, inoltre, gli studenti sono capaci di sviluppare strategie, utilizzando abilità logiche e di ragionamento ampie e ben sviluppate, appropriate rappresentazioni, strutture simboliche e formali e capacità di analisi approfondita delle situazioni considerate. Essi sono anche capaci di riflettere sulle proprie azioni e di esporre e comunicare le proprie interpretazioni e i propri ragionamenti.
4	Gli studenti che si collocano al 4° Livello sono in grado di servirsi in modo efficace di modelli dati applicandoli a situazioni concrete complesse anche tenendo conto di vincoli che richiedano di formulare assunzioni. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e di integrare fra loro rappresentazioni differenti, anche di tipo simbolico, e di metterle in relazione diretta con aspetti di vita reale. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di utilizzare abilità ben sviluppate e di ragionare in maniera flessibile, con una certa capacità di scoperta, limitatamente ai contesti considerati. Essi riescono a formulare e comunicare spiegazioni e argomentazioni basandosi sulle proprie interpretazioni, argomentazioni e azioni.
3	Gli studenti che si collocano al 3° Livello sono in grado di eseguire procedure chiaramente definite, comprese quelle che richiedono decisioni in sequenza. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e applicare semplici strategie per la risoluzione dei problemi. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di interpretare e di utilizzare rappresentazioni basate su informazioni provenienti da fonti differenti e di ragionare direttamente a partire da esse. Essi riescono a elaborare brevi comunicazioni per esporre le proprie interpretazioni, i propri risultati e i propri ragionamenti.
2	Gli studenti che si collocano al 2° Livello sono in grado di interpretare e riconoscere situazioni in contesti che richiedano non più di un'inferenza diretta. Essi sono in grado, inoltre, di trarre informazioni pertinenti da un'unica fonte e di utilizzare un'unica modalità di rappresentazione. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di servirsi di elementari algoritmi, formule, procedimenti o convenzioni. Essi sono capaci di ragionamenti diretti e di un'interpretazione letterale dei risultati.
1	Gli studenti che si collocano al 1° Livello sono in grado di rispondere a domande che riguardino contesti loro familiari, nelle quali siano fornite tutte le informazioni pertinenti e sia chiaramente definito il quesito. Essi sono in grado, inoltre, di individuare informazioni e di mettere in atto procedimenti di routine all'interno di situazioni esplicitamente definite e seguendo precise indicazioni. Questi studenti sono anche capaci di compiere azioni ovvie che procedano direttamente dallo stimolo fornito.

Nella Figura 26 vi è un riassunto schematico di alcune caratteristiche delle indagini PISA e VeCoF che verranno discusse in seguito.

Figura 25: Alcune caratteristiche delle indagini PISA e VeCoF

	PISA 2000-2012	PISA 2015	VeCoF 2016
Ambiti testati	Matematica, comprensione dello scritto (lettura), scienze naturali. PISA 2012: matematica come ambito principale.	Matematica, comprensione dello scritto (lettura), scienze naturali (ambito principale)	Matematica
Campione e popolazione	Un campione rappresentativo degli allievi quindicenni ²⁷ della Svizzera (vi sono allievi di tutte e tre le regioni linguistiche ma queste non hanno un campione rappresentativo) e i campioni rappresentativi dei Cantoni (che hanno voluto partecipare) degli allievi dell'11° anno scolastico.	Un campione rappresentativo degli allievi quindicenni della Svizzera. Il Ticino ha chiesto di avere un campione rappresentativo di quindicenni.	Un campione rappresentativo per ogni Cantone (tutti i Cantoni partecipano) degli allievi dell'11° anno scolastico.
Livello/tipo di analisi Possibili confronti	Confronto dei risultati tra la Svizzera e gli altri Paesi (con il campione svizzero dei quindicenni; ad esempio si veda Consorzio PISA.ch, 2013a). Confronto dei risultati tra i Cantoni che hanno partecipato (con i campioni rappresentativi dei Cantoni dell'11° anno scolastico; ad esempio si veda Consorzio PISA.ch, 2013b). Il Ticino si confronta con gli altri Cantoni sugli allievi dell'11° anno scolastico (ad esempio si veda Salvisberg & Zampieri, 2015).	Confronto dei risultati tra la Svizzera e gli altri Paesi (con il campione svizzero dei quindicenni; si veda Consorzio PISA.ch, 2018) Il Ticino si confronta con la Svizzera e le regioni linguistiche svizzere, con gli altri Paesi e le regioni italiane sugli allievi quindicenni (Fenaroli, Salvisberg, Reggiani & Crotta, 2019).	Confronto dei risultati tra i Cantoni sugli allievi dell'11° anno scolastico (Consorzio VeCoF, 2019a). Il Ticino si confronta con tutti i Cantoni sugli allievi dell'11° anno scolastico (p.30).

Lo scopo dell'indagine PISA è ottenere risultati sul sistema scolastico del proprio Paese per poterlo anche confrontare con gli altri. Dal 2000 fino al 2012 sono disponibili risultati sugli allievi quindicenni per l'insieme della Svizzera e, per alcuni Cantoni svizzeri, sugli allievi dell'11° anno. Con l'introduzione della prima indagine VeCoF nel 2016, la CDPE ha deciso di ridurre il campione di PISA a partire dall'indagine PISA 2015, testando solamente i quindicenni della Svizzera senza avere ulteriori campioni rappresentativi cantonali. Il Canton Ticino è un'eccezione in quanto, per volontà propria, continua ad avere un campione rappresentativo nelle indagini PISA, che dal 2015 in avanti è formato non più esclusivamente da allievi dell'11° anno scolastico ma bensì dai quindicenni, che sono in parte allievi che frequentano l'11° anno scolastico ma soprattutto sono allievi del primo anno delle scuole post obbligatorie (scuole medie superiori, scuole professionali e pretirocinio). I risultati del Canton Ticino, da PISA 2015, possono essere confrontati con il resto dei Paesi siccome la popolazione testata è la stessa di quella sotto esame a livello internazionale, ciò che nelle edizioni precedenti non era possibile. Non è dunque auspicabile svolgere confronti diretti tra i risultati ticinesi delle indagini PISA che precedono l'edizione 2015 con le seguenti a causa della natura diversa della popolazione testata. Invece, come mostrato nella Figura 26, il campione cantonale di PISA 2012 è lo stesso di quello dell'indagine VeCoF 2016 per quanto riguarda la popolazione testata (11° anno) così come l'ambito testato (matematica). Tuttavia,

²⁷ Si utilizza il termine "quindicenni" per comodità, anche se per essere più precisi gli allievi testati hanno un'età compresa tra i 15 anni e 3 mesi e i 16 anni e 2 mesi. Il riferimento è la data di nascita. Ad esempio PISA 2012 include gli allievi nati nel 1997.

il fatto che le due indagini abbiano obiettivi diversi implica forzatamente anche in questo caso una certa precauzione nel confronto dei risultati.

Per quanto riguarda i risultati ottenuti dal Canton Ticino in matematica nelle diverse indagini, in PISA 2015 i quindicenni del Canton Ticino si sono posizionati al quarto posto nella scala mondiale, ottenendo il punteggio medio di 533 punti che risulta essere anche significativamente superiore a quello della media Svizzera (521) e a quello della Svizzera tedesca (518) (Fenaroli, Salvisberg, Reggiani & Crotta, 2019). Nelle edizioni precedenti la Svizzera ha sempre raggiunto punteggi molto buoni in matematica. Invece, il Ticino in confronto agli altri Cantoni, ha raggiunto dei punteggi più modesti in passato. Ad esempio, se si considerano i risultati dell'indagine PISA 2012, il Ticino ha ottenuto un punteggio medio di 515 punti che è statisticamente inferiore²⁸ a quello della Svizzera (531). I Cantoni San Gallo, Friburgo francofono, Vallese francofono e Vallese tedesco hanno ottenuto prestazioni migliori rispetto al Ticino (Salvisberg & Zampieri, 2015). In sintesi, il posizionamento del Ticino rispetto alle unità di confronto cambia, anche perché i risultati si basano su popolazioni differenti. Inoltre, nell'indagine VeCoF riferita agli allievi dell'11° anno, il Canton Ticino si situa nella media svizzera rispetto al raggiungimento delle competenze fondamentali in matematica. Come menzionato precedentemente (p. 34), Appenzello interno, Friburgo francofono e Vallese francofono raggiungono percentuali superiori in modo statisticamente significativo rispetto al Ticino; questi ultimi due sono gli stessi Cantoni che anche in PISA 2012 avevano ottenuto prestazioni superiori rispetto al Ticino.

È possibile fare un confronto tra la percentuale di allievi che non raggiunge le competenze fondamentali dell'indagine VeCoF con quella degli allievi sotto il livello 2 di PISA, poiché questo livello è considerato la soglia tra gli allievi che acquisiscono e quelli che non acquisiscono le competenze di base. Nello specifico, i risultati dell'indagine VeCoF 2016 mostrano che, se in matematica il 64% degli allievi del Canton Ticino dell'11° anno scolastico raggiunge le competenze fondamentali (Figura 16), il restante 36% non le raggiunge. Tale risultato può essere considerato inatteso rispetto agli obiettivi, in quanto le competenze fondamentali dovrebbero essere raggiunte praticamente da tutti gli allievi. Inoltre, se questo dato viene confrontato con la quota degli allievi che non raggiunge le competenze di base definite da PISA (che si situano sotto il livello 2), si osserva una grande differenza. Infatti, in PISA 2012 (ultimo ciclo effettuato con matematica come ambito principale che dispone dunque dei risultati delle sottoscale²⁹ e nel quale si sono testati gli allievi dell'11° anno), la percentuale degli allievi del Canton Ticino dell'11° anno scolastico sotto il livello 2 è dell'11%. La relativamente alta percentuale di allievi che non raggiunge le competenze fondamentali in VeCoF si riscontra anche in generale nella Svizzera, dove il 38% non raggiunge le competenze fondamentali mentre ancora una volta nell'indagine PISA 2012, l'11% degli allievi non raggiunge il livello 2. Una possibile spiegazione, tra le altre plausibili, è quella accennata nella conclusione del rapporto nazionale nel quale si dichiara che «si riscontrano differenze nel livello dei requisiti tra le competenze fondamentali matematiche svizzere nell'11° anno scolastico e quelle richieste agli allievi per il livello di competenza 2 di PISA» (Consorzio VeCoF, 2019a, p.78). Le conclusioni del rapporto sull'audit dell'indagine VeCoF 2016 (Fischbach & UNEG, 2018) vanno in questa direzione. Gli autori constatano che alcuni descrittori delle competenze fondamentali nazionali permettono di elaborare item semplici mentre altri no, ma non riportano esempi specifici a sostegno di tale condivisibile affermazione. Si riporta un nostro esempio in tal senso: la competenza fondamentale dell'aspetto di competenza "Sapere, riconoscere e descrivere" dell'ambito "Numeri e calcolo": "Conoscono e utilizzano le principali forme di rappresentazione di un numero (decimale, frazionaria, percentuale, scientifica, potenza con base razionale ed esponente naturale)" può essere testata, soprattutto per quanto concerne l'utilizzo di queste forme di rappresentazione del numero, tramite item di complessità variabile che, pur rientrando in questa dicitura, possono effettivamente risultare più o meno complessi. Inoltre, Fischbach e UNEG (2018) riportano che, da un'analisi svolta dagli esperti di matematica nella quale gli item di PISA 2012 sono stati classificati secondo le definizioni delle competenze fondamentali, "quasi tutti gli item PISA di livello 1, 2 e 3, circa la metà di tutti gli item di livello 4 e 5 e persino un paio di item di livello 6 rientrano nella definizione delle competenze fondamentali" (Fischbach & UNEG, 2018, p.21, libera traduzione). Gli autori del rapporto concludono affermando che le competenze fondamentali sono ambiziose, in particolare in riferimento a un confronto internazionale.

A seguito di questi risultati, la CDPE ha affermato di voler approfondire la questione sulla definizione delle competenze fondamentali nazionali (CDPE, 2019).

²⁸ L'ipotesi su questi risultati è che gli allievi del Canton Ticino sono più giovani rispetto a quelli degli altri Cantoni (Origoni, 2007). Questa ipotesi per ora non è ancora stata confermata attraverso delle analisi approfondite specifiche.

²⁹ Oltre alla scala globale di competenza di matematica, sono stati definiti 7 sottoscale: 4 aspetti di competenza di Contenuto (Cambiamento e relazioni, Spazio e forma, Quantità, Incertezza e dati) e 3 aspetti di competenza di Processo (Formulare, Utilizzare e Interpretare) (Salvisberg & Zampieri, 2015).

6 Conclusioni

Il 64% degli allievi delle scuole ticinesi raggiunge le competenze fondamentali in matematica, risultato che si allinea alla maggior parte dei Cantoni e alla media svizzera. Le caratteristiche individuali prese in considerazione hanno mostrato differenze significative nel raggiungimento delle competenze fondamentali con dimensioni di effetto (d di Cohen) variate. In particolare, si sono registrati effetti importanti rispetto alla condizione sociale e al profilo curricolare dell'allievo: la differenza media nel raggiungimento delle competenze fondamentali tra chi è di condizione sociale svantaggiata rispetto a quella più agiata è del 41%, mentre tra chi frequenta due corsi attitudinali e chi segue due corsi base è del 60%; differenze che a livello standardizzato (d di Cohen) si sono rivelate di grande entità in termini di ampiezza dell'effetto. Le considerazioni fornite in questo documento si limitano a vagliare le caratteristiche individuali in modo indipendente l'una dalle altre. Tuttavia, alcuni effetti sono probabilmente interdipendenti tra loro. Ad esempio, alcuni autori (Autin, Batruch, & Butera, 2019; Batruch, Autin, Bataillard, & Butera, 2019) hanno rilevato che la condizione sociale è legata alla differenziazione curricolare. Ulteriori analisi potrebbero dunque concentrarsi sull'effetto di ogni caratteristica individuale sul raggiungimento delle competenze fondamentali considerando la relazione congiunta con altre caratteristiche.

Dal confronto dettagliato tra il modello di competenza nazionale in matematica, il Piano di formazione della scuola media e il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese emerge che risulta relativamente difficile rintracciare puntualmente ogni competenza fondamentale di matematica all'interno dei documenti. Per quanto concerne il Piano di formazione della scuola media (Repubblica e Cantone Ticino, 2004) tale difficoltà è legata alla diversa impostazione del modello proposto, che comporta che le competenze fondamentali siano distribuite in diversi punti dei documenti. Inoltre, le competenze fondamentali riferite a "Grandezze e misure" sembrano essere solo in parte presenti in "Geometria" e "Matematica applicata" nel Piano di formazione della scuola media e l'ambito "Dati e probabilità" risulta meno esplicito rispetto a quanto è presente nel modello di competenza in matematica. Le differenze non sorprendono in quanto il Piano di Formazione del 2004 precede lo sviluppo del modello di competenza Harnos. Rispetto al Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese invece, si constata che tutte le competenze fondamentali sono presenti, ma non sono sempre identificabili a prima vista, in quanto a volte esse sono contenute in traguardi di apprendimento più ampi.

La differenza nel raggiungimento delle competenze fondamentali secondo il profilo curricolare seguito dagli allievi non sembra dipendere dall'esplicitazione delle competenze all'interno dei documenti ufficiali ticinesi. L'analisi dei documenti rileva che nel Piano di formazione (Repubblica e Cantone Ticino, 2004), gli obiettivi tra i corsi attitudinale e base in matematica si differenziano solo per aspetti di approfondimento disciplinare che non rientrano nelle competenze fondamentali e che nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015) i traguardi di apprendimento per l'11° anno sono rivolti all'insieme degli allievi indistintamente dal corso frequentato e contengono al loro interno le competenze fondamentali.

La CDPE ha deciso di approfondire la questione sulla definizione delle competenze fondamentali a seguito dei due aspetti emersi dall'audit di Fischbach e Uneg (2018): le competenze fondamentali possono risultare ambiziose, in particolare in confronto con altre indagini, come ad esempio a PISA; alcuni descrittori delle competenze fondamentali nazionali permettono di elaborare item di complessità variabile che, pur rientrando in questa dicitura, possono effettivamente risultare più o meno complessi per gli studenti.

D'altro canto, per studiare maggiormente il significato delle competenze fondamentali nazionali in matematica in relazione al sistema scolastico e al mondo del lavoro ticinese, sarebbe interessante analizzare il percorso scolastico o formativo dopo la scuola media degli allievi che in PISA hanno ottenuto punteggi sotto il livello 2 e degli allievi che in VeCoF 2016 non hanno raggiunto le competenze fondamentali. Un primo lavoro in questa direzione, rispetto ai dati VeCoF, è stato intrapreso in un articolo di prossima pubblicazione (Crotta, Salvisberg, Zanolla, in pubblicazione).

7 Bibliografia

- AA.VV. (2010). *HarmoS Consultazione Standard di formazione matematica*. DECS-UIM.
- Atkinson, R. C., & Geiser, S. (2009). Reflections on a century of college admissions tests. *Educational Researcher*, 38(9), 665-676.
- Angelone, D., & Keller, F. (2019). *ÜGK 2016 Mathematik. Technische Dokumentation zu Testentwicklung und Skalierung*. Aarau: Geschäftsstelle der Aufgabendatenbank EDK (ADB). Disponibile in: http://uegk-schweiz.ch/wp-content/uploads/2019/05/%C3%9CGK2016_Technischer-Bericht_ADB.pdf
- Autin, F., Batruch, A., & Butera, F. (2019). The function of selection of assessment leads evaluators to artificially create the social class achievement gap. *Journal of Educational Psychology*, 111, 717–735.
- Batruch, A., Autin, F., Bataillard, F., & Butera, F. (2019). School selection and the social class divide: How tracking contributes to the reproduction of inequalities. *Personality and Social Psychology Bulletin*, 45, 477–490.
- CDPE (14 giugno 2007). *Accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria (concordato HarmoS) del 14 giugno 2007*. Berna: CDPE. Disponibile in: https://edudoc.ch/record/24709/files/HarmoS_i.pdf (consultato il 10.06.2019).
- CDPE (2011a). *Competenze fondamentali per la matematica: standard nazionali di formazione approvati dall'Assemblea plenaria della CDPE il 16 giugno 2011*. Disponibile in: https://edudoc.ch/record/96785/files/grundkomp_math_i.pdf (consultato il 10.06.2019).
- CDPE. (2011b). *L'accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria (concordato HarmoS) del 14 giugno 2007*. Commento, istoriato e prospettive, strumenti. Berna: CDPE. Disponibile in: https://edudoc.ch/record/100376/files/Harmos-konkordat_i.pdf (consultato il 28.07.2019).
- CDPE (2019). *Brève information*. Berna : CDPE. Disponibile in : https://edudoc.educa.ch/static/web/arbeiten/harmos/grundkomp_kurzinfo_f.pdf (consultato il 16.08.2019).
- CDIP (2003). *Mesures consécutives à PISA 2000 : plan d'action, décision de la CDIP du 12 juin 2003*. Disponibile in: http://www.edudoc.ch/static/web/arbeiten/pisa2000_aktplan_f.pdf (consultato il 10.06.2019).
- CIIP. (Ed.). (2010). *Plan d'études romand (PER)*. Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin. Disponibile in: www.plandetudes.ch/per. (consultato il 30 luglio 2019).
- CIRSE (2014). *Prove standardizzate di Matematica per la SE*. Locarno: Centro Innovazione e Ricerca sui Sistemi Educativi. Disponibile in: https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/documenti/pubblicazioni/ricerca_educativa/Prove_standardizzate_di_Matematica_per_la_SE.pdf
- Consorzio PISA.ch (2013a). *Primi risultati di PISA 2012*. Disponibile in: https://edudoc.educa.ch/static/web/aktuell/medienmitt/ergebnisse_pisa2012_i.pdf (consultato il 30 luglio 2019).
- Consorzio PISA.ch (2013b). *PISA 2012 – Risultati regionali e cantonali per la Svizzera*. Disponibile in: https://pisa.educa.ch/sites/default/files/20140923/pisa2012_medielivelli_0.pdf
- Consorzio PISA.ch (2014). *PISA 2012: Approfondimenti tematici*. Berna e Neuchâtel: SEFRI/CDPE e Consorzio PISA.ch.
- Consorzio PISA.ch (2018). *PISA 2015: Gli allievi della Svizzera nel confronto internazionale*. Berna e Ginevra: SEFRI/CDPE e Consorzio PISA.ch. Disponibile in: https://pisa.educa.ch/sites/default/files/uploads/2018/11/pisa2015_rapporto_nazionale_i.pdf
- Consorzio VeCoF. (Ed.). (2019a). *Verifica del raggiungimento delle competenze fondamentali. Rapporto nazionale VeCoF 2016: matematica 11° anno scolastico*. Berna e Ginevra: CDPE e SRED. Disponibile in: <https://doi.org/10.18747/PHSG-coll3/id/382> (consultato il 30 luglio 2019).
- Consorzio VeCoF. (Ed.). (2019b). *Verifica del raggiungimento delle competenze fondamentali. Rapporto nazionale VeCoF 2017: lingue 8° anno scolastico*. Berna e Ginevra: CDPE e SRED. Disponibile in: <https://doi.org/10.18747/PHSGcoll3/id/383> (consultato il 30 luglio 2019).

- Crescentini, A. (2017a). *Prove standardizzate ticinesi. Matematica nella classe V Scuola Elementare*. Locarno: Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi. Disponibile in: https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/documenti/pubblicazioni/ricerca_educativa/Prove_standardizzate_ticinesi_matematica_nella_classe_V_SE.pdf
- Crescentini, A. (2017b). *Prove standardizzate ticinesi. Italiano nella classe III Scuola Elementare*. Locarno: Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi. Disponibile in: https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/documenti/pubblicazioni/ricerca_educativa/Prove_standardizzate_ticinesi_italiano_nella_classe_III_SE.pdf
- Crotta, F. & Ambrosetti, A. (2018). *Un'analisi dei dati PISA 2015 in relazione al plurilinguismo in Svizzera*. Presentazione al Convegno Plurilinguismo, 08-09.11.2018, Locarno.
- Crotta, F., Salvisberg, M., & Zanolla, G. (in preparazione). *Note scolastiche e competenze fondamentali in matematica degli allievi dell'11° anno HarmoS in Ticino*.
- D-EDK. (Ed.). (2016). *Lehrplan 21*. D-EDK Geschäftsstelle. Disponibile da: www.lehrplan.ch (consultato il 30 luglio 2019).
- Fenaroli, S., Salvisberg, M., Reggiani, L., & Crotta, F. (2019). *PISA 2015: scienze naturali. Confronti tra il Ticino, le regioni svizzere, le regioni italiane e alcuni paesi*. Locarno: Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi.
- Fischbach, D., & Ugen, S. (2018). *ÜGK/COFO Mathematics 2016 Audit Report*. Luxembourg. Disponibile in: https://edudoc.ch/record/204067/files/UeGK_Audit_Report_230218.pdf. (consultato il 28.07.2019).
- Franchini, E., Lemmo, A. & Sbaragli, S. (2017). Il ruolo della comprensione del testo nel processo di matematizzazione e modellizzazione, *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 1, 38 – 63. Disponibile in <http://www.rivistadm.ch/index.php/2017-01-volume/2017-01-franchini-lemmo-sbaragli/> (consultato il 21.03.2018).
- Hattie, J. A. C. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London, UK: Routledge.
- INVALSI (2013). *OCSE PISA 2012. Rapporto nazionale*. Disponibile in: http://www.invalsi.it/invalsi/ri/pisa2012/rappnaz/Rapporto_NAZIONALE_OCSE_PISA2012.pdf (consultato il 12.08.2019).
- Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H.-E., & Vollmer, H. J. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise*. Bonn, Berlino: Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF).
- OECD (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014)*. Paris: OECD Publishing. Disponibile in: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en> (consultato il 30 luglio 2019).
- OECD. (2016). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing. Disponibile in: <https://dx.doi.org/10.1787/978264266490-en> (consultato il 30 luglio 2019).
- OCSE (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework - Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Parigi.
- Origoni P. (a cura di) (2007). *Equi non per caso. I risultati PISA 2003 in Ticino*. Bellinzona: Ufficio studi e ricerche.
- Repubblica e Cantone Ticino (Ed.) (2004a). *Piano di formazione della scuola media*. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. Disponibile in https://www4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/SIM/Cosa_facciamo/PF_SM.pdf (consultato il 10.06.2019).
- Repubblica e Cantone Ticino (Ed.) (2004b). *Allegato 2: obiettivi per classe. Piano di formazione della scuola media*. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport.
- Repubblica e Cantone Ticino (Ed.) (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. Disponibile in https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/pds/Documents/Piano_di_studio_della_scuola_dell_obbligo_ticinese_COMPLETO.pdf (consultato il 10.06.2019).
- Salvisberg, M., & Zampieri, S. (2015). *Valutazioni sotto esame. Piste esplorative per un confronto tra PISA e note scolastiche 2009 e 2012*. Locarno: Centro Innovazione e Ricerca sui Sistemi Educativi.
- Sbaragli, S., & Franchini, E. (2014). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quarta elementare*. Locarno: Dipartimento Formazione e Apprendimento. PP. 226. Disponibile in:

https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/documenti/pubblicazioni/ricerca_educativa/Valutazione_didattica_delle_prova_standardizzate_di_matematica_della_quarta.pdf (consultato l'11.11.2018).

Sbaragli, S., & Franchini, E. (2018). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quinta elementare*. Locarno: Dipartimento Formazione e Apprendimento. Disponibile in <http://www.supsi.ch/dfa/pubblicazioni/didattica-matematica/prove-standardizzate> (consultato il 21.10.2018).

Indice delle figure

Figura 1: Modello di competenza in matematica (CDPE, 2011a, p. 7)	9
Figura 2: Progressione degli ambiti di competenza da un ciclo all'altro (CDPE, 2011a, p. 9).	10
Figura 3: Competenze fondamentali per la matematica nell'11° anno (sintesi)	11
Figura 4: Confronto degli ambiti matematici previsti dal Piano di formazione della scuola media e dal modello di competenza della matematica	15
Figura 5: Esempio di confronto tra una competenza fondamentale del modello di competenza in matematica relativa a "Sapere, riconoscere e descrivere" e gli obiettivi del Piano di formazione	16
Figura 6: Esempio di confronto tra una competenza fondamentale del modello di competenza in matematica relativa a "Eseguire e applicare" e gli obiettivi del Piano di formazione della scuola media	17
Figura 7: Progressione degli ambiti di competenza da un ciclo all'altro nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Repubblica e Cantone Ticino, 2015, p. 143)	19
Figura 8: Modello di competenza in matematica (Repubblica e Cantone Ticino, 2015, p. 142)	20
Figura 9: Esempio di confronto tra le competenze fondamentali dell'ambito "Funzioni" riferite ai diversi aspetti previsti dal modello di competenza in matematica e i traguardi di apprendimento del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese	21
Figura 10: Numero di item del test in base agli aspetti e agli ambiti di competenza di matematica (Consorzio VeCoF, 2019a, p.22)	23
Figura 11: Esempio di item relativo all'aspetto "Presentare e comunicare" nell'ambito "Geometria"	24
Figura 13: Esempio di item relativo all'aspetto "Sapere, riconoscere e descrivere" nell'ambito "Numeri e calcolo"	26
Figura 14: Distribuzione degli allievi dell'11° anno scolastico secondo il genere, la condizione sociale, la lingua parlata a casa, lo statuto migratorio e il profilo curricolare in Ticino	30
Figura 15: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica nei Cantoni e in Svizzera	32
Figura 16: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo gli ambiti e gli aspetti di competenza in Ticino.....	33
Figura 17: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo il genere in Ticino	34
Figura 18: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo la condizione sociale in Ticino	35
Figura 19: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo la lingua parlata a casa in Ticino.....	36
Figura 20: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo lo statuto migratorio in Ticino	37
Figura 21: Quota di allievi che raggiunge le competenze fondamentali in matematica secondo il profilo curricolare in Ticino.....	38
Figura 22: Confronto tra le competenze di IV media per il corso base e per il corso attitudinale, Piano di formazione della scuola media (2004).....	39
Figura 23: Confronto degli obiettivi per la classe IV, corso base e corso attitudinale, del Piano di formazione della scuola media (2004).....	40
Figura 24: Descrizione dei livelli di competenza della scala globale in matematica dell'indagine PISA 2012 (INVALSI, 2013, pp. 27.28)	42
Figura 25: Alcune caratteristiche delle indagini PISA e VeCoF	43

Repubblica e Cantone Ticino
Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport
Scuola universitaria professionale
della Svizzera italiana

Verifica delle Competenze Fondamentali (VeCoF) 2016
Risultati ticinesi in matematica nell'11° anno scolastico

Quaderni di ricerca – n. 35

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento
Centro innovazione e ricerca sui sistemi educativi
Piazza San Francesco 19
6600 Locarno
www.supsi.ch/dfa

ISBN 978-88-85585-24-9

